В. С. ПУГАЧЕВ, И. Е. КАЗАКОВ, Д. И. ГЛАДКОВ,
Л. Г. ЕВЛАНОВ, А. Ф. МИШАКОВ, В. Д. СЕДОВ

СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И ДИНАМИКА ПОЛЕТА РАКЕТ



В. С. ПУГАЧЕВ, И. Е. КАЗАКОВ, Д. И. ГЛАДКОВ,
Л. Г. ЕВЛАНОВ, А. Ф. МИШАКОВ, В. Д. СЕДОВ

СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И ДИНАМИКА ПОЛЕТА РАКЕТ

Под редакцией В. С. ПУГАЧЕВА



1965

В учебнике изложены принципы управления полетом ракет и устройства аппаратуры, предназначенной для этой цели. Основное внимание уделено системам управления авиационных ракет. Изложены современные методы исследования процессов управления ракетами и точности наведения их на цель.

Книга рассчитана на слушателей, инженеров и научных работников.

Технический редактор *Г. В. Круглов.* Корректор *З. П. Бонич*

Сдано в набор 26/IX-1964 г. Подписано к печати 14/VII—1965 г.
Г-542172 Изд. № 4036 Зак. 459
Формат бумаги 60×90 1/16 38,5 п. л. + 2 вкл. 34,5 уч-изд. л.

Типография ВВИА имени проф. Н. Е. Жуковского

ПРЕДИСЛОВИЕ

В книге дано систематическое изложение основ теории и принципов построения систем управления полетом ракет, методов исследования динамики и точности наведения.

В соответствии с современными тенденциями развития общей теории процессов управления основную роль в изложении динамики наведения ракет в книге играют статистические методы исследования. Конечной целью наведения ракеты всегда является поражение некоторой цели. Поэтому основными критериями оценки систем управления должны быть те или иные показатели эффективности боевого применения ракет. Эффективность применения ракет определяется точностью наведения и характеристиками боевой части и взрывателя. Из этих факторов от системы управления зависит только точность наведения. Поэтому точность наведения ракет является основной характеристикой системы управления. Именно поэтому мы отводим главную роль методам исследования точности наведения ракет с учетом основных случайных возмущений и помех.

Хотя изложение методов динамики процессов и систем управления полетом ведется в книге в основном применительно к ракетам, летающим в пределах атмосферы, эти методы обладают большой степенью общности и принципиально применимы и к исследованию процессов управления космическими летательными аппаратами как в поле тяготения Земли, так и за практическими пределами этого поля. При этом изменяются только конкретные дифференциальные уравнения процесса управления полетом. Методы же исследования остаются неизменными. Точно так же изложенные в книге методы можно применять и к исследованию динамики полета самолетов, в частности, автоматически управляемых.

Учебник написан коллективом авторов. Работа распределялась между авторами следующим образом:

В. С. Пугачевым написаны гл. 1, 2, 3, 7, 10, 19, 20 (кроме § 20.5) и § 22.1, 22.4, 22.5, И. Е. Казаковым — гл. 15, 16, 17, 18, 21, Д. И. Гладковым — гл. 4, 6, 8, 9, Л. Г. Евлановым — гл. 11, 12, 13, 14, А. Ф. Мишаковым — гл. 5, В. Д. Седовым — § 20.5, 22.2, 22.3, 22.6 и гл. 23 и 24.

Глава 24 и приложение 6 издаются отдельно.

Авторы надеются, что книга будет полезна всем изучающим системы управления и динамику наведения ракет, а также лицам, участвующим в проектировании ракет и систем управления или в исследовании и испытаниях ракет и систем управления.

* * *

Все замечания по книге и рекомендации в отношении ее усовершенствования и переработки авторы просят направлять в Военно-воздушную инженерную ордена Ленина Краснознаменную академию имени проф. Н. Е. Жуковского.

Глава 1

РАКЕТА КАК ОБЪЕКТ УПРАВЛЕНИЯ

§ 1.1. ВЕЛИЧИНЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПОЛОЖЕНИЕ И ДВИЖЕНИЕ РАКЕТЫ В ПРОСТРАНСТВЕ

Для проектирования и изучения работы системы управления полетом ракеты необходимо знать динамические характеристики ракеты, рассматриваемой как объект управления. Динамические характеристики ракеты полностью определяются ее уравнениями движения, которые имеют различный вид в зависимости от того, какими величинами мы определим положение ракеты и элементы ее движения.

Для определения положения ракеты в пространстве обычно вводят следующие прямоугольные декартовы системы координат, начало которых совпадает с центром массы ракеты P.

1. *Невращающаяся относительно Земли* система координат $Px_g y_g z_g$, направления осей которой могут быть выбраны в каждой конкретной задаче в зависимости от условий задачи.

2. *Связанная с ракетой* (точнее — с корпусом ракеты) система координат $Px_1y_1z_1$, ось Px_1 которой направлена по продольной оси ракеты (точнее — по направлению, условно принятому за продольную ось ракеты), ось Py_1 направлена перпендикулярно оси Px_1 в плоскости симметрии ракеты, а ось Pz_1 перпендикулярна плоскости Px_1y_1 и направлена так, чтобы система координат $Px_1y_1z_1$ была правой.

3. *Поточная* система координат $Pxyz$, ось Px которой направлена по вектору скорости центра массы ракеты, ось Py направлена перпендикулярно оси Px в плоскости Px_1y_1 так, чтобы угол между осями Py_1 и Py был острым, а ось Pz перпендикулярна плоскости Pxy и направлена так, чтобы система координат $Pxyz$ была правой (рис. 1.1.1).

Положение связанной системы координат $Px_1y_1z_1$ относительно невращающейся системы $Px_g y_g z_g$ будем определять тремя углами ψ, ϑ и γ, которые будем называть соответственно *углом курса, углом тангажа* и *углом крена* (рис. 1.1.2). Если ось Py_g вертикальна, то углы ψ, ϑ и γ являются обычными углами курса, тангажа и крена, принятыми в динамике полета самолета.

Переход от системы координат $Px_g y_g z_g$ к системе координат $Px_1y_1z_1$ осуществляется тремя последовательными поворотами: вокруг оси Py_g на угол ψ, вокруг оси Pz' на угол ϑ и вокруг оси Px_1 на угол γ (рис. 1.1.2). Применяя к этим трем поворотам

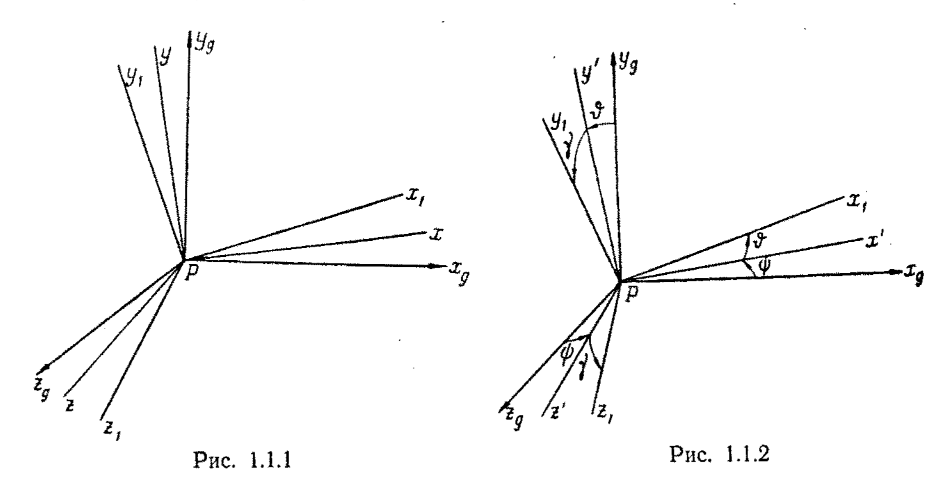


Рис. 1.1.1

Рис. 1.1.2

известные формулы поворота координат, получим следующие формулы преобразования координат:

$$\left.\begin{aligned}
x_1 &= x_g \cos\psi\cos\vartheta + y_g \sin\vartheta - z_g \sin\psi\cos\vartheta,\\
y_1 &= x_g(\sin\psi\sin\gamma - \cos\psi\sin\vartheta\cos\gamma) + y_g\cos\vartheta\cos\gamma +\\
&\quad + z_g(\cos\psi\sin\gamma + \sin\psi\sin\vartheta\cos\gamma),\\
z_1 &= x_g(\sin\psi\cos\gamma + \cos\psi\sin\vartheta\sin\gamma) - y_g\cos\vartheta\sin\gamma +\\
&\quad + z_g(\cos\psi\cos\gamma - \sin\psi\sin\vartheta\sin\gamma),
\end{aligned}\right\} \quad (1.1.1)$$

$$\left.\begin{aligned}
x_g &= x_1\cos\psi\cos\vartheta + y_1(\sin\psi\sin\gamma - \cos\psi\sin\vartheta\cos\gamma) +\\
&\quad + z_1(\sin\psi\cos\gamma + \cos\psi\sin\vartheta\sin\gamma),\\
y_g &= x_1\sin\vartheta + y_1\cos\vartheta\cos\gamma - z_1\cos\vartheta\sin\gamma,\\
z_g &= -x_1\sin\psi\cos\vartheta + y_1(\cos\psi\sin\gamma +\\
&\quad + \sin\psi\sin\vartheta\cos\gamma) + z_1(\cos\psi\cos\gamma - \sin\psi\sin\vartheta\sin\gamma).
\end{aligned}\right\} \quad (1.1.2)$$

Формулы (1.1.1) и (1.1.2) дают возможность по данным составляющим x_g, y_g, z_g любого вектора в системе координат $Px_g y_g z_g$ найти его составляющие x_1, y_1, z_1 в системе координат $Px_1y_1z_1$ и наоборот.

Совершенно аналогично направление осей поточной системы координат $Pxyz$ относительно невращающейся системы координат $Px_g y_g z_g$ определяется тремя углами: φ, θ, χ (рис. 1.1.3).

Переход от системы координат $P\,x_g\,y_g\,z_g$ к поточной системе координат $Pxyz$ осуществляется тремя последовательными поворотами: вокруг оси Py_g на угол φ, вокруг оси Pz'' на угол θ и вокруг оси Px на угол χ (рис. 1.1.3). Применяя к этим трем по-

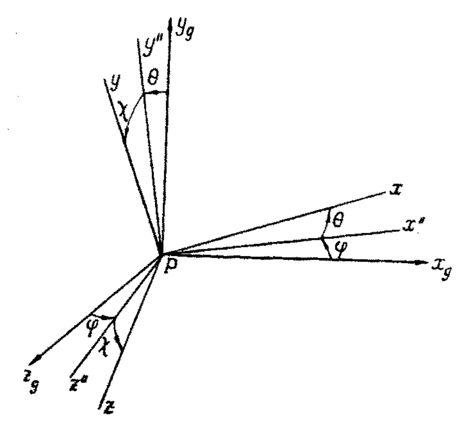


Рис. 1.1.3

следовательным поворотам известные формулы поворота координат, получим следующие формулы преобразования координат:

$$\left.\begin{aligned} x &= x_g \cos\varphi\cos\theta + y_g \sin\theta - z_g \sin\varphi\cos\theta,\\ y &= x_g(\sin\varphi\sin\chi - \cos\varphi\sin\theta\cos\chi) + y_g\cos\theta\cos\chi +\\ &\quad + z_g(\cos\varphi\sin\chi + \sin\varphi\sin\theta\cos\chi),\\ z &= x_g(\sin\varphi\cos\chi + \cos\varphi\sin\theta\sin\chi) - y_g\cos\theta\sin\chi +\\ &\quad + z_g(\cos\varphi\cos\chi - \sin\varphi\sin\theta\sin\chi), \end{aligned}\right\} \quad (1.1.3)$$

$$\left.\begin{aligned} x_g &= x\cos\varphi\cos\theta + y(\sin\varphi\sin\chi - \cos\varphi\sin\theta\cos\chi) +\\ &\quad + z(\sin\varphi\cos\chi + \cos\varphi\sin\theta\sin\chi),\\ y_g &= x\sin\theta + y\cos\theta\cos\chi - z\cos\theta\sin\chi,\\ z_g &= -x\sin\varphi\cos\theta + y(\cos\varphi\sin\chi + \sin\varphi\sin\theta\cos\chi) +\\ &\quad + z(\cos\varphi\cos\chi - \sin\varphi\sin\theta\sin\chi). \end{aligned}\right\} \quad (1.1.4)$$

Формулы (1.1.3) и (1.1.4) дают возможность по данным составляющим $x_g y_g z_g$ любого вектора в системе координат $Px_g y_g z_g$ найти его составляющие x, y, z в системе координат $Pxyz$ и наоборот.

В некоторых случаях движение ракеты оказывается близким к плоскому. В этом случае, если система координат $Px_g y_g z_g$ выбрана так, что плоскость $Px_g z_g$ параллельна той плоскости,

вблизи которой движется ракета, то углы θ и ϑ будут во время движения малыми и формулы (1.1.1) ÷ (1.1.2) можно упростить, положив в них $\cos\vartheta = \cos\theta \approx 1$, $\sin\theta \approx \theta$, $\sin\vartheta = \vartheta$.

Направления осей поточной системы координат $Pxyz$ относительно связанной системы координат определяются *углом атаки* ракеты α и *углом скольжения* ракеты β (рис. 1.1.4). Углом скольжения ракеты называется угол наклона вектора воздушной скорости ракеты (т. е. ее скорости относительно воздуха) к плоскости Px_1y_1. Переход от поточной называется угол между осью Px_1 и проекцией вектора скорости ракеты на плоскость Px_1y_1. Переход от поточной системы координат к связанной осуществляется последовательными поворотами вокруг оси Py на угол β и вокруг оси Pz_1 на угол α.

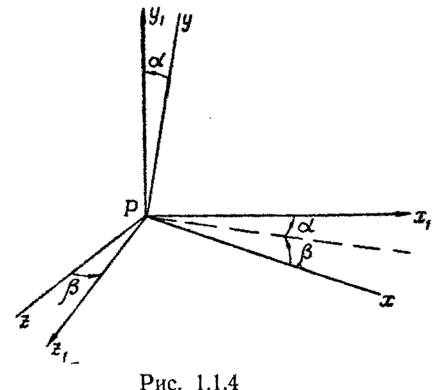


Рис. 1.1.4

Применяя к этим поворотам известные формулы преобразования координат, получим следующие формулы:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= x\cos\alpha\cos\beta + y\sin\alpha - z\cos\alpha\sin\beta, \\ y_1 &= -x\sin\alpha\cos\beta + y\cos\alpha + z\sin\alpha\sin\beta, \\ z_1 &= x\sin\beta + z\cos\beta; \end{aligned}\right\} \quad (1.1.5)$$

$$\left.\begin{aligned} x &= x_1\cos\alpha\cos\beta - y_1\sin\alpha\cos\beta + z_1\sin\beta, \\ y &= x_1\sin\alpha + y_1\cos\alpha, \\ z &= -x_1\cos\alpha\sin\beta + y_1\sin\alpha\sin\beta + z_1\cos\beta. \end{aligned}\right\} \quad (1.1.6)$$

Если углы атаки и скольжения ракеты α и β малы, то, полагая в (1.1.5) и (1.1.6) $\sin\alpha \approx \alpha$, $\sin\beta \approx \beta$, $\cos\alpha \approx \cos\beta \approx 1$ и пренебрегая произведением малых величин $\alpha\beta$, получим вместо формул (1.1.5) и (1.1.6) приближенные формулы

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= x + \alpha y - \beta z, \\ y_1 &= y - \alpha x, \\ z_1 &= z + \beta x; \end{aligned}\right\} \quad (1.1.7)$$

$$\left.\begin{aligned} x &= x_1 - \alpha y_1 + \beta z_1, \\ y &= y_1 + \alpha x_1, \\ z &= z_1 - \beta x_1. \end{aligned}\right\} \quad (1.1.8)$$

Так как положение поточной системы координат относительно невращающейся определяется тремя углами φ, θ, χ, а положение связанной системы координат относительно поточной — двумя углами α, β, то заданием углов φ, θ, χ, α, β полностью определяется положение связанной системы координат относительно невращающейся системы координат $Px_g y_g z_g$.

Таким образом, из восьми введенных углов ψ, ϑ, γ, φ, θ, χ, α, β только пять являются независимыми. Задавая любые пять из этих углов, можно однозначно определить остальные три из них.

Для определения положения центра массы ракет различных классов (в том числе космических) обычно пользуются еще следующими правыми системами координат.

1. Земная система координат $Cx_g y_g z_g$ с началом в произвольной неподвижной относительно Земли точке C (например, в точке старта ракеты). Оси этой системы координат параллельны осям невращающейся относительно Земли системы координат $P x_g y_g z_g$, рассмотренной выше.

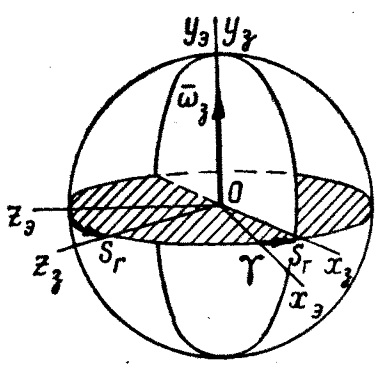


Рис. 1.1.5

2. Экваториальная система координат $Ox_э y_э z_э$ (рис. 1.1.5) с началом O в центре Земли. Ось $Oy_э$ направлена по вектору угловой скорости вращения Земли. Ось $Ox_э$ лежит в экваториальной плоскости и направлена в точку весеннего равноденствия. Ось $Oz_э$ направлена в экваториальной плоскости так, чтобы система координат $Ox_э y_э z_э$ была правой. Эта система координат принимается за инерциальную систему отсчета.

3. Геоцентрическая система координат $Ox_з y_з z_з$, жестко связанная с вращающейся Землей. Начало координат расположено в центре Земли. Ось $Oy_з$ направлена по вектору угловой скорости вращения Земли. Ось $Ox_з$ лежит в плоскости гринвичского меридиана. Положение системы координат $Ox_з y_з z_з$ по отношению к экваториальной системе координат определяется углом $s_г$ — звездным временем гринвичского меридиана (рис 1.1.5). Переход от системы координат $Ox_э y_э z_э$ к системе координат $Ox_з y_з z_з$ осуществляется поворотом на угол $s_г$ вокруг оси $Oy_з$.

4. Ортодромическая система координат $Ox_0 y_0 z_0$ (рис. 1.1.6). Начало координат расположено в центре Земли. Плоскость $Ox_0 y_0$ проходит через точку старта и цель (плоскость ортодро-

мии*. Ось Ox_0 лежит в плоскостях экватора и ортодромии. Ось Oy_0 образует острый угол с вектором угловой скорости Земли. Положение ортодромической системы координат по отношению к геоцентрической системе координат $Ox_з y_з z_з$ определяется двумя углами: μ и ν. Переход от системы координат $Ox_з y_з z_з$ к системе $Ox_0 y_0 z_0$ осуществляется поворотом вокруг оси $Oy_з$ на угол μ и последующим поворотом вокруг оси Ox_0 на угол ν.

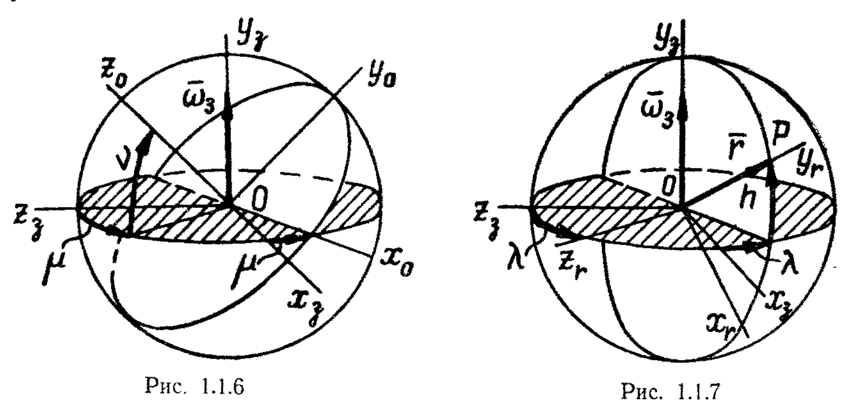


Рис. 1.1.6

Рис. 1.1.7

5. Связанная с ракетой геоцентрическая система координат $Ox_r y_r z_r$. Ось Oy_r направлена по радиусу-вектору r, определяющему положение центра массы ракеты. Направление двух других осей показано на рис. 1.1.7. Положение системы координат $Ox_r y_r z_r$ относительно системы $Ox_з y_з z_з$ определяется двумя углами: долготой λ и широтой h текущего положения ракеты (геоцентрические координаты).

Переход от системы координат $Ox_з y_з z_з$ к системе $Ox_r y_r z_r$ осуществляется поворотом вокруг оси $Oy_з$ на угол λ и последующим поворотом вокруг оси Oz_r на угол $h-\pi/2$.

Положение системы координат $Ox_r y_r z_r$ относительно ортодромической системы координат $Ox_0 y_0 z_0$ определяется углами s и σ (рис. 1.1.8). Переход от системы координат $Ox_0 y_0 z_0$ к системе координат $Ox_r y_r z_r$ осуществляется поворотом вокруг оси Oz_0 на угол $-s$ и последующим поворотом вокруг оси Ox_r на угол σ.

---

* Ортодромией называется кривая, образующаяся от пересечения сфероида Земли с плоскостью, проходящей через центр Земли (в переводе с греческого означает «прямобежная»). Если бы поверхность Земли была сферой, то ортодромия была бы геодезической линией, т. е. кратчайшим путем между двумя точками на сфере. Так как в действительности поверхность Земли не является сферой, то ортодромия, строго говоря, не является кратчайшей кривой, соединяющей две точки на поверхности Земли. Однако, вследствие малости отклонения поверхности Земли от сферы, отклонение ортодромии от геодезической линии весьма мало.

Состояние движения ракеты определяется вектором скорости ее центра массы $\boldsymbol{v}$ и вектором ее угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$. К этим величинам обычно добавляют вектор угловой скорости поточной системы координат $\boldsymbol{\Omega}$, характеризующей движение поточной системы координат.

Наконец, к числу величин, определяющих состояние управляемой ракеты в каждый момент времени, необходимо причислить также и величины, определяющие положение рулей относительно корпуса ракеты.

Уравнения движения ракеты связывают величины, определяющие состояние ракеты в каждый момент времени, — элементы ее движения — с величинами, определяющими положение рулей, и, таким образом, полностью описывают поведение ракеты в зависимости от действия рулей, т. е. определяют оператор ракеты, рассматриваемой как объект управления.

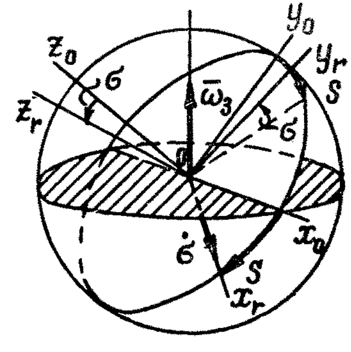


Рис. 1.1.8

§ 1.2. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ РАКЕТЫ В ОБЩЕЙ ФОРМЕ

Уравнение движения центра массы ракеты в векторной форме имеет вид

$$m\dot{\boldsymbol{v}} = m\boldsymbol{g} + \boldsymbol{T} + \boldsymbol{P}, \tag{1.2.1}$$

где m — масса ракеты, $\boldsymbol{v}$ — вектор скорости ее центра массы, $\boldsymbol{g}$ — вектор ускорения силы тяжести, $\boldsymbol{T}$ — вектор тяги двигательной установки, а $\boldsymbol{P}$ — главный вектор аэродинамических сил.

Уравнение движения ракеты относительно центра массы имеет вид

$$\dot{\boldsymbol{K}} = \boldsymbol{L} + \boldsymbol{M}, \tag{1.2.2}$$

где $\boldsymbol{K}$ — вектор момента количества движения ракеты; $\boldsymbol{L}$ — главный момент сил, развиваемых двигательной установкой, а $\boldsymbol{M}$ — главный момент аэродинамических сил.

Скалярные уравнения движения центра массы ракеты в различных системах координат будут разными. Практически удобнее всего записывать их в поточной системе координат. Для этого необходимо спроектировать все векторы, входящие в уравнение (1.2.1), на оси поточной системы координат.

Составляющие вектора абсолютного ускорения ракеты $\boldsymbol{a}=\dot{\boldsymbol{v}}$ по осям поточной системы координат определяются, как нетрудно видеть, формулами

$$a_x = \dot{v},\ a_y = v\Omega_z,\ a_z = -v\Omega_y, \tag{1.2.3}$$

где Ω_y, Ω_z — составляющие вектора угловой скорости поточной системы координат. Действительно, за бесконечно малый промежуток времени Δt конец вектора скорости снаряда $\boldsymbol{v}$ перемещается относительно центра массы ракеты P вдоль оси Px на величину $\dot{v}\Delta t$, в направлении, параллельном оси Py, — на величину $v\Omega_z\Delta t$ и в направлении, параллельном оси Pz, — на величину $-v\,\Omega_y\Delta t$ (рис. 1.2.1). Разделив эти величины на Δt, мы и получим формулы (1.2.3).

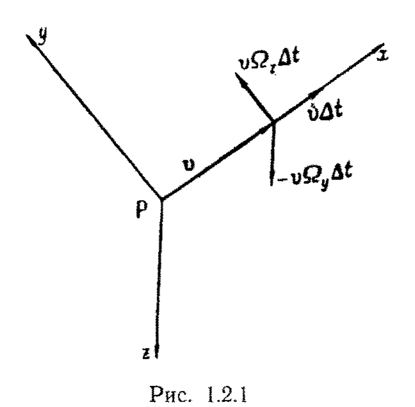


Рис. 1.2.1

Формулы (1.2.3) можно вывести и чисто формально из общей векторной формулы

$$\boldsymbol{a}=\dot{\boldsymbol{v}}=\frac{\tilde{d}\boldsymbol{v}}{dt}+\boldsymbol{\Omega}\times\boldsymbol{v}, \tag{1.2.4}$$

где $\tilde{d}\boldsymbol{v}/dt$ — локальная производная вектора скорости снаряда в поточной системе координат. Проектируя формулу (1.2.4) на оси поточной системы координат и принимая во внимание, что проекции входящих в нее векторов даются табл. 1.2.1, получим формулы (1.2.3).

Таблица 1.2.1

Ось \ Вектор	$\tilde{d}\boldsymbol{v}/dt$	$\boldsymbol{v}$	$\boldsymbol{\Omega}$	$\boldsymbol{\Omega}\times\boldsymbol{v}$
Px	$\dot{v}$	v	Ω_x	0
Py	0	0	Ω_y	$v\Omega_z$
Pz	0	0	Ω_z	$-v\Omega_y$

Вектор тяги двигателя обычно задается составляющими по осям связанной системы координат, поэтому для определения проекций вектора тяги на оси поточной системы координат придется воспользоваться формулами преобразования координат (1.1.6). В результате будем иметь

$$\left.\begin{aligned}
T_x &= T_{x_1}\cos\alpha\cos\beta - T_{y_1}\sin\alpha\cos\beta + T_{z_1}\sin\beta,\\
T_y &= T_{x_1}\sin\alpha + T_{y_1}\cos\alpha,\\
T_z &= -T_{x_1}\cos\alpha\sin\beta + T_{y_1}\sin\alpha\sin\beta + T_{z_1}\cos\beta.
\end{aligned}\right\} \tag{1.2.5}$$

Вектор равнодействующей аэродинамических сил $\boldsymbol{P}$ обычно задается составляющими в поточной системе координат: силой лобового сопротивления $\boldsymbol{X} = -\boldsymbol{P}_x$, подъемной силой $\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{P}_y$ и боковой силой $\boldsymbol{Z} = -\boldsymbol{P}_z$, которые выражаются известными из аэродинамики формулами

$$X = c_x Sq, \quad Y = c_y Sq, \quad Z = c_z Sq, \tag{1.2.6}$$

где c_x, c_y, c_z — безразмерные аэродинамические коэффициенты; S — площадь крыла ракеты (или какая-либо другая характерная площадь, например, площадь миделя, т. е. наибольшая площадь поперечного сечения ракеты), $q = \rho v^2 / 2$ — скоростной напор.

Подставляя выражения (1.2.3), (1.2.5) и (1.2.6) в уравнения, полученные путем проектирования на оси поточной системы координат уравнения (1.2.1), получим после деления на m:

$$\dot{v} = g_x + \Phi_{x_1} \cos\alpha\cos\beta - \Phi_{y_1} \sin\alpha\cos\beta + \Phi_{z_1} \sin\beta - \frac{g}{p} c_x q, \tag{1.2.7}$$

$$\left.\begin{aligned} v\Omega_z &= g_y + \Phi_{x_1}\sin\alpha + \Phi_{y_1}\cos\alpha + \frac{g}{p} c_y q, \\ v\Omega_y &= -g_z + \Phi_{x_1}\cos\alpha\sin\beta - \Phi_{y_1}\sin\alpha\sin\beta - \Phi_{z_1}\cos\beta + \frac{g}{p} c_z q, \end{aligned}\right\} \tag{1.2.8}$$

где

$$\Phi_{x_1} = \frac{T_{x_1}}{m}, \quad \Phi_{y_1} = \frac{T_{y_1}}{m}, \quad \Phi_{z_1} = \frac{T_{z_1}}{m} \tag{1.2.9}$$

— составляющие ускорения силы тяги двигателя, а $p = mg/S = G/S$ — удельная нагрузка на крыло ракеты (или поперечная нагрузка, если в качестве площади S берется площадь миделя).

Уравнения движения ракеты относительно центра массы удобно записывать в системе координат $Px_1y_1z_1$, связанной с ракетой. При этом практически всегда можно считать, что оси связанной системы координат совпадают с главными центральными осями инерции ракеты. Тогда проекции момента количества движения ракеты $\boldsymbol{K}$ на оси Px_1, Py_1 и Pz_1 будут равны соответственно $J_{xx}\omega_{x_1}$, $J_{yy}\omega_{y_1}$, $J_{zz}\omega_{z_1}$, где J_{xx}, J_{yy} и J_{zz} — главные центральные моменты инерции ракеты.

Так как система координат $Px_1y_1z_1$ при движении ракеты вращается с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$, то абсолютную производную вектора момента количества движения ракеты $\boldsymbol{K}$ в уравнении (1.2.2) выразим известной из механики формулой

$$\dot{\boldsymbol{K}} = \frac{d\boldsymbol{K}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{K}.$$

Тогда, проектируя уравнение (1.2.2) на оси системы координат $Px_1y_1z_1$ и принимая во внимание, что проекции входящих в него

векторов определяются табл. 1.2.2*,

Таблица 1.2.2

Вектор / Ось	K	$\tilde{d}K/dt$	ω	$\omega\times K$	L	M
Px_1	$J_{xx}\,\omega_{x_1}$	$J_{xx}\,\dot\omega_{x_1}$	ω_{x_1}	$(J_{zz}-J_{yy})\,\omega_{y_1}\,\omega_{z_1}$	L_{x_1}	M_{x_1}
Py_1	$J_{yy}\,\omega_{y_1}$	$J_{yy}\,\dot\omega_{y_1}$	ω_{y_1}	$(J_{xx}-J_{zz})\,\omega_{x_1}\,\omega_{z_1}$	L_{y_1}	M_{y_1}
Pz_1	$J_{zz}\,\omega_{z_1}$	$J_{zz}\,\dot\omega_{z_1}$	ω_{z_1}	$(J_{yy}-J_{xx})\,\omega_{x_1}\,\omega_{y_1}$	L_{z_1}	M_{z_1}

получим

$$\left.\begin{aligned} J_{xx}\,\dot\omega_{x_1}+(J_{zz}-J_{yy})\,\omega_{y_1}\,\omega_{z_1}&=L_{x_1}+M_{x_1},\\ J_{yy}\,\dot\omega_{y_1}+(J_{xx}-J_{zz})\,\omega_{x_1}\,\omega_{z_1}&=L_{y_1}+M_{y_1},\\ J_{zz}\,\dot\omega_{z_1}+(J_{yy}-J_{xx})\,\omega_{x_1}\,\omega_{y_1}&=L_{z_1}+M_{z_1}.\end{aligned}\right\}\qquad(1.2.10)$$

Составляющие аэродинамического момента по осям связанной системы координат выражаются известными из аэродинамики формулами

$$M_{x_1}=m_{x_1}l_xSq,\quad M_{y_1}=m_{y_1}l_ySq,\quad M_{z_1}=m_{z_1}l_zSq,\qquad(1.2.11)$$

где в дополнение к прежним обозначениям m_{x_1}, m_{y_1}, m_{z_1} — безразмерные аэродинамические коэффициенты, зависящие от числа M, углов α, β, отклонений рулей $\delta_в$, $\delta_н$, $\delta_э$ и вектора угловой скорости ракеты ω, а l_x, l_y l_z — характерные линейные размеры ракеты. Для крылатых ракет обычной самолетной формы принимают l_x и l_y равными размаху l ракеты, а l_z равным средней аэродинамической хорде b крыла ракеты. Для крестокрылых ракет за величину l_y также принимают среднюю аэродинамическую хорду ракеты. Для бескрылых (баллистических) ракет величины l_y и l_z можно полагать равными длине ракеты, а l_x — диаметру.

Выражая момент инерции ракеты через ее вес и соответствующие радиусы инерции

$$J_{xx}=\rho_x^2\,G/g,\quad J_{yy}=\rho_y^2\,G/g,\quad J_{zz}=\rho_z^2\,G/g\qquad(1.2.12)$$

и подставляя в уравнения (1.2.10) выражения (1.2.11) аэродинамических моментов, приведем уравнения (1.2.10) к виду

$$\left.\begin{aligned} \rho_x^2\,\dot\omega_{x_1}+(\rho_z^2-\rho_y^2)\,\omega_{y_1}\,\omega_{z_1}&=l_x\,g\left(\frac{m_{x_1}q}{p}+\Psi_{x_1}\right),\\ \rho_y^2\,\dot\omega_{y_1}+(\rho_x^2-\rho_z^2)\,\omega_{x_1}\,\omega_{z_1}&=l_y\,g\left(\frac{m_{y_1}q}{p}+\Psi_{y_1}\right),\\ \rho_z^2\,\dot\omega_{z_1}+(\rho_y^2-\rho_x^2)\,\omega_{x_1}\,\omega_{y_1}&=l_z\,g\left(\frac{m_{z_1}q}{p}+\Psi_{z_1}\right),\end{aligned}\right\}\qquad(1.2.13)$$

* При дифференцировании составляющих вектора кинетического момента K появляются еще члены $\dot J_{xx}\,\omega_{x_1}$, $\dot J_{yy}\,\omega_{y_1}$, $\dot J_{zz}\,\omega_{z_1}$ и члены, возникающие вследствие изменения главных центральных осей инерции ракеты относительно ее корпуса. Все эти члены представляют собой моменты реактивных сил. Поэтому их целесообразно включить в величины L_{x_1}, L_{y_1}, L_{z_1} и не выписывать отдельно.

где

$$\Psi_{x_1}=\frac{L_{x_1}}{l_x G},\quad \Psi_{y_1}=\frac{L_{y_1}}{l_y G},\quad \Psi_{z_1}=\frac{L_{z_1}}{l_z G}. \qquad (1.2.14)$$

Положим еще

$$\nu=\frac{g l_x}{\rho_x^2},\quad \rho_y=\mu_y\rho_x,\quad \rho_z=\mu_z\rho_x,\quad l_y=\lambda_y l_x,\quad l_z=\lambda_z l_x, \qquad (1.2.15)$$

где μ_y, μ_z, λ_y, λ_z — безразмерные величины, характеризующие относительное распределение масс и отношения характерных линейных размеров ракеты. Подставляя выражения (1.2.15) в уравнения (1.2.13), приведем их к виду

$$\left.\begin{aligned}
&\dot\omega_{x_1}+(\mu_z^2-\mu_y^2)\,\omega_{y_1}\omega_{z_1}=\nu\left(\frac{m_{x_1}q}{p}+\Psi_{x_1}\right),\\
&\mu_y^2\dot\omega_{y_1}+(1-\mu_z^2)\,\omega_{x_1}\omega_{z_1}=\lambda_y\nu\left(\frac{m_{y_1}q}{p}+\Psi_{y_1}\right),\\
&\mu_z^2\dot\omega_{z_1}+(\mu_y^2-1)\,\omega_{x_1}\omega_{y_1}=\lambda_z\nu\left(\frac{m_{z_1}q}{p}+\Psi_{z_1}\right).
\end{aligned}\right\} \qquad (1.2.16)$$

Уравнения (1.2.16) удобны тем, что, кроме одной величины ν, имеющей размерность углового ускорения и характеризующей способность ракеты воспринимать угловые ускорения (поворотливость корпуса ракеты), они не содержат никаких абсолютных характеристик ракеты, а содержат лишь относительные характеристики: удельную нагрузку p, безразмерные аэродинамические коэффициенты m_{x_1}, m_{y_1}, m_{z_1}, безразмерные моменты тяги двигателя Ψ_{x_1}, Ψ_{y_1}, Ψ_{z_1} и безразмерные параметры μ_y, μ_z, λ_y, λ_z, характеризующие распределение масс и отношения размеров ракеты. Поэтому при переходе от одной ракеты к другой, подобной первой по форме и распределению масс, но имеющей совершенно другие весовые и габаритные данные, в уравнениях (1.2.16) изменится только один параметр ν. Как показывает первая формула (1.2.15), величина ν для подобных по форме и распределению масс ракет изменяется обратно пропорционально линейным размерам ракеты. Чем больше ракета, тем меньше величина ν (тем менее поворотлив корпус ракеты).

В уравнения (1.2.7), (1.2.8) и (1.2.16) входят, кроме неизвестных v, Ω_y, Ω_z, ω_{x_1}, ω_{y_1}, ω_{z_1}, еще углы атаки и скольжения ракеты α и β. Они входят в уравнения непосредственно и, кроме того, от них зависят аэродинамические коэффициенты c_x, c_y c_z, m_{x_1}, m_{y_1}, m_{z_1}. Для определения α и β необходимо задать еще два уравнения. Чтобы получить такие уравнения, достаточно выразить производные $\dot\alpha$ и $\dot\beta$ через угловые скорости Ω_y, Ω_z, ω_{x_1}, ω_{y_1}, ω_{z_1}.

Применяя формулы преобразования координат (1.1.6), получим следующие соотношения между составляющими вектора

угловой скорости ракеты в связанной и в поточной системах координат:

$$\left.\begin{aligned} \omega_x &= \omega_{x_1}\cos\alpha\cos\beta - \omega_{y_1}\sin\alpha\cos\beta + \omega_{z_1}\sin\beta,\\ \omega_y &= \omega_{x_1}\sin\alpha + \omega_{y_1}\cos\alpha,\\ \omega_z &= -\omega_{x_1}\cos\alpha\sin\beta + \omega_{y_1}\sin\alpha\sin\beta + \omega_{z_1}\cos\beta. \end{aligned}\right\} \quad (1.2.17)$$

С другой стороны, из векторного соотношения

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{\omega}_r, \quad (1.2.18)$$

где $\boldsymbol{\omega}_r$ — вектор угловой скорости ракеты относительно поточной системы координат, следует, что

$$\omega_x = \Omega_x + \omega_{rx}, \quad \omega_y = \Omega_y + \omega_{ry}, \quad \omega_z = \Omega_z + \omega_{rz}, \quad (1.2.19)$$

а из рис. 1.2.2 вытекают следующие выражения для составляющих вектора $\boldsymbol{\omega}_r$:

$$\omega_{rx} = \dot\alpha\sin\beta, \quad \omega_{ry} = \dot\beta, \quad \omega_{rz} = \dot\alpha\cos\beta. \quad (1.2.20)$$

На основании (1.2.19) и (1.2.20) формулы (1.2.17) принимают вид:

$$\left.\begin{aligned} \Omega_x + \dot\alpha\sin\beta &= \omega_{x_1}\cos\alpha\cos\beta - \omega_{y_1}\sin\alpha\cos\beta + \omega_{z_1}\sin\beta,\\ \Omega_y + \dot\beta &= \omega_{x_1}\sin\alpha + \omega_{y_1}\cos\alpha,\\ \Omega_z + \dot\alpha\cos\beta &= -\omega_{x_1}\cos\alpha\sin\beta + \omega_{y_1}\sin\alpha\sin\beta + \omega_{z_1}\cos\beta. \end{aligned}\right\} \quad (1.2.21)$$

Решая второе и третье уравнения (1.2.21) относительно производных $\dot\alpha$, $\dot\beta$, получим дифференциальные уравнения, определяющие углы атаки и скольжения ракеты

$$\left.\begin{aligned} \dot\alpha &= (-\omega_{x_1}\cos\alpha + \omega_{y_1}\sin\alpha)\operatorname{tg}\beta + \omega_{z_1} - \frac{\Omega_z}{\cos\beta},\\ \dot\beta &= \omega_{x_1}\sin\alpha + \omega_{y_1}\cos\alpha - \Omega_y. \end{aligned}\right\} \quad (1.2.22)$$

Уравнения (1.2.7), (1.2.8) и (1.2.22) полностью определяют элементы движения ракеты в каждой точке пространства в зависимости от отклонений рулей, от которых зависят аэродинамические коэффициенты (при аэродинамическом управлении) или составляющие силы и момента тяги двигателей. Эти уравнения достаточны, чтобы определить поведение ракеты в зависимости от работы ее управляющих органов, т. е. динамические свойства ракеты.

Чтобы определить положение ракеты в пространстве, необходимо добавить к выведенным уравнениям соответствующие кинематические уравнения. Однако для исследования процесса управления ракетой и наведения ее на цель необходимо знание только тех величин, определяющих ее положение, от которых за-

висит вводимая в систему управления информация. Из всех величин, определяющих мгновенное положение ракеты, чаще всего в системе управления измеряются углы тангажа, рысканья и крена. Эти углы определяются известными из механики кинематическими уравнениями Эйлера, которые мы сейчас и выведем.

Вектор угловой скорости ракеты $\boldsymbol{\omega}$ представляет собой сумму трех векторов, равных по модулю величинам $\dot\psi$, $\dot\vartheta$, $\dot\gamma$ и направленных по осям Py_g, Pz', Px_1 соответственно (рис. 1.2.3):

$$\boldsymbol{\omega} = \dot{\boldsymbol{\psi}} + \dot{\boldsymbol{\vartheta}} + \dot{\boldsymbol{\gamma}}. \tag{1.2.23}$$

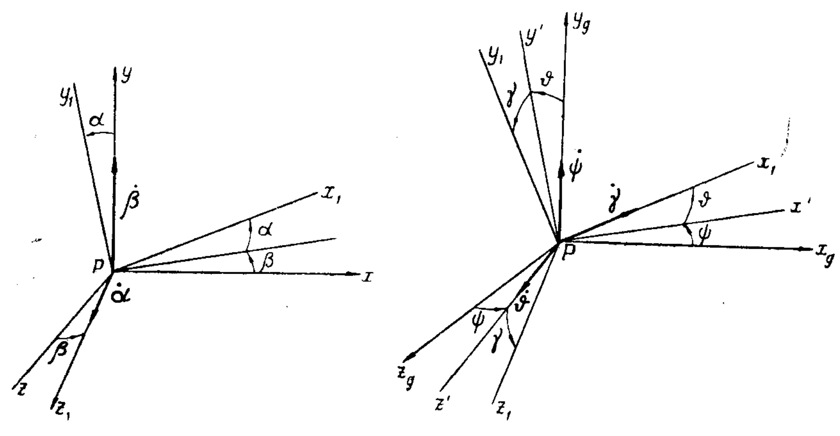


Рис. 1.2.2 Рис. 1.2.3

Проектируя это равенство на оси связанной системы координат $Px_1y_1z_1$, получим уравнения

$$\left.\begin{aligned} \omega_{x_1} &= \dot\psi \sin\vartheta + \dot\gamma, \\ \omega_{y_1} &= \dot\psi \cos\vartheta \cos\gamma + \dot\vartheta \sin\gamma, \\ \omega_{z_1} &= -\dot\psi \cos\vartheta \sin\gamma + \dot\vartheta \cos\gamma. \end{aligned}\right\} \tag{1.2.24}$$

Решая эти уравнения относительно производных $\dot\psi$, $\dot\vartheta$, $\dot\gamma$, получим искомые кинематические уравнения движения ракеты вокруг центра массы

$$\left.\begin{aligned} \dot\vartheta &= \omega_{y_1} \sin\gamma + \omega_{z_1} \cos\gamma, \\ \dot\psi \cos\vartheta &= \omega_{y_1} \cos\gamma - \omega_{z_1} \sin\gamma, \\ \dot\gamma &= \omega_{x_1} - (\omega_{y_1} \cos\gamma - \omega_{z_1} \sin\gamma) \operatorname{tg}\vartheta. \end{aligned}\right\} \tag{1.2.25}$$

Если заменить в уравнениях (1.2.25) величины ϑ, ψ, γ, ω_{x_1}, ω_{y_1}, ω_{z_1} соответственно величинами θ, φ, χ, Ω_x, Ω_y, Ω_z, то получим дифференциальные уравнения, определяющие вместе с пер-

вым уравнением (1.2.21) ориентацию поточной системы координат:

$$\left.\begin{aligned}\dot{\theta} &= \Omega_y \sin\chi + \Omega_z \cos\chi,\\ \dot{\varphi}\cos\theta &= \Omega_y \cos\chi - \Omega_z \sin\chi,\\ \dot{\chi} &= \Omega_x - (\Omega_y \cos\chi - \Omega_z \sin\chi)\,\mathrm{tg}\,\theta.\end{aligned}\right\} \qquad (1.2.26)$$

Эти уравнения следует дополнить уравнением, определяющим $\dot{\Omega}_x$. Это уравнение можно получить, исключив $\dot{\alpha}$ из первого и третьего уравнений (1.2.21). Для этого умножим третье уравнение (1.2.21) на $\mathrm{tg}\,\beta$ и вычтем из первого. В результате получим

$$\Omega_x = \frac{\omega_{x_1}\cos\alpha - \omega_{y_1}\sin\alpha}{\cos\beta} - \Omega_z\,\mathrm{tg}\,\beta. \qquad (1.2.27)$$

Заметим еще, что если в системе управления измеряются не непосредственно углы ϑ, ψ, γ, а некоторые величины, зависящие от этих углов, то часто оказывается целесообразнее пользоваться вместо уравнений (1.2.25) непосредственно дифференциальными уравнениями, определяющими измеряемые системой управления величины.

§ 1.3. УЧЕТ ВЛИЯНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ НА ДИНАМИКУ РАКЕТЫ

При исследовании динамики наведения ракеты необходимо учитывать, кроме управляющих воздействий с помощью органов управления, действие на ракету внешних случайных возмущений. Такими возмущениями могут быть только случайные составляющие сил и моментов тяги и случайные составляющие аэродинамических сил и моментов, вызываемые турбулентностью атмосферы.

Для учета влияния случайных составляющих сил и моментов тяги достаточно рассматривать величины T_{x_1}, T_{y_1}, T_{z_1}, L_{x_1}, L_{y_1}, L_{z_1}, как случайные функции с соответствующими вероятностными характеристиками.

Для учета влияния случайных составляющих аэродинамических сил и моментов следует учесть, что все аэродинамические силы и моменты являются функциями вектора скорости ракеты относительно воздуха $\boldsymbol{v}_r = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{W}$, где $\boldsymbol{W}$ — вектор скорости ветра, представляющий собой случайную функцию времени и координат точки пространства. Поэтому для учета случайных составляющих аэродинамических сил и моментов необходимо прежде всего заменить в выражениях скоростного напора q и числа $M = v/a$ абсолютную скорость ракеты v ее скоростью относительно воздуха v_r и рассматривать аэродинамические коэффициенты c_x, c_y, c_z, m_{x_1}, m_{y_1}, m_{z_1} как функции углов $\alpha_в$, $\beta_в$, определяющих направление вектора $\boldsymbol{v}_r$ относительно ракеты. Однако

этого недостаточно. Вследствие того, что в различных точках поверхности ракеты вектор скорости ветра имеет различные значения, возникают дополнительные случайные аэродинамические моменты, которые также необходимо учитывать (всем, кому случалось попадать во время полета на самолете в «болтанку», хорошо знакомы внезапные случайные возмущения по крену, вызываемые восходящими потоками воздуха, действующими на одно крыло сильнее, чем на другое). Дальше мы покажем, как можно приближенно учесть и эти моменты.

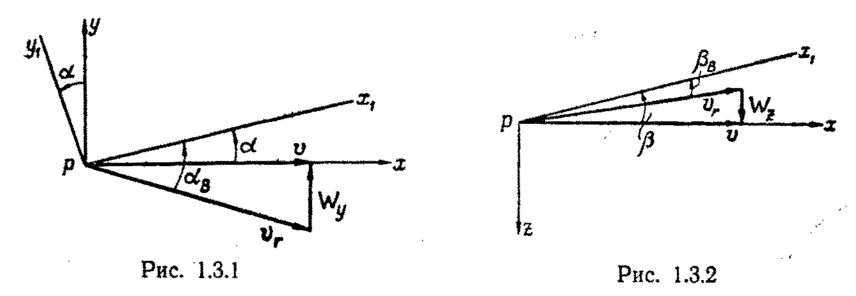


Рис. 1.3.1 Рис. 1.3.2

Скорость ветра практически всегда мала по сравнению со скоростью ракеты. Поэтому флуктуациями величин q и M под действием случайной скорости ветра $\boldsymbol{W}$ можно пренебречь, а углы $\alpha_в$, $\beta_в$ выразить приближенными формулами

$$\alpha_в = \alpha + \frac{W_y}{v}, \quad \beta_в = \beta - \frac{W_z}{v}. \qquad (1.3.1)$$

Для вывода этих формул достаточно спроектировать ось ракеты Px_1 и векторы $\boldsymbol{v}$ и $\boldsymbol{v}_r$ на плоскости Ox_1y_1 и Pxz, пренебречь малой по сравнению с v продольной составляющей вектора скорости ветра W_x и учесть, что W_y и W_z также малы по сравнению с v (рис. 1.3.1 и 1.3.2).

Для приближенного учета изменения вектора скорости ветра вдоль размеров ракеты можно принять допущение, что составляющие вектора скорости ветра являются линейными случайными функциями координат в пределах той части пространства, которую занимает ракета. Рассмотрим более подробно влияние изменения ветра вдоль размеров ракеты для случая крылатой ракеты с полярным управлением (т. е. ракеты самолетной формы). Очевидно, что на вращение такой ракеты вокруг продольной оси влияет практически только изменение составляющей W_{y_1} вдоль размаха ракеты (на рис. 1.3.3,*а* показана эпюра составляющей W_{y_1}). При допущении о линейном изменении W_{y_1} вдоль размаха ракеты дополнительное движение воздуха относительно ракеты, вызываемое случайными порывами ветра, можно рассматривать как сумму двух движений: движения с постоянной по размаху крыла скоростью $W_{y_1}^{(1)}$, равной значению W_{y_1} в центре массы ракеты (рис. 1.3.3,*б*), и движения со скоростью $W_{y_1}^{(2)}$,

пропорциональной расстоянию от центра массы ракеты (рис. 1.3.3,*в*). Первое движение равноценно поступательному движению ракеты относительно воздуха со скоростью $W_{y_1}^{(1)}$, и его влияние учитывается заменой угла атаки ракеты α мгновенным углом атаки относительно движущегося воздуха $\alpha_в$, определяемым первой формулой (1.3.1). Второе движение, очевидно, равноценно вращению ракеты вокруг оси Px_1 с угловой скоростью $\Delta\omega_{x_1} = \partial W_{y_1}/\partial z_1$ (рис. 1.3.3,*в*). Таким образом, изменение W_{y_1} вдоль размаха ракеты вызывает в первом приближении такое же

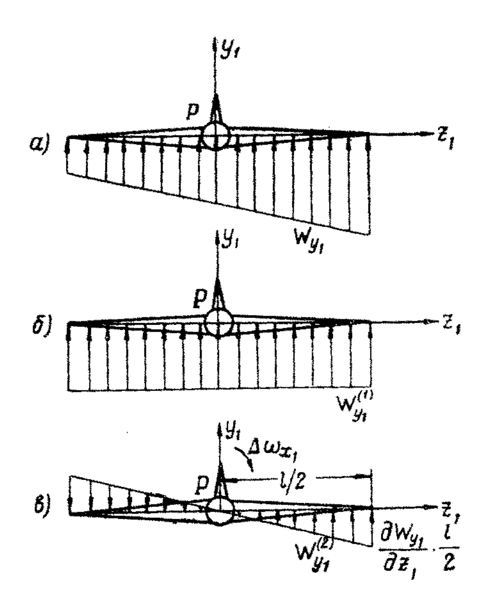


Рис. 1.3.3

изменение аэродинамических сил и моментов, как дополнительное случайное вращение ракеты с угловой скоростью $\Delta\omega_{x_1} = \partial W_{y_1}/\partial z$. Аналогично приходим к выводу, что в первом приближении влияние случайного изменения составляющей W_{z_1} вдоль оси ракеты равноценно случайному вращению ракеты вокруг оси Py_1 с угловой скоростью $\Delta\omega_{y_1} = \partial W_{z_1}/\partial x_1$ (рис. 1.3.4), а влияние случайного изменения W_{y_1} вдоль оси ракеты равноценно случайному вращению ее вокруг оси Pz_1 с угловой скоростью $\Delta\omega_{z_1} = -\partial W_{y_1}/\partial x_1$ (рис. 1.3.5).

Таким образом, для приближенного учета изменения вектора скорости ветра вдоль размеров ракеты следует заменить в выражениях аэродинамических коэффициентов c_x, c_y, c_z, m_{x_1}, m_{y_1}, m_{z_1} составляющие угловой скорости ракеты ω_{x_1}, ω_{y_1}, ω_{z_1} соот-

ветствующими величинами

$$\omega_{x_в} = \omega_{x_1} + \frac{\partial W_{y_1}}{\partial z_1}, \quad \omega_{y_в} = \omega_{y_1} + \frac{\partial W_{z_1}}{\partial x_1}, \quad \omega_{z_в} = \omega_{z_1} - \frac{\partial W_{y_1}}{\partial x_1}. \qquad (1.3.2)$$

Для крестокрылой ракеты с одинаковыми крыльями изменение составляющей W_{z_1} вдоль оси Py_1 будет оказывать точно

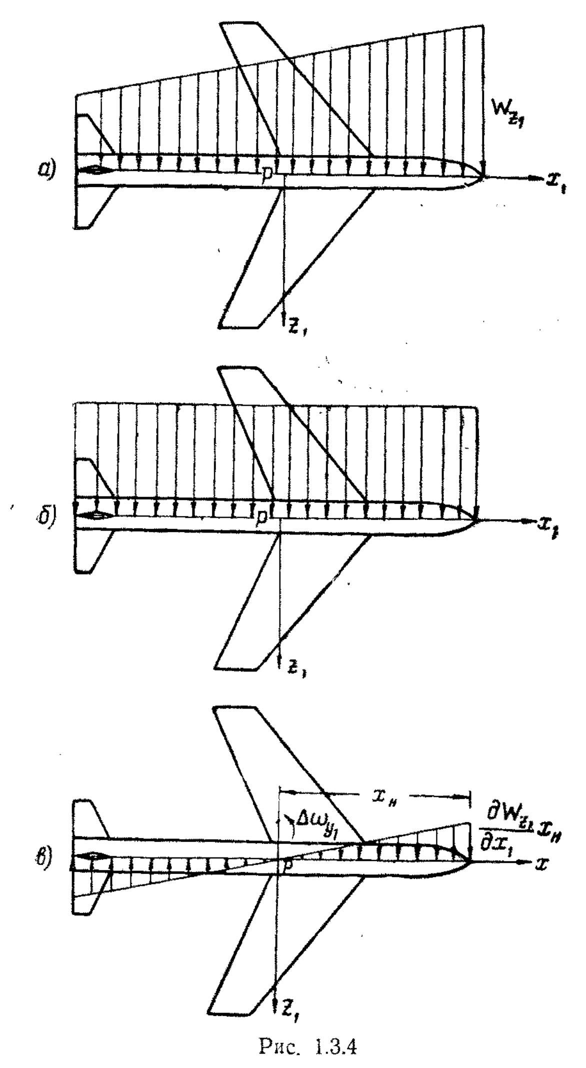


Рис. 1.3.4

такое же действие, как и изменение составляющей W_{y_1} вдоль оси Pz_1 (рис. 1.3.6), т. е. равноценно вращению ракеты вокруг оси Px_1 с угловой скоростью $-\partial W_{z_1}/\partial y_1$. Поэтому для кресто-

крылой ракеты с одинаковыми крыльями величину $\Delta\omega_{x_1}$ следует взять равной $(\partial W_{y_1}/\partial z_1) - (\partial W_{z_1}/\partial y_1)$. При этом угловые скорости ω_{x_1}, ω_{y_1}, ω_{z_1} в выражениях аэродинамических коэффициентов заменятся соответственно величинами

$$\omega_{x_в} = \omega_{x_1} + \frac{\partial W_{y_1}}{\partial z_1} - \frac{\partial W_{z_1}}{\partial y_1}, \quad \omega_{y_в} = \omega_{y_1} + \frac{\partial W_{z_1}}{\partial x_1},$$

$$\omega_{z_в} = \omega_{z_1} - \frac{\partial W_{y_1}}{\partial x_1}. \qquad (1.3.3)$$

Итак, для приближенного учета случайных аэродинамических сил и моментов, возникающих вследствие турбулентности

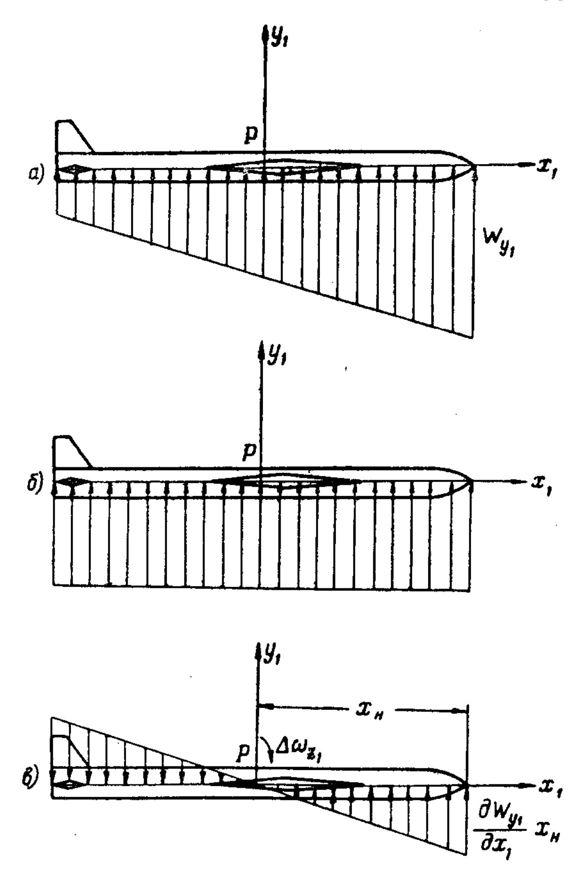


Рис. 1.3.5

атмосферы, следует в выражениях аэродинамических сил и моментов заменить угол атаки α и угол скольжения β ракеты мгновенными углами атаки и скольжения относительно воздуха

$\alpha_в$, $\beta_в$, определяемыми формулами (1.3.1), а составляющие вектора угловой скорости ракеты ω_{x_1}, ω_{y_1}, ω_{z_1} заменить величинами $\omega_{x_в}$, $\omega_{y_в}$, $\omega_{z_в}$, которые определяются формулами (1.3.2) или (1.3.3).

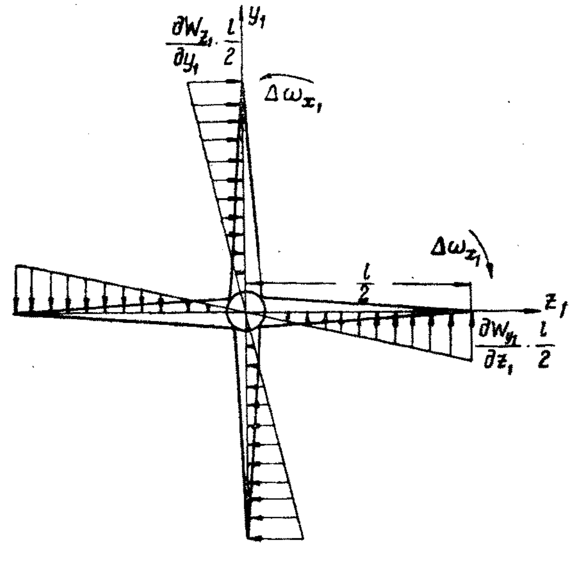


Рис. 1.3.6

§ 1.4. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ КРЕСТОКРЫЛОЙ РАКЕТЫ С АЭРОДИНАМИЧЕСКИМИ РУЛЯМИ

У крестокрылых ракет с аэродинамическим управлением сила тяги двигателей всегда направлена по оси ракеты и только под действием случайных факторов может отклоняться от оси ракеты. Поэтому в уравнениях (1.2.7), (1.2.8) и (1.2.16) в этом случае можно полагать

$$\Phi_{y_1} = \Phi_{z_1} = \Psi_{x_1} = \Psi_{y_1} = \Psi_{z_1} = 0$$

и только при исследовании влияния случайных возмущений в работе двигателей на движение ракеты следует считать Φ_{y_1}, Φ_{z_1}, Ψ_{x_1}, Ψ_{y_1} и Ψ_{z_1} случайными функциями времени (или в частном случае случайными величинами).

Летательные аппараты с аэродинамическим управлением всегда движутся с малыми углами атаки и скольжения α, β. Поэтому в уравнениях движения ракеты можно положить $\sin\alpha \approx \alpha$, $\sin\beta \approx \beta$, $\cos\alpha \approx \cos\beta = 1$ и принять приближенные линейные зависимости для аэродинамических коэффициентов:

$$c_y = c_y^{\alpha}\alpha, \quad c_z = c_z^{\beta}\beta, \qquad (1.4.1)$$

$$
\left.
\begin{aligned}
m_{x_1} &= m_{x_1}^{\delta_э}\delta_э + m_{x_1}^{\bar{\omega}x_1}\frac{l_x\,\omega_{x_1}}{v}, \\
m_{y_1} &= m_{y_1}^{\beta}\beta + m_{y_1}^{\delta_н}\delta_н + m_{y_1}^{\bar{\omega}y_1}\frac{l_y\,\omega_{y_1}}{v} + m_{y_1}^{\bar{\dot\beta}}\frac{l_y\dot\beta}{v}, \\
m_{z_1} &= m_{z_1}^{\alpha}\alpha + m_{z_1}^{\delta_в}\delta_в + m_{z_1}^{\bar{\omega}z_1}\frac{l_z\,\omega_{z_1}}{v} + m_{z_1}^{\bar{\dot\alpha}}\frac{l_z\dot\alpha}{v}.
\end{aligned}
\right\} \quad (1.4.2)
$$

Наконец, движение управляемых крестокрылых ракет происходит, как правило, с малыми угловыми скоростями ω_{x_1}, ω_{y_1}, ω_{z_1}. Поэтому произведениями малых величин ω_{x_1}, ω_{y_1}, ω_{z_1} можно пренебрегать.

Подставляя выражения (1.4.1) в уравнения (1.2.7) и (1.2.8), полагая в них $\Phi_{y_1} = \Phi_{z_1} = 0$, $\sin\alpha \approx \alpha$, $\sin\beta \approx \beta$, $\cos\alpha \approx \cos\beta \approx 1$ и пренебрегая произведениями малых величин, получим уравнения движения центра массы ракеты в виде

$$
\dot v = g_x + \Phi_{x_1} - \frac{g}{p} c_x q, \quad (1.4.3)
$$

$$
\Omega_z = A_\alpha \alpha + \frac{g_y}{v}; \quad \Omega_y = B_\beta \beta - \frac{g_z}{v}, \quad (1.4.4)
$$

где

$$
A_\alpha = \frac{1}{v}\left(\Phi_{x_1} + \frac{g}{p} c_y^\alpha q\right); \quad B_\beta = \frac{1}{v}\left(\Phi_{x_1} + \frac{g}{p} c_z^\beta q\right). \quad (1.4.5)
$$

Подставляя выражения (1.4.2) в уравнения (1.2.16), полагая в них $\Psi_{x_1} = \Psi_{y_1} = \Psi_{z_1} = 0$ и пренебрегая произведениями малых величин ω_{x_1}, ω_{y_1}, ω_{z_1}, получим уравнения движения ракеты вокруг центра массы в виде

$$
\dot\omega_{x_1} + a_{xx}\omega_{x_1} = -a_{xэ}\delta_э, \quad (1.4.6)
$$

$$
\left.
\begin{aligned}
\dot\omega_{y_1} + a_{yy}\omega_{y_1} + a_{y\dot\beta}\dot\beta + a_{y\beta}\beta &= -a_{yн}\delta_н, \\
\dot\omega_{z_1} + a_{zz}\omega_{z_1} + a_{z\dot\alpha}\dot\alpha + a_{z\alpha}\alpha &= -a_{zв}\delta_в,
\end{aligned}
\right\} \quad (1.4.7)
$$

$$
\left.
\begin{aligned}
a_{xx} &= -\frac{\nu q l_x m_{x_1}^{\bar\omega x_1}}{pv}, \quad a_{xэ} = -\frac{\nu q m_{x_1}^{\delta_э}}{p}, \\
a_{yy} &= -\frac{\lambda_y \nu q l_y m_{y_1}^{\bar\omega y_1}}{\mu_y^2 p v}, \quad a_{y\dot\beta} = -\frac{\lambda_y \nu q l_y m_{y_1}^{\bar{\dot\beta}}}{\mu_y^2 p v}, \\
a_{y\beta} &= -\frac{\lambda_y \nu q m_{y_1}^{\beta}}{\mu_y^2 p}, \quad a_{yн} = -\frac{\lambda_y \nu q m_{y_1}^{\delta_н}}{\mu_y^2 p},
\end{aligned}
\right\} \quad (1.4.8)
$$

$$a_{zz} = -\frac{\lambda_z \nu q l_z m_{z_1}^{\overline{\omega z_1}}}{\mu_z^2 p v}, \quad a_{z\dot{\alpha}} = -\frac{\lambda_z \nu q l_z m_{z_1}^{\bar{\dot{\alpha}}}}{\mu_z^2 p v},$$

$$a_{z\alpha} = -\frac{\lambda_z \nu q m_{z_1}^{\alpha}}{\mu_z^2 p}, \quad a_{z\text{в}} = -\frac{\lambda_z \nu q m_{z_1}^{\delta_\text{в}}}{\mu_z^2 p}.$$

Наконец, полагая в уравнениях (1.2.22) и (1.2.27) $\sin\alpha \approx \alpha$, $\operatorname{tg}\beta \approx \beta$, $\cos\alpha \approx \cos\beta \approx 1$ и пренебрегая произведениями малых величин, получим

$$\dot{\alpha} = \omega_{z_1} - \Omega_z, \quad \dot{\beta} = \omega_{y_1} - \Omega_y, \quad \Omega_x = \omega_{x_1}. \tag{1.4.9}$$

Для исследования процесса наведения управляемых ракет часто бывает удобно исключить из уравнений (1.4.4), (1.4.7) и (1.4.9) угловые скорости Ω_y, Ω_z, ω_{y_1}, ω_{z_1}. Для этого достаточно подставить выражения (1.4.4) в уравнения (1.4.9), решить их относительно ω_{y_1} и ω_{z_1} и подставить полученные выражения ω_{y_1} и ω_{z_1} в уравнения (1.4.7). В результате получим

$$\left.\begin{aligned} &\ddot{\alpha} + (a_{zz} + a_{z\dot{\alpha}} + A_\alpha)\dot{\alpha} + (a_{z\alpha} + a_{zz} A_\alpha + \dot{A}_\alpha)\alpha = \\ &\qquad = -a_{z\text{в}}\delta_\text{в} - a_{zz}\frac{g_y}{v} - \frac{d}{dt}\left(\frac{g_y}{v}\right), \\ &\ddot{\beta} + (a_{yy} + a_{y\dot{\beta}} + B_\beta)\dot{\beta} + (a_{y\beta} + a_{yy} B_\beta + \dot{B}_\beta)\beta = \\ &\qquad = -a_{y\text{н}}\delta_\text{н} + a_{yy}\frac{g_z}{v} + \frac{d}{dt}\left(\frac{g_z}{v}\right). \end{aligned}\right\} \tag{1.4.10}$$

Полагая для краткости

$$\left.\begin{aligned} &c_{\dot{\alpha}} = a_{zz} + a_{z\dot{\alpha}} + A_\alpha, \quad c_\alpha = a_{z\alpha} + a_{zz} A_\alpha + \dot{A}_\alpha, \quad c_\delta = a_{z\text{в}}, \\ &c_0 = -a_{zz}\frac{g_y}{v} - \frac{d}{dt}\left(\frac{g_y}{v}\right), \\ &c_{\dot{\beta}} = a_{yy} + a_{y\dot{\beta}} + B_\beta, \quad c_\beta = a_{y\beta} + a_{yy} B_\beta + \dot{B}_\beta, \quad c_\delta' = a_{y\text{н}}, \\ &c_0' = a_{yy}\frac{g_z}{v} + \frac{d}{dt}\left(\frac{g_z}{v}\right), \end{aligned}\right\} \tag{1.4.11}$$

можем коротко записать уравнения (1.4.10) в виде

$$\ddot{\alpha} + c_{\dot{\alpha}}\dot{\alpha} + c_\alpha \alpha = c_0 - c_\delta \delta_\text{в}, \tag{1.4.12}$$

$$\ddot{\beta} + c_{\dot{\beta}}\dot{\beta} + c_\beta \beta = c_0' - c_\delta' \delta_\text{н}. \tag{1.4.13}$$

Таким образом, движение крестокрылой ракеты, управляемой при помощи аэродинамических рулей, описывается уравне-

ниями (1.4.3), (1.4.4), (1.4.6), (1.4.12) и (1.4.13). Уравнение (1.4.3) определяет закон изменения скорости ракеты. Уравнения (1.4.4) определяют поперечные составляющие вектора **Ω**. Уравнение (1.4.6) описывает движение ракеты вокруг продольной оси Px_1. Уравнения (1.4.12) и (1.4.13) описывают движение ракеты относительно поперечных осей Pz_1 и Py_1 соответственно. Для исследования управления направлением полета ракеты существенное значение имеют только уравнения (1.4.6), (1.4.12) и (1.4.13). Уравнение (1.4.3) имеет существенное значение только для определения скорости ракеты как функции времени и для исследования процесса управления скоростью полета и тягой двигателей.

Формулы (1.4.5), (1.4.8) и (1.4.11) показывают, что при данной скорости ракеты v и данной плотности воздуха коэффициенты уравнений (1.4.6), (1.4.12) и (1.4.13) являются вполне определенными величинами. Поэтому из уравнений (1.4.6), (1.4.12) и (1.4.13) следует, что, с точки зрения теории автоматического управления, крестокрылую ракету, управляемую аэродинамическими рулями, можно рассматривать как совокупность независимых апериодического и двух колебательных звеньев ([1], § 2.6).

Апериодическое звено с постоянной времени $1/a_{xx}$ и коэффициентом усиления $-a_{xэ}/a_{xx}$ служит моделью ракеты в ее движении вокруг продольной оси Px_1. Входным сигналом этого звена является отклонение элеронов $\delta_э$, а выходным — угловая скорость ракеты ω_{x_1}. Колебательные звенья являются моделями ракеты в ее движении вокруг поперечных осей Pz_1 и Py_1. Входными сигналами этих звеньев являются отклонение руля высоты $\delta_в$ и отклонение руля направления $\delta_н$, а выходными — соответственно угол атаки α и угол скольжения β.

При исследовании процесса наведения обычно бывает удобно принять за выходные сигналы ракеты как объекта управления нормальные к траектории ее центра массы ускорения (т. е. управляющие ускорения) $v\Omega_z - g_y$ и $-v\Omega_y - g_z$. Из уравнений (1.4.4) следует, что переход от углов α и β к управляющим ускорениям осуществляется умножением на коэффициенты vA_α и $-vB_\beta$ соответственно. Поэтому в движении вокруг поперечных осей ракета как объект управления представляет собой два независимых последовательных соединения колебательных звеньев и безынерционных усилителей.

В заключение рассмотрим случайные аэродинамические возмущения, действующие на ракету. На основании изложенного в предыдущем параграфе для учета случайных аэродинамических возмущений достаточно заменить в выражениях аэродинамических коэффициентов (1.4.1) и (1.4.2) углы α, β и угловые скорости ω_{x_1}, ω_{y_1}, ω_{z_1} соответственно величинами $\alpha_в$, $\beta_в$, $\omega_{xв}$, $\omega_{yв}$, $\omega_{zв}$, которые определяются формулами (1.3.1) и (1.3.3). При этом в правых частях уравнений (1.4.4) добавятся соответствен-

но слагаемые

$$\frac{g c_y^\alpha q}{vp} \cdot \frac{W_y}{v}, \quad -\frac{g c_z^\beta q}{vp} \cdot \frac{W_z}{v},$$

а в правых частях уравнений (1.4.6) и (1.4.7) — соответственно слагаемые

$$\frac{\nu q l_x m_{x_1}^{\overline{\omega}_{x_1}}}{pv}\left(\frac{\partial W_{y_1}}{\partial z_1} - \frac{\partial W_{z_1}}{\partial y_1}\right),$$

$$\frac{\lambda_y \nu q}{\mu_y^2 p}\left[-m_{y_1}^\beta \frac{W_z}{v} + \frac{l_y m_{y_1}^{\overline{\omega}_{y_1}}}{v} \frac{\partial W_{z_1}}{\partial x_1} - \frac{l_y m_{y_1}^{\overline{\dot\beta}}}{v} \frac{d}{dt}\left(\frac{W_z}{v}\right)\right],$$

$$\frac{\lambda_z \nu q}{\mu_z^2 p}\left[m_{z_1}^\alpha \frac{W_y}{v} - \frac{l_z m_{y_1}^{\overline{\omega}_{z_1}}}{v} \frac{\partial W_{y_1}}{\partial x} + \frac{l_z m_z^{\overline{\dot\alpha}}}{v} \frac{d}{dt}\left(\frac{W_y}{v}\right)\right].$$

Добавляя указанные слагаемые к правым частям уравнений (1.4.4) и полагая для краткости

$$A'_\alpha = \frac{g q c_y^\alpha}{pv}, \quad B'_\beta = \frac{g q c_z^\beta}{pv}, \tag{1.4.14}$$

получим

$$\left.\begin{aligned} \Omega_z &= A_\alpha \alpha + A'_\alpha \frac{W_y}{v} + \frac{g_y}{v}, \\ \Omega_y &= B_\beta \beta - B'_\beta \frac{W_z}{v} - \frac{g_z}{v}. \end{aligned}\right\} \tag{1.4.15}$$

Добавляя указанные члены к правым частям уравнений (1.4.6) и (1.4.7), полагая вследствие малости углов α, β величины W_{y_1}, W_{z_1} равными соответственно W_y, W_z, а производные величин W_{y_1}, W_{z_1} по x_1, y_1, z_1 равными соответствующим производным величин W_y, W_z по x, y, z и пользуясь обозначениями (1.4.8), получим

$$\dot\omega_{x_1} + a_{xx}\omega_{x_1} = -a_{x\text{э}}\delta_\text{э} - a_{xx}\left(\frac{\partial W_y}{\partial z} - \frac{\partial W_z}{\partial y}\right), \tag{1.4.16}$$

$$\left.\begin{aligned} &\dot\omega_{y_1} + a_{yy}\omega_{y_1} + a_{y\dot\beta}\dot\beta + a_{y\beta}\beta = -a_{y\text{н}}\delta_\text{н} + a_{y\beta}\frac{W_z}{v} - \\ &\qquad - a_{yy}\frac{\partial W_z}{\partial x} + a_{y\dot\beta}\left(\frac{\dot W_z}{v} - \frac{\dot v W_z}{v^2}\right), \\ &\dot\omega_{z_1} + a_{zz}\omega_{z_1} + a_{z\dot\alpha}\dot\alpha + a_{z\alpha}\alpha = -a_{z\text{в}}\delta_\text{в} - a_{z\alpha}\frac{W_y}{v} + \\ &\qquad + a_{zz}\frac{\partial W_y}{\partial x} - a_{z\dot\alpha}\left(\frac{\dot W_y}{v} - \frac{\dot v W_y}{v^2}\right). \end{aligned}\right\} \tag{1.4.17}$$

Так как центр массы ракеты движется в направлении поточной оси Px, то малое перемещение dx вдоль оси Px можно заменить величиной vdt и принять *

$$\frac{\partial W_y}{\partial x}=\frac{\dot{W}_y}{v},\quad \frac{\partial W_z}{\partial x}=\frac{\dot{W}_z}{v}. \tag{1.4.18}$$

Исключая из уравнений (1.4.15) ,(1.4.17) и (1.4.9) угловые скорости Ω_y, Ω_z, ω_{y_1}, ω_{z_1}, принимая во внимание (1.4.18) и пользуясь обозначениями (1.4.11), получим

$$\ddot{\alpha}+c_{\dot{\alpha}}\dot{\alpha}+c_\alpha \alpha=c_0-c_\delta \delta_в-c_\alpha' \frac{W_y}{v}-c_{\dot{\alpha}}' \frac{\dot{W}_y}{v}, \tag{1.4.19}$$

$$\ddot{\beta}+c_{\dot{\beta}}\dot{\beta}+c_\beta \beta=c_0'-c_\delta' \delta_н+c_\beta' \frac{W_z}{v}+c_{\dot{\beta}}' \frac{\dot{W}}{v}, \tag{1.4.20}$$

где в дополнение к предыдущим обозначениям

$$\left.\begin{aligned}
c_\alpha' &= a_{z\alpha}+a_{zz}A_\alpha'+\dot{A}_\alpha'-A_\alpha' \frac{\dot{v}}{v}-a_{z\dot{\alpha}}\frac{\dot{v}}{v},\\
c_{\dot{\alpha}}' &= a_{z\dot{\alpha}}+A_\alpha'-a_{zz},\\
c_\beta' &= a_{y\beta}+a_{yy}B_\beta'+\dot{B}_\beta'-B_\beta' \frac{\dot{v}}{v}-a_{y\dot{\beta}}\frac{\dot{v}}{v},\\
c_{\dot{\beta}}' &= a_{y\dot{\beta}}+B_\beta'-a_{yy}.
\end{aligned}\right\} \tag{1.4.21}$$

На основании уравнения (1.4.19) и первого уравнения (1.4.15) ракету, рассматриваемую как объект управления по каналу руля высоты, и действующие на нее возмущения можно представить структурной схемой, изображенной на рис. 1.4.1 для случая постоянных коэффициентов уравнений (1.4.12) и (1.4.13) с указанием передаточных функций звеньев. Аналогичной схемой можно представить ракету, рассматриваемую как объект управления по каналу руля направления. На схеме рис. 1.4.1 показаны операторы звеньев схемы. В частности, показан оператор корпуса ракеты

$$A(p)=\frac{-c_\delta}{p^2+c_{\dot{\alpha}}p+c_\alpha}, \tag{1.4.22}$$

где $p=d/dt$ — оператор дифференцирования по времени. Ввиду того, что коэффициенты c_δ, c_α, $c_{\dot{\alpha}}$, как правило, изменяются при полете ракеты, т. е. являются функциями времени, оператор $A(p)$ нельзя понимать как оператор стационарного колебатель-

* Вектор скорости ветра в каждой данной точке пространства изменяется медленно. Поэтому его можно считать постоянным в интервале времени, в течение которого ракета пролетает расстояние, равное ее длине.

ного звена и нельзя заменить соответствующей передаточной функцией. Чтобы разобраться, как следует понимать запись оператора (1.4.22), обозначим суммарный входной сигнал колебательного звена, представляющего корпус ракеты, через $\delta_в'$ (рис. 1.4.1). Тогда мы можем переписать первое уравнение (1.4.19) в операторной форме следующим образом:

$$(p^2 + c_{\dot\alpha}\, p + c_\alpha)\,\alpha = -c_\delta\, \delta_в'. \qquad (1.4.23)$$

Разделив это уравнение формально на $p^2 + c_{\dot\alpha}\, p + c_\alpha$, можем представить его в виде

$$\alpha = \frac{-c_\delta}{p^2 + c_{\dot\alpha}\, p + c_\alpha}\, \delta_в' = A(p)\, \delta_в'. \qquad (1.4.24)$$

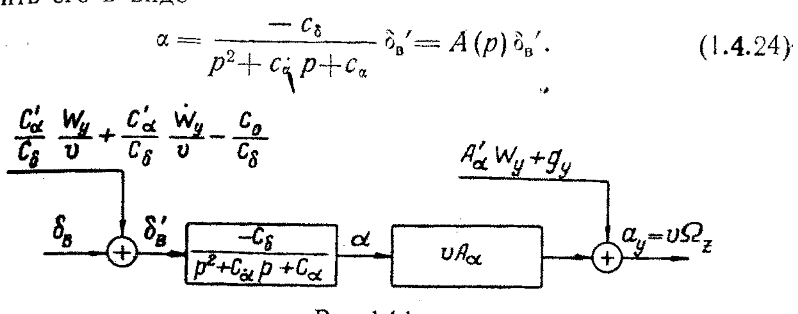


Рис. 1.4.1

Отсюда ясно, что символическую формулу (1.4.24) следует понимать как дифференциальное уравнение (1.4.23). И везде в дальнейшем мы будем выражать операторы как функции оператора дифференцирования, имея в виду, что формальные равенства типа (1.4.24) следует понимать как дифференциальные уравнения, которые получаются, если избавиться от оператора дифференцирования в знаменателе.

В случае, когда оба канала управления ракетой идентичны (т. е. когда оба крыла и обе пары рулей совершенно одинаковы),

$$c_z^\beta = c_y^\alpha,\ m_{y_1}^\beta = m_{z_1}^\alpha,\ m_{y_1}^{\overline{\omega}_{y_1}} = m_{z_1}^{\overline{\omega}_{z_1}},\ m_{y_1}^{\overline{\dot\beta}} = m_{z_1}^{\overline{\dot\alpha}},\ m_{y_1}^{\delta_н} = m_{z_1}^{\delta_в},\ l_y = l_z$$

и вследствие этого

$$B_\beta = A_\alpha,\ c_{\dot\beta} = c_{\dot\alpha},\ c_\beta = c_\alpha,\ c_\delta' = c_\delta,\ B_\beta' = A_\alpha',\ c_{\dot\beta}' = c_{\dot\alpha}',\ c_\beta' = c_\alpha'.$$

§ 1.5. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ КРЕСТОКРЫЛОЙ РАКЕТЫ С ПОВОРОТНЫМИ КРЫЛЬЯМИ

Формулы (1.4.1) для аэродинамических коэффициентов c_y и c_z учитывают подъемную и боковую силы ракеты в целом и не учитывают дополнительные подъемную и боковую силы, действующие на руль высоты и руль направления вследствие их поворота относительно корпуса ракеты. Для ракеты, управляемой при помощи аэродинамических рулей, это возможно вследствие малости площади рулей по сравнению с площадью крыльев. Для

ракеты, управляемой при помощи поворотных крыльев, дополнительная подъемная сила, возникающая вследствие поворота крыла относительно корпуса ракеты, имеет тот же порядок, что и подъемная сила, возникающая при повороте всей ракеты на угол атаки α. Поэтому формулы (1.4.1) для ракеты с поворотными крыльями должны быть заменены формулами

$$c_y = c_y^\alpha \alpha + c_y^\delta \delta_в, \quad c_z = c_z^\beta \beta + c_z^{\delta_н} \delta_н. \tag{1.5.1}$$

Формулы же (1.4.2) для моментных коэффициентов m_{x_1}, m_{y_1}, m_{z_1} справедливы и для ракеты, управляемой поворотными крыльями. Таким образом, для ракеты с поворотными крыльями остаются справедливыми уравнения (1.4.6) и (1.4.7), а уравнения (1.4.4) заменяются уравнениями

$$\left.\begin{aligned} \Omega_z &= A_\alpha \alpha + A_\delta \delta_в + \frac{g_y}{v}, \\ \Omega_y &= B_\beta \beta + B_\delta \delta_н - \frac{g_z}{v}, \end{aligned}\right\} \tag{1.5.2}$$

где в дополнение к обозначениям предыдущего параграфа

$$A_\delta = \frac{g\,q\,c_y^{\delta_в}}{pv}, \quad B_\delta = \frac{g\,q\,c_z^{\delta_н}}{pv}. \tag{1.5.3}$$

Исключая из уравнений (1.5.2), (1.4.7) и (1.4.9) угловые скорости совершенно так же, как в предыдущем параграфе, получим вместо уравнений (1.4.10):

$$\left.\begin{aligned} &\ddot\alpha + (a_{zz} + a_{z\dot\alpha} + A_\alpha)\dot\alpha + (a_{z\alpha} + a_{zz} A_\alpha + \dot A_\alpha)\alpha = \\ &= -(a_{zв} + \dot A_\delta)\delta_в - A_\delta \dot\delta_в - a_{zz}\frac{g_y}{v} - \frac{d}{dt}\left(\frac{g_y}{v}\right), \\ &\ddot\beta + (a_{yy} + a_{y\dot\beta} + B_\beta)\dot\beta + (a_{y\beta} + a_{yy} B_\beta + \dot B_\beta)\beta = \\ &= -(a_{yн} + \dot B_\delta)\delta_н - B_\delta \dot\delta_н + a_{yy}\frac{g_z}{v} + \frac{d}{dt}\left(\frac{g_z}{v}\right). \end{aligned}\right\} \tag{1.5.4}$$

Пользуясь обозначениями (1.4.11), кроме обозначений c_δ и c_δ', и полагая для ракеты с поворотными крыльями

$$c_\delta = a_{zв} + \dot A_\delta, \quad c_\delta' = a_{yн} + \dot B_\delta, \tag{1.5.5}$$

приведем уравнения (1.5.4) к виду

$$\ddot\alpha + c_{\dot\alpha}\dot\alpha + c_\alpha \alpha = c_0 - c_\delta \delta_в - A_\delta \dot\delta_в, \tag{1.5.6}$$

$$\ddot\beta + c_{\dot\beta}\dot\beta + c_\beta \beta = c_0' - c_\delta' \delta_н - B_\delta \dot\delta_н. \tag{1.5.7}$$

Уравнения (1.5.6) и (1.5.7) показывают, что, с точки зрения теории автоматического управления, ракету в ее движении вокруг поперечных осей можно рассматривать как два независимых последовательных соединения форсирующего звена первого порядка и колебательного звена. Входными сигналами при этом будут отклонения рулей $\delta_в$, $\delta_н$, а выходными — соответственно углы α, β.

Если за выходные сигналы ракеты, рассматриваемой как объект управления в ее движении вокруг поперечных осей, принять соответствующие управляющие ускорения $v\Omega_z - g_y$, $v\Omega_y + g_z$, то каждый из двух каналов управления можно представить как

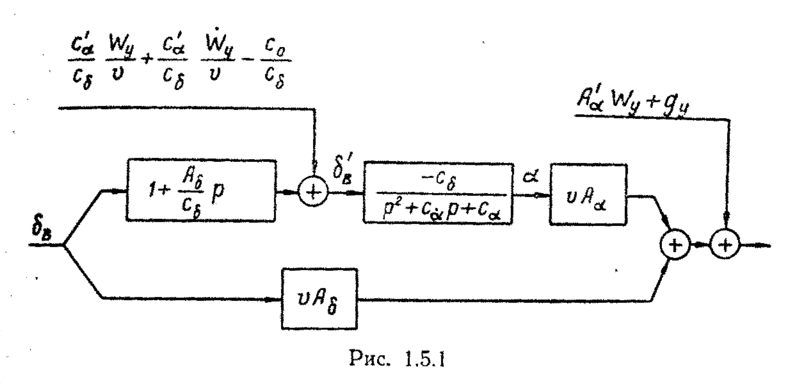


Рис. 1.5.1

параллельное соединение двух цепочек, одна из которых представляет собой последовательное соединение форсирующего звена первого порядка, колебательного звена и безынерционного усилителя, а другая содержит только один безынерционный усилитель. На рис. 1.5.1 представлена структурная схема одного канала управления ракеты с поворотными крыльями для случая постоянных коэффициентов уравнений (1.5.6) и (1.5.7) с указанием передаточных функций звеньев и коэффициентов усиления усилителей. На этой же схеме показаны случайные аэродинамические возмущения и систематические возмущения, вызываемые земным тяготением, действующие на ракету с поворотными крыльями. Читатель легко может сам убедиться в том, что эти возмущения ничем не отличаются от возмущений, действующих на ракету, управляемую аэродинамическими рулями.

Ракеты с поворотными крыльями во многих случаях целесообразно делать с большой статической устойчивостью, т. е. с большими по абсолютной величине коэффициентами m_y^β, m_z^α. В этом случае колебания ракеты вокруг поперечных осей будут высокочастотными (см. [1], § 2.6), и их влиянием на управляющие ускорения можно пренебречь. Тогда для вычисления средних медленно изменяющихся значений углов α, β можно будет пренебречь в уравнениях (1.5.6) и (1.5.7) производными медлен-

но изменяющихся величин α, β, $\delta_в$, $\delta_н$. В результате уравнения (1.5.6), (1.5.7) заменятся приближенными уравнениями

$$c_\alpha \alpha = c_0 - c_\delta \delta_в, \quad c_\beta \beta = c_0' - c_\delta' \delta_н. \qquad (1.5.8)$$

Эти уравнения представляют собой хорошо известные из аэродинамики летательных аппаратов балансировочные зависимости, определяющие равновесные значения углов α, β при заданных отклонениях рулей $\delta_в$, $\delta_н$ для статически устойчивой ракеты. Из уравнений (1.5.8) и (1.5.2) следует, что ракету с поворотными крыльями, обладающую большой статической устойчивостью, можно считать в ее движении по нормали к траектории двумя независимыми безынерционными усилителями с коэффициентами усиления, равными $v(A_\delta - A_\alpha c_\delta/c_\alpha)$ для канала высоты и $-v(B_\delta - B_\delta c_\delta'/c_\beta)$ для канала направления. При этом обычно оказывается возможным пренебречь углами α, β, так как вследствие близости центра давления крыльев к центру массы ракеты коэффициенты c_δ, c_δ' малы, в то время как при большой статической устойчивости ракеты коэффициенты c_α и c_β велики. В подобных случаях ракету с поворотными крыльями можно рассматривать как пару безынерционных усилителей с коэффициентами усиления vA_δ и $-vB_\delta$.

Заметим, что уравнениями (1.5.2), (1.5.6) и (1.5.7) можно пользоваться и для исследования процесса управления ракетой с аэродинамическими рулями в тех случаях, когда желательно учесть дополнительные аэродинамические силы, возникающие на рулях вследствие их поворота относительно корпуса ракеты.

§ 1.6. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ КРЫЛАТОЙ РАКЕТЫ САМОЛЕТНОЙ ФОРМЫ

Если крылатая ракета самолетной формы симметрична относительно плоскости Px_1z_1, то она принципиально не отличается от крестокрылой ракеты. Только коэффициент боковой силы c_z^β для такой ракеты значительно меньше коэффициента подъемной силы c_y^α. Поэтому динамические свойства ракеты самолетной формы, симметричной относительно плоскости Px_1z_1, описываются уравнениями § 1.4.

Однако ракета самолетной формы, как правило, несимметрична относительно плоскости Px_1z_1. В частности, вектор силы тяги двигателей может быть направлен в плоскости Px_1y_1 под некоторым углом к оси Px_1, вследствие чего момент тяги относительно оси Pz_1 не равен нулю. Поэтому в уравнениях движения ракеты необходимо сохранить члены, содержащие Φ_{y_1} и Ψ_{z_1}.

Кроме того, вследствие несимметрии ракеты подъемная сила и аэродинамический момент относительно оси Pz_1 при нулевом угле атаки могут существенно отличаться от нуля. И, наконец, при вращении ракеты вокруг оси Py_1 и при отклонении руля на-

правления возникают аэродинамические моменты относительно оси Px_1 и, наоборот, вращение ракеты вокруг оси Px_1 и отклонение элеронов вызывают аэродинамические моменты относительно оси Py_1. Все это необходимо учесть дополнительными членами в выражениях аэродинамических сил и моментов. Тогда получим для аэродинамических коэффициентов вместо (1.4.1) и (1.4.2) следующие выражения:

$$\left.\begin{aligned}
&c_y = c_y^0 + c_y^\alpha \alpha, \quad c_z = c_z^\beta \beta,\\
&m_{x_1} = m_{x_1}^{\delta_э} \delta_э + m_{x_1}^{\overline{\omega}_{x_1}} \frac{l_x \omega_{x_1}}{v} + m_{x_1}^{\overline{\omega}_{y_1}} \frac{l_y \omega_{y_1}}{v},\\
&m_{y_1} = m_{y_1}^{\beta} \beta + m_{y_1}^{\delta_н} \delta_н + m_{y_1}^{\delta_э} \delta_э + m_{y_1}^{\overline{\omega}_{y_1}} \frac{l_y \omega_{y_1}}{v} +\\
&\qquad + m_{y_1}^{\overline{\omega}_{x_1}} \frac{l_x \omega_{x_1}}{v} + m_{y_1}^{\bar{\dot\beta}} \frac{l_y \dot\beta}{v},\\
&m_{z_1} = m_{z_1}^0 + m_{z_1}^\alpha \alpha + m_{z_1}^{\delta_в} \delta_в + m_{z_1}^{\overline{\omega}_{z_1}} \frac{l_z \omega_{z_1}}{v} + m_{z_1}^{\bar{\dot\alpha}} \frac{l_z \dot\alpha}{v}.
\end{aligned}\right\} \quad (1.6.1)$$

Так как составляющая Φ_{y_1} ускорения силы тяги обычно мала по сравнению с Φ_{x_1}, то при малом угле атаки α уравнение (1.2.7), определяющее закон изменения скорости ракеты, может быть заменено приближенным уравнением (1.4.3).

Подставляя первые два выражения (1.6.1) в уравнения (1.2.8), полагая в них $\Phi_{z_1} = 0$ и считая по-прежнему углы α и β малыми, получим

$$\left.\begin{aligned}
&\Omega_z = A_0 + A_\alpha \alpha + \frac{g_y}{v},\\
&\Omega_y = B_\beta \beta - \frac{g_z}{v},
\end{aligned}\right\} \quad (1.6.2)$$

где в дополнение к обозначениям (1.4.5)

$$A_0 = \frac{1}{v}\left(\Phi_{y_1} + \frac{g}{p} c_y^0 q\right). \quad (1.6.3)$$

Подставляя последние три выражения (1.6.1) в уравнения (1.2.16), полагая в них $\Psi_{x_1} = \Psi_{y_1} = 0$ и считая величины α, β, ω_{x_1}, ω_{y_1}, ω_{z_1} малыми, получим

$$\left.\begin{aligned}
&\dot\omega_{x_1} + a_{xx} \omega_{x_1} + a_{xy} \omega_{y_1} = - a_{xэ} \delta_э - a_{xн} \delta_н,\\
&\dot\omega_{y_1} + a_{yy} \omega_{y_1} + a_{yx} \omega_{x_1} + a_{y\dot\beta} \dot\beta + a_{y\beta} \beta = - a_{yн} \delta_н - a_{yэ} \delta_э,\\
&\dot\omega_{z_1} + a_{zz} \omega_{z_1} + a_{z\dot\alpha} \dot\alpha + a_{z\alpha} \alpha = a_{z0} - a_{zв} \delta_в,
\end{aligned}\right\} \quad (1.6.4)$$

где в дополнение к обозначениям (1.4.8)

$$\left.\begin{aligned} a_{xy} &= -\frac{\nu q l_y m_{x_1}^{\overline{\omega}_{y_1}}}{pv}, \quad a_{x\text{н}} = -\frac{\nu q m_{x_1}^{\delta_\text{н}}}{p}, \\ a_{yx} &= -\frac{\lambda_y \nu q l_x m_{y_1}^{\overline{\omega}_{x_1}}}{\mu_y^2 pv}, \quad a_{y\text{э}} = -\frac{\lambda_y \nu q m_{y_1}^{\delta_\text{э}}}{\mu_y^2 p}, \\ a_{z0} &= \frac{\lambda_z \nu}{\mu_z^2}\left(\Psi_{z_1} + \frac{q}{p} m_{z_1}^0\right). \end{aligned}\right\} \quad (1.6.5)$$

Исключая из первого уравнения (1.4.9), первого уравнения (1.6.2) и последнего уравнения (1.6.4) угловые скорости Ω_z и ω_{z_1}, мы получим, как и в § 1.4, уравнение (1.4.12), где все коэффициенты c, кроме c_0, определяются формулами (1.4.11), а

$$c_0 = a_{z0} + a_{zz} A_0 + \dot{A}_0 - a_{zz}\frac{g_y}{v} - \frac{d}{dt}\left(\frac{g_y}{v}\right). \quad (1.6.6)$$

Исключая из второго уравнения (1.4.9), второго уравнения (1.6.2) и первых двух уравнений (1.6.4) угловые скорости Ω_y и ω_{y_1}, получим

$$\left.\begin{aligned} &\dot{\omega}_{x_1} + a_{xx}\omega_{x_1} + a_{xy}\dot{\beta} + c_\beta^*\beta = c_0'' - a_{x\text{э}}\delta_\text{э} - a_{x\text{н}}\delta_\text{н}, \\ &\ddot{\beta} + c_{\dot{\beta}}\dot{\beta} + c_\beta\beta + a_{yx}\omega_{x_1} = c_0' - a_{y\text{н}}\delta_\text{н} - a_{y\text{э}}\delta_\text{э}, \end{aligned}\right\} \quad (1.6.7)$$

где в дополнение к обозначениям § 1.4 положено

$$c_\beta^* = a_{xy} B_\beta, \quad c_0'' = a_{xy}\frac{g_z}{v}. \quad (1.6.8)$$

В частном случае крылатой ракеты, траектория которой близка к некоторой горизонтальной прямой (что характерно, например, для крылатых ракет классов «земля—земля» и «воздух—земля»), плоскость симметрии ракеты Px_1y_1 мало отклоняется от вертикальной плоскости. В этом случае можно считать $g_z = 0$ и, следовательно, $c_0' = c_0'' = 0$. Кроме того, вследствие малости углов ϑ и γ первое уравнение (1.2.25) дает $\omega_{x_1} = \dot{\gamma}$. Поэтому уравнения (1.6.7) для крылатой ракеты, полет которой мало отклоняется от прямолинейного горизонтального, принимают вид:

$$\left.\begin{aligned} &\ddot{\gamma} + a_{xx}\dot{\gamma} + a_{xy}\dot{\beta} + c_\beta^*\beta = -a_{x\text{э}}\delta_\text{э} - a_{x\text{н}}\delta_\text{н}, \\ &\ddot{\beta} + c_{\dot{\beta}}\dot{\beta} + c_\beta\beta + a_{yx}\dot{\gamma} = -a_{y\text{н}}\delta_\text{н} - a_{y\text{э}}\delta_\text{э}. \end{aligned}\right\} \quad (1.6.9)$$

Уравнения (1.6.2) для такой ракеты целесообразно заменить уравнениями, определяющими направление движения центра массы ракеты в земной системе координат, которую в этом случае целесообразно выбрать так, чтобы ось Py_g была вертикаль-

на. Направление полета ракеты, т. е. углы θ и φ, определяются первыми двумя уравнениями (1.2.26):

$$\left.\begin{aligned} \dot{\theta} &= \Omega_y \sin\chi + \Omega_z \cos\chi, \\ \dot{\varphi}\cos\theta &= \Omega_y \cos\chi - \Omega_z \sin\chi. \end{aligned}\right\} \qquad (1.6.10)$$

Подставляя в эти уравнения выражения (1.6.2) угловых скоростей Ω_y и Ω_z и принимая во внимание, что в случае вертикальной оси Py_g составляющие ускорения силы тяжести по осям поточной системы координат, согласно формулам (1.1.3), равны $-g\sin\theta$, $-g\cos\theta\cos\chi$, $g\cos\theta\sin\chi$, получим

$$\left.\begin{aligned} \dot{\theta} &= (A_0 + A_\alpha\alpha)\cos\chi + B_\beta\beta\sin\chi - \frac{g\cos\theta}{v}, \\ \dot{\varphi} &= B_\beta\beta\cos\chi - (A_0 + A_\alpha\alpha)\sin\chi. \end{aligned}\right\} \qquad (1.6.11)$$

Вследствие малости угла крена поточной системы координат χ произведения малых величин $\beta\sin\chi$ и $\alpha\sin\chi$ можно отбросить. Кроме того, можно принять $\cos\chi \approx \cos\theta \approx 1$. И, наконец, легко видеть, что при малых α, β, χ и θ угол крена поточной системы координат χ отличается от угла крена ракеты γ на величину второго порядка малости, вследствие чего можно принять $\sin\chi \approx \approx \sin\gamma \approx \gamma$. Поэтому уравнения (1.6.11) можно переписать в виде

$$\dot{\theta} = A_0 + A_\alpha\alpha - \frac{g}{v}, \qquad (1.6.12)$$

$$\dot{\varphi} = B_\beta\beta - A_0\gamma. \qquad (1.6.13)$$

Уравнения (1.4.12) и (1.6.12) описывают движение крылатой ракеты в вертикальной плоскости (продольное движение). Уравнения (1.6.9) и (1.6.13) описывают поперечное движение крылатой ракеты, полет которой близок к прямолинейному горизонтальному.

Совершенно так же, как в § 1.4, можно вывести уравнения движения ракеты с учетом случайных аэродинамических возмущений. Отличие будет лишь в том, что вместо формул (1.3.3) для ракеты самолетной формы придется воспользоваться формулами (1.3.2). При этом отличие от выкладок § 1.4 будет состоять лишь в том, что в первых двух уравнениях (1.6.4) появятся в правых частях дополнительные слагаемые, равные соответственно $-a_{xy}\dfrac{\partial W_{z_1}}{\partial x_1} \cong -a_{xy}\dfrac{\dot{W}_z}{v}$, $-a_{yx}\dfrac{\partial W_v}{\partial z}$. В результате получим уравнения

$$\ddot{\alpha} + c_{\dot{\alpha}}\dot{\alpha} + c_\alpha\alpha = c_0 - c_\delta\delta_в - c_\alpha'\frac{W_y}{v} - c_{\dot{\alpha}}'\frac{\dot{W}_y}{v}, \qquad (1.6.14)$$

$$\Omega_z = A_0 + A_\alpha\alpha + A_\alpha'\frac{W_y}{v} + \frac{g_y}{v} \qquad (1.6.15)$$

3*

для продольного канала управления и уравнения

$$\left.\begin{aligned}\dot{\omega}_{x_1}+a_{xx}\omega_{x_1}+a_{xy}\dot{\beta}+c_\beta^*\beta=c_0''-a_{x\text{э}}\delta_\text{э}-a_{x\text{н}}\delta_\text{н}-\\-a_{xx}\frac{\partial W_y}{\partial z}-a_{xy}\frac{\dot{W}_z}{v},\\ \ddot{\beta}+c_{\dot{\beta}}\dot{\beta}+c_\beta\beta+a_{yx}\omega_{x_1}=c_0'-a_{y\text{н}}\delta_\text{н}-a_{y\text{э}}\delta_\text{э}+\\+c_\beta'\frac{W_z}{v}+c_{\dot{\beta}}'\frac{\dot{W}_z}{v}-a_{yx}\frac{\partial W_y}{\partial z},\end{aligned}\right\}\quad(1.6.16)$$

$$\Omega_y=B_\beta\beta-B_\beta'\frac{W_z}{v}-\frac{g_z}{v}\qquad(1.6.17)$$

для поперечных каналов управления.

В случае полета крылатой ракеты, близкого к прямолинейному горизонтальному, уравнение (1.6.15) заменится уравнением

$$\dot{\theta}=A_0+A_\alpha\alpha-\frac{g}{v}+A_\alpha'\frac{W_y}{v},\qquad(1.6.18)$$

а уравнения (1.6.16) и (1.6.17) заменятся уравнениями

$$\left.\begin{aligned}\ddot{\gamma}+a_{xx}\dot{\gamma}+a_{xy}\dot{\beta}+c_\beta^*\beta=-a_{x\text{э}}\delta_\text{э}-a_{x\text{н}}\delta_\text{н}-\\-a_{xx}\frac{\partial W_y}{\partial z}-a_{xy}\frac{\dot{W}_z}{v},\\ \ddot{\beta}+c_{\dot{\beta}}\dot{\beta}+c_\beta\beta+a_{yx}\dot{\gamma}=-a_{y\text{н}}\delta_\text{н}-a_{y\text{э}}\delta_\text{э}+c_\beta'\frac{W_z}{v}+\\+c_{\dot{\beta}}'\frac{\dot{W}_z}{v}-a_{yx}\frac{\partial \dot{W}_y}{\partial z},\end{aligned}\right\}\quad(1.6.19)$$

$$\dot{\varphi}=B_\beta\beta-A_0\gamma-B_\beta'\frac{W_z}{v}.\qquad(1.6.20)$$

Если крылатая ракета самолетной формы не имеет руля направления, то во всех предыдущих уравнениях $\delta_\text{н}=0$.

Для ракеты с одноканальным управлением $\delta_\text{н}=0$, $\delta_\text{э}=\text{const}$ и, кроме того, если угловую скорость ракеты относительно продольной оси ω_{x_1} нельзя считать малой, то необходимо учесть еще гироскопический эффект, который выражается членами с произведениями $\omega_{x_1}\omega_{z_1}$ и $\omega_{x_1}\omega_{y_1}$ во втором и третьем уравнениях (1.2.16).

§ 1.7. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОЙ РАКЕТЫ

При движении ракеты в космосе аэродинамические силы и моменты не действуют на нее (или, при движении вблизи Земли или другой планеты, имеющей атмосферу, столь малы, что ими можно пренебречь). Математически это выражается тем, что для космической ракеты величина $q=\rho v^2/2$ в уравнениях движения (1.2.7), (1.2.8) и (1.2.16) равна нулю. Управление космической ракетой осуществляется путем изменения поперечных составляющих и моментов силы тяги, т. е. величин Φ_{y_1}, Φ_{z_1}, Ψ_{x_1}, Ψ_{y_1} и Ψ_{z_1}, которые играют в этом случае роль отклонений рулей. Что касается углов α, β, определяющих отклонение вектора скорости центра массы ракеты от ее продольной оси, то для космической ракеты они могут быть произвольными и их нельзя считать малыми.

Учитывая сказанное и считая угловые скорости ω_{x_1}, ω_{y_1}, ω_{z_1} малыми, получим для космической ракеты уравнения движения центра массы

$$\left.\begin{aligned} \dot{v} &= g_x + \Phi_{x_1}\cos\alpha\cos\beta - \Phi_{y_1}\sin\alpha\cos\beta + \Phi_{z_1}\sin\beta, \\ v\Omega_z &= g_y + \Phi_{x_1}\sin\alpha + \Phi_{y_1}\cos\alpha, \\ v\Omega_y &= -g_z + \Phi_{x_1}\cos\alpha\sin\beta - \Phi_{y_1}\sin\alpha\sin\beta - \Phi_{z_1}\cos\beta \end{aligned}\right\} \quad (1.7.1)$$

и уравнения движения относительно центра массы

$$\dot{\omega}_{x_1} = \nu\Psi_{x_1}, \quad \dot{\omega}_{y_1} = \frac{\lambda_y \nu}{\mu_y^2}\Psi_{y_1}, \quad \dot{\omega}_{z_1} = \frac{\lambda_z \nu}{\mu_z^2}. \quad (1.7.2)$$

К этим уравнениям следует добавить уравнения (1.2.22), определяющие закон изменения углов α и β:

$$\left.\begin{aligned} \dot{\alpha} &= (-\omega_{x_1}\cos\alpha + \omega_{y_1}\sin\alpha)\operatorname{tg}\beta + \omega_{z_1} - \frac{\Omega_z}{\cos\beta}, \\ \dot{\beta} &= \omega_{x_1}\sin\alpha + \omega_{y_1}\cos\alpha - \Omega_y. \end{aligned}\right\} \quad (1.7.3)$$

Подставляя в эти уравнения выражения Ω_z и Ω_y из второго и третьего уравнений (1.7.1), получим систему дифференциальных уравнений, определяющую вектор скорости космической ракеты в связанной с ней системе координат $Px_1y_1z_1$:

$$\left.\begin{aligned} \dot{v} &= g_x + \Phi_{x_1}\cos\alpha\cos\beta - \Phi_{y_1}\sin\alpha\cos\beta + \Phi_{z_1}\sin\beta, \\ \dot{\alpha} &= (-\omega_{x_1}\cos\alpha + \omega_{y_1}\sin\alpha)\operatorname{tg}\beta + \omega_{z_1} - \frac{1}{v\cos\beta}(g_y + \\ &\quad + \Phi_{x_1}\sin\alpha + \Phi_{y_1}\cos\alpha), \\ \dot{\beta} &= \omega_{x_1}\sin\alpha + \omega_{y_1}\cos\alpha + \frac{1}{v}(g_z - \Phi_{x_1}\cos\alpha\sin\beta + \\ &\quad + \Phi_{y_1}\sin\alpha\sin\beta + \Phi_{z_1}\cos\beta). \end{aligned}\right\} \quad (1.7.4)$$

Уравнения (1.7.2) и (1.7.4) полностью определяют динамику космической ракеты.

Управление космической ракетой можно производить либо в декартовой, либо в полярной системе координат. Управление в декартовой системе координат осуществляется изменением двух поперечных составляющих ускорения силы тяги Φ_{y_1}, Φ_{z_1}. В этом случае управление движением ракеты относительно центра массы применяется для обеспечения заданного направления осей ракеты в пространстве. Управление в полярной системе координат производится изменением одной поперечной составляющей ускорения силы тяги Φ_{y_1} при $\Phi_{z_1}=0$ и поворота ракеты на заданный угол вокруг продольной оси Px_1 путем изменения величины Ψ_{x_1}. В этом случае управление движением ракеты вокруг осей Py_1 и Pz_1 путем изменения Ψ_{y_1}. Ψ_{z_1} производится с целью обеспечения заданного направления продольной оси ракеты в пространстве.

Самонаводящуюся космическую ракету часто целесообразно стабилизировать так, чтобы ее продольная ось все время была направлена на цель. В этом случае для ракеты с управлением в декартовой системе координат можно считать угловые скорости ω_{x_1}, ω_{y_1}, ω_{z_1} практически равными нулю по сравнению с угловыми скоростями Ω_y, Ω_z вектора скорости ракеты и заменить уравнения (1.7.4) приближенными уравнениями

$$\left.\begin{aligned}
\dot{v} &= g_x + \Phi_{x_1}\cos\alpha\cos\beta - \Phi_{y_1}\sin\alpha\cos\beta + \Phi_{z_1}\sin\beta,\\
\dot{\alpha} &= -\frac{1}{v\cos\beta}(g_y + \Phi_{x_1}\sin\alpha + \Phi_{y_1}\cos\alpha),\\
\dot{\beta} &= \frac{1}{v}(g_z - \Phi_{x_1}\cos\alpha\sin\beta + \Phi_{y_1}\sin\alpha\sin\beta + \Phi_{z_1}\cos\beta).
\end{aligned}\right\} \quad (1.7.5)$$

Для самонаводящейся космической ракеты с управлением в полярной системе координат, стабилизированной продольной осью в направлении на цель, ω_{y_1}, ω_{z_1} можно считать практически равными нулю по сравнению с Ω_y, Ω_z. Тогда, полагая в уравнениях (1.7.4) $\Phi_{z_1}=0$, получим

$$\left.\begin{aligned}
\dot{v} &= g_x + \Phi_{x_1}\cos\alpha\cos\beta - \Phi_{y_1}\sin\alpha\cos\beta,\\
\dot{\alpha} &= -\omega_{x_1}\cos\alpha\,\mathrm{tg}\,\beta - \frac{1}{v\cos\beta}(g_y+\Phi_{x_1}\sin\alpha+\Phi_{y_1}\cos\alpha),\\
\dot{\beta} &= \omega_{x_1}\sin\alpha + \frac{1}{v}(g_z - \Phi_{x_1}\cos\alpha\sin\beta + \Phi_{y_1}\sin\alpha\sin\beta).
\end{aligned}\right\} \quad (1.7.6)$$

Таким образом, вектор скорости центра массы космической ракеты с полярным управлением, стабилизированной продольной осью в направлении на цель, определяется уравнениями (1.7.6) и первым уравнением (1.7.2). Остальные два уравнения (1.7.2) описывают процесс стабилизации продольной оси ракеты.

Глава 2

ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ УПРАВЛЕНИЯ РАКЕТАМИ

§ 2.1. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ НАВЕДЕНИЯ РАКЕТЫ НА ЦЕЛЬ

В соответствии с общими положениями теории автоматического управления [1] процесс управления полетом ракеты включает получение информации о цели управления и о поведении ракеты (т. е. о результатах управления), обработку этой информации и формирование управляющих сигналов для рулей ракеты (аэродинамических или газовых) и приведение рулей в действие в соответствии с управляющими сигналами. Так, например, летчик, управляющий полетом самолета, получает информацию о цели управления в виде заданного маршрута и профиля полета по высоте. Информацию о фактическом полете самолета и его состоянии в каждый данный момент времени он получает, ориентируясь по земным предметам или по приборам. На основе анализа этой информации он принимает решение об управляющих действиях, его мозг вырабатывает управляющие сигналы и в соответствии с этим он приводит в действие рули самолета.

Для обеспечения автоматического управления полетом ракеты информацию о цели управления можно вводить либо заранее, перед пуском ракеты, в виде заданной траектории полета относительно Земли, либо при помощи локатора, установленного на ракете, либо путем передачи на ракету информации о цели от внешнего локатора (командного пункта), который может находиться на наземной установке (неподвижной или движущейся), на корабле, на самолете или на космическом летательном аппарате.

Системы управления полетом ракет, которые получают информацию о цели управления только заранее перед пуском и не получают дополнительной информации о цели управления во время полета ракеты, называются *автономными*.

Системы управления полетом ракет, получающие информацию о цели управления от локатора, установленного на самой ракете, называются *системами самонаведения**. Локатор, вводя-

* Целью управления в данном случае является наведение на некоторый объект противника (цель), информация о котором вводится в систему управления локатором. Эту информацию мы и называем здесь информацией о цели управления.

щий в систему самонаведения информацию о цели, называется *координатором цели.*

Системы управления полетом ракет, получающие информацию о цели управления от внешнего локатора, установленного на командном пункте, называются *системами телеуправления.*

Координатор цели в системе самонаведения измеряет координаты цели относительно ракеты, т. е. дает одновременно информацию о цели управления и часть информации о состоянии и движении ракеты (а именно, информацию о движении ракеты относительно цели). Другая часть информации о состоянии и движении ракеты вводится в систему самонаведения при помощи специальных датчиков, измеряющих некоторые элементы движения ракеты. Чаще всего применяются измерители составляющих угловой скорости ракеты ω_{x_1}, ω_{y_1}, ω_{z_1}, составляющих ускорения ее центра массы, углов ϑ, ψ, γ, определяющих ориентацию осей ракеты, и углов отклонения рулей ракеты $\delta_в$, $\delta_н$, $\delta_э$.

Измерение составляющих угловой скорости вводится главным образом для обеспечения демпфирования колебаний ракеты относительно центра массы. Измерение поперечных составляющих ускорения ракеты вводится для стабилизации динамических характеристик ракеты с помощью соответствующих обратных связей в широком диапазоне условий полета (см. [1], § 12.2). С этой же целью можно применить обратные связи по шарнирным моментам рулей.

Для ввода в систему телеуправления информации о состоянии и движении ракеты необходимо измерять координаты ракеты. В зависимости от типа системы управления координаты ракеты можно измерять или с помощью специального локатора, установленного на командном пункте, или с помощью того же локатора, который измеряет координаты цели, или с помощью установленных на ракете измерителей, определяющих координаты ракеты относительно луча локатора, дающего информацию о цели. Дополнительная информация о состоянии и движении ракеты вводится в систему телеуправления так же, как в систему самонаведения, специальными датчиками.

Для ввода информации о состоянии и движении ракеты в автономную систему управления используются различные измерители, определяющие положение и элементы движения ракеты.

В соответствии с общими положениями теории автоматического управления в систему управления полетом ракеты необходимо ввести устройства, осуществляющие обработку информации о цели и о результатах управления и определяющие *параметры управления,* т. е. величины, характеризующие отклонение полета ракеты от заданного режима, и устройства, преобразующие параметры управления и формирующие управляющие сигналы в зависимости от параметров управления и выходных сигналов других измерителей, входящих в систему управления. Эти устройства представляют собой совокупность усилителей сигна-

лов датчиков и различных функциональных преобразователей, в число которых могут входить и вычислительные устройства, в частности, цифровые.

Наконец, система управления полетом ракеты должна содержать исполнительные устройства — рулевые машины, приводящие в действие рули ракеты в соответствии с управляющими сигналами.

Конечной целью управления полетом ракеты в большинстве случаев является поражение какого-либо объекта противника (цели) или доставка ракеты к какому-либо объекту (который также всегда можно назвать целью). Для поражения цели лучше всего попасть в нее ракетой, т. е. добиться столкновения ракеты с целью (прямого попадания). Поэтому управлять ракетой нужно стремиться так, чтобы обеспечить ее попадание в цель *.

С точки зрения механики, для обеспечения попадания ракеты в цель необходимо наложить на ее движение некоторую связь. Так, например, можно потребовать, чтобы ракета сближалась с целью по некоторой кривой (постоянной или изменяющейся), проходящей в каждый момент времени через цель (т. е. связанной с целью). В этом случае связь, накладываемая на движение ракеты для обеспечения ее попадания в цель, описывается двумя скалярными уравнениями, связывающими координаты ракеты и цели. Очевидно, что так как направление движения ракеты, т. е. направление вектора скорости ее центра массы в пространстве, определяется двумя величинами, например, углами φ и θ, то и в общем случае для обеспечения попадания ракеты в цель следует подчинить ее движение связи, которая выражается двумя скалярными уравнениями. Чтобы обеспечить пространственную управляемость ракеты и возможность подчинить ее движение связи, которая выражается двумя скалярными уравнениями, достаточно снабдить ракету двумя рулями, например, рулем высоты и рулем направления или рулем высоты и элеронами (рулем крена). Однако в некоторых случаях требование конструктивной целесообразности системы управления вынуждает конструкторов наложить дополнительные связи на движение ракеты относительно ее центра массы. Для обеспечения полной управляемости движением летательного аппарата относительно центра массы необходимы три руля, создающие моменты относительно трех связанных осей. В соответствии с этим управляемые ракеты часто (а самолеты всегда) снабжаются тремя рулями (высоты, направления и крена). Связи, определяющие направление вектора скорости ракеты, мы будем называть основными, а все остальные — дополнительными.

* Здесь и в дальнейшем, говоря о попадании ракеты в цель, мы всегда подразумеваем попадание центра массы ракеты в некоторую фиксированную точку цели. Иными словами, считаем ракету и цель точками.

Для решения некоторых задач управления необходимо еще управлять скоростью полета. Такими задачами являются, например, управление самолетом или ракетой во время взлета и посадки, а также задача вывода ракеты в заданную точку пространства с заданным вектором скорости. Последняя задача характерна для ракет, совершающих в течение значительного времени баллистический полет (т. е. неуправляемый полет с неработающими двигателями), например, для баллистических ракет и для космических кораблей. В соответствии с этим на баллистических ракетах и космических летательных аппаратах, а также на самолетах устанавливаются двигатели с регулируемой тягой.

Для решения задач управления полетом ракеты, имеющей больше двух органов управления (например, три руля и регулируемую тягу), необходимо подчинить движение ракеты соответствующим дополнительным связям.

Одной из форм дополнительной связи может быть, например, требование координации разворота, т. е. требование, чтобы система управления стремилась удерживать равнодействующую действующих на снаряд сил инерции и силы веса в плоскости симметрии ракеты. Требование координации разворота обычно предъявляется к системам управления полетом самолета, для чего самолет и оборудуется тремя рулями вместо необходимых двух. Другими формами дополнительной связи, накладываемой на движение ракеты, управляемой при помощи рулей высоты, поворота и крена (элеронов), является требование плоского разворота или требование равенства нулю угловой скорости снаряда относительно его продольной оси. Требование плоского разворота состоит в том, чтобы система управления стремилась обеспечить параллельность одной из поперечных осей ракеты заданной неподвижной плоскости (например, горизонтальной или вертикальной). Требование равенства нулю угловой скорости ракеты относительно ее продольной оси состоит, очевидно, в том, что система управления должна стремиться все время поддерживать угловую скорость ракеты относительно ее продольной оси равной нулю.

Задачей управления скоростью ракеты (или самолета) может быть обеспечение заданной скорости ее сближения с целью или обеспечение заданной зависимости скорости ракеты от времени, а может быть и от других элементов ее движения. Требование определенной зависимости скорости ракеты или ее скорости сближения с целью от времени и других величин является дополнительной связью, обеспечивающей управление тягой двигателей.

Таким образом, основным принципом наведения управляемых ракет является стремление наложить на ее движение определенные связи, точное выполнение которых обеспечивает решение задач управления.

В действительности, вследствие инерционности ракеты и элементов системы управления, а также вследствие действия различных возмущений, движение ракеты никогда не будет точно подчинено заданным связям, а будет всегда отклоняться от них. Поэтому в дальнейшем, говоря о связях, накладываемых на движение ракеты, мы будем называть их *идеальными связями*.

Любые величины, определяющие отклонение движения ракеты от идеальных связей, могут быть приняты за параметры управления. Основной задачей любой системы управления полетом ракеты является обеспечение минимальных достижимых отклонений движения ракеты от идеальных связей вблизи цели.

Задание идеальных связей и выбор величин, определяющих отклонение от них движения ракеты, — параметров управления — определяют *алгоритм* обработки информации о цели управления и о поведении ракеты в системе управления.

§ 2.2. МЕТОДЫ НАВЕДЕНИЯ И ПАРАМЕТРЫ УПРАВЛЕНИЯ

Для систем управления, обеспечивающих наведение управляемых ракет в течение всего времени их полета (кроме, может быть, небольшого интервала времени непосредственно после старта), имеет значение понятие метода наведения. *Методом наведения* называется такая организация управления полетом ракеты, которая принципиально обеспечивает попадание ракеты в цель.

Каждая пара скалярных уравнений, выражающих идеальную связь, накладываемую на движение ракеты для обеспечения ее попадания в цель, определяет метод наведения. Наоборот, задание метода наведения означает задание двух скалярных уравнений идеальной связи, накладываемой на движение ракеты.

Согласно данному определению, метод наведения обеспечивает управление направлением вектора скорости ракеты. Для большей части управляемых летательных аппаратов каналы управления направлением вектора скорости являются основными.

Рассмотрим общую форму уравнений метода наведения (идеальной связи) для самонаводящейся ракеты.

Так как координатор цели в системе самонаведения определяет положение цели относительно ракеты, то взаимное положение ракеты и цели целесообразно характеризовать радиусом-вектором $\boldsymbol{D}$ цели относительно центра массы ракеты P (рис. 2.2.1), который мы будем называть вектором дальности.

Связь, обеспечивающая попадание ракеты в цель, может быть наложена на направление ее вектора скорости или непосредственно или косвенно. Для подчинения направления вектора скорости ракеты связи, накладываемой на него непосредственно, необходимо определять в системе управления направление вектора скорости ракеты, что представляет большие технические

трудности. Поэтому приходится прибегать к управлению направлением вектора скорости с помощью косвенных связей, которые проще реализуются технически. Такими косвенными связями могут служить связи, накладываемые на ось ракеты, и связи, накладываемые на вектор дальности.

Легко сообразить, что при аэродинамическом управлении ось ракеты не может значительно отклоняться от направления ее вектора скорости. Особенно это относится к ракетам с поворотными крыльями и с высокой статической устойчивостью, у которых, как мы видели в § 1.5, ось ракеты можно считать практически совпадающей с направлением ее вектора скорости. Поэтому, накладывая связь на ось ракеты с аэродинамическим управлением, можно управлять направлением ее вектора скорости, хотя и косвенно, но весьма эффективно.

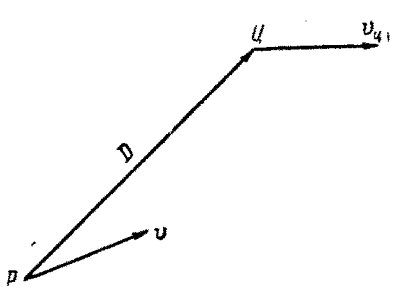


Рис. 2.2.1

Для подчинения вектора дальности определенной связи необходимо, чтобы вектор скорости ракеты имел в каждый данный момент вполне определенное направление. Поэтому наложение связи на вектор дальности также позволяет косвенно управлять направлением вектора скорости ракеты.

Связь, накладываемая непосредственно на направление вектора скорости ракеты, в общем случае выражается двумя скалярными уравнениями вида

$$F_1(\boldsymbol{D}, \boldsymbol{v}, t) = 0, \quad F_2(\boldsymbol{D}, \boldsymbol{v}, t) = 0. \qquad (2.2.1)$$

В эти уравнения, кроме вектора скорости $\boldsymbol{v}$, входит также вектор дальности $\boldsymbol{D}$, так как для обеспечения попадания ракеты в цель необходимо задать направление ее вектора скорости относительно направления на цель, т. е. относительно направления вектора дальности $\boldsymbol{D}$. При этом, как правило, в уравнения (2.2.1) входят только углы, определяющие направление вектора $\boldsymbol{v}$ относительно вектора $\boldsymbol{D}$.

Связь, накладываемая на ось ракеты (точнее — на направление оси ракеты относительно направления на цель), в общем случае выражается двумя скалярными уравнениями вида

$$F_1(\boldsymbol{D}, x_1^0, t) = 0, \quad F_2(\boldsymbol{D}, x_1^0, t) = 0. \qquad (2.2.2)$$

Наконец, связь, накладываемая на вектор дальности, в общем случае выражается двумя скалярными уравнениями

$$F_1(\boldsymbol{D}, t) = 0, \quad F_2(\boldsymbol{D}, t) = 0 \qquad (2.2.3)$$

В уравнения (2.2.2) и (2.2.3) обычно входят только углы, определяющие направление вектора $\boldsymbol{D}$.

Легко понять, что, продифференцировав уравнения (2.2.3) сполна по времени t, можно привести их к виду (2.2.1). Это доказывает, что наложение связи на вектор дальности обеспечивает в то же время и косвенное наложение связи на направление вектора скорости ракеты.

Таким образом, уравнения идеальной связи или, что одно и то же, уравнения метода наведения для самонаводящихся ракет могут иметь вид (2.2.1), или (2.2.2), или (2.2.3).

В наиболее общем случае уравнения метода наведения для самонаводящейся ракеты могут быть записаны в форме

$$F_1(\boldsymbol{D}, \boldsymbol{x}_1^0, \boldsymbol{v}, t) = 0, \quad F_2(\boldsymbol{D}, \boldsymbol{x}_1^0, \boldsymbol{v}, t) = 0. \qquad (2.2.4)$$

Уравнения (2.2.1), (2.2.2) и (2.2.3) являются частными случаями уравнений (2.2.4), когда функции F_1 и F_2 не зависят от некоторых из аргументов.

Функции F_1 и F_2 в уравнениях (2.2.1) — (2.2.4) теоретически должны удовлетворять лишь одному условию: при точном выполнении равенств (2.2.4) ракета должна попасть в цель, независимо от того, в какой момент времени она подойдет к цели. Аналитически это условие можно выразить тождествами

$$F_1(0, \boldsymbol{x}_1^0, \boldsymbol{v}, t) \overset{t}{\equiv} 0, \quad F_2(0, \boldsymbol{x}_1^0, \boldsymbol{v}, t) \overset{t}{\equiv} 0, \qquad (2.2.5)$$

где значок t над знаком тождества выражает, что равенства должны быть тождествами относительно t, но отнюдь не относительно векторов $\boldsymbol{x}_1^0$ и $\boldsymbol{v}$. Тождества (2.2.5) выражают, что нулевое значение вектора дальности должно удовлетворять уравнениям идеальной связи в любой момент времени t в некотором интервале значений t, в течение которого ракета находится вблизи цели (подходит к цели) при соответственно выбранных направлениях векторов $\boldsymbol{x}_1^0$ и $\boldsymbol{v}$.

В системе телеуправления положение цели и ракеты определяется в системе координат, связанной с командным пунктом. Поэтому уравнения метода наведения при телеуправлении должны связывать координаты цели и ракеты относительно командного пункта. Положение цели *Ц* и ракеты *Р* относительно командного пункта определяется радиусами-векторами $\boldsymbol{D}_{\text{ц}}$ и $\boldsymbol{D}_{\text{р}}$, которые будем называть соответственно вектором дальности цели и вектором дальности ракеты (рис. 2.2.2).

Метод наведения при телеуправлении можно выразить двумя скалярными уравнениями вида

$$F_1\{\boldsymbol{D}_{\text{р}}, \boldsymbol{D}_{\text{ц}}, t\} = 0, \quad F_2\{\boldsymbol{D}_{\text{р}}, \boldsymbol{D}_{\text{ц}}, t\} = 0, \qquad (2.2.6)$$

где функции F_1 и F_2 могут также зависеть и от производных и интегралов векторов $\boldsymbol{D}_{\text{р}}$ и $\boldsymbol{D}_{\text{ц}}$ или могут быть заданы какими-либо функциональными уравнениями, т. е. могут быть операторами от $\boldsymbol{D}_{\text{р}}$, $\boldsymbol{D}_{\text{ц}}$. Чтобы отразить это обстоятельство, мы заклю-

чили аргументы функций F_1 и F_2 в фигурные скобки. В тех случаях, когда функции F_1 и F_2 зависят только от текущих значений векторов $\boldsymbol{D}_\text{р}$, $\boldsymbol{D}_\text{ц}$, мы будем пользоваться общепринятыми круглыми скобками.

Заметим, что и в случае самонаведения функции F_1 и F_2 в уравнениях (2.2.4) теоретически могут быть любыми операторами от векторов $\boldsymbol{D}$, $\boldsymbol{x}_1{}^0$, $\boldsymbol{v}$, т. е. могут зависеть не только от их текущих значений, но и от всего закона их изменения до данного момента t. Однако практическое осуществление методов наведения, соответствующих таким идеальным связям, требует применения сложных вычислительных устройств. В системах самонаведения это сопряжено с большими трудностями, так как установка на борт ракеты вычислительной машины увеличивает вес и габариты системы управления, усложняет ее и повышает ее стоимость, что в большинстве случаев нецелесообразно. Возможности применения вычислительных машин в системах телеуправления значительно шире, так как установка вычислительной машины на командном пункте не связана с усложнением и увеличением веса и габаритов бортовой системы управления ракеты.

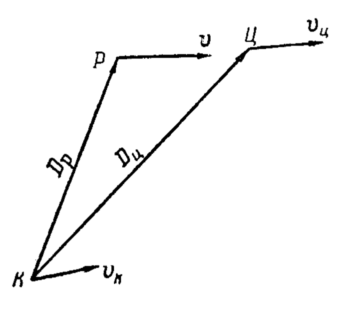


Рис. 2.2.2

Обычно при телеуправлении идеальные связи накладываются только на координаты ракеты. Поэтому мы не включили в число аргументов функций F_1 и F_2 векторы $\boldsymbol{x}_1{}^0$ и $\boldsymbol{v}$. В случае, когда в систему телеуправления включена телеметрическая аппаратура, дающая на командный пункт информацию о положении осей ракеты и ее ускорении, или аппаратура для вычисления составляющих вектора $\boldsymbol{v}$, в уравнения метода наведения могут входить и векторы $\boldsymbol{x}_1{}^0$ и $\boldsymbol{v}$. В этом случае в число аргументов функций F_1 и F_2 следует дополнительно ввести $\boldsymbol{x}_1{}^0$ и $\boldsymbol{v}$.

Функции F_1 и F_2 в уравнениях (2.2.6) теоретически должны удовлетворять лишь одному условию: при точном выполнении равенств (2.2.6) должно быть обеспечено попадание ракеты в цель, независимо от того, в какой момент времени t она подойдет к цели. В частном случае, когда функции F_1 и F_2 зависят только от текущих значений векторов $\boldsymbol{D}_\text{р}$ и $\boldsymbol{D}_\text{ц}$ в момент t, это условие аналитически выражается тождествами

$$F_1(\boldsymbol{D}_\text{ц}, \boldsymbol{D}_\text{ц}, t) \overset{t}{\equiv} 0, \quad F_2(\boldsymbol{D}_\text{ц}, \boldsymbol{D}_\text{ц}, t) \overset{t}{\equiv} 0. \qquad (2.2.7)$$

В этом случае уравнения (2.2.6) и условия (2.2.7) определяют в пространстве некоторую кривую, проходящую через цель и изменяющуюся с течением времени. Условие обеспечения попадания ракеты в цель в этом случае сводится к требованию, чтобы

ракета в любой момент времени находилась на определяемой уравнениями (2.2.6) кривой.

При автономном управлении полетом ракеты метод наведения может быть задан различными способами. Метод наведения автономно управляемой крылатой ракеты может быть задан в виде определенной траектории относительно земной поверхности (ортодромии, локсодромии и т. д.). Метод наведения космической ракеты может быть задан в виде траектории в космическом пространстве. Метод наведения баллистической ракеты с автономным управлением в вертикальной плоскости может быть задан в виде определенного закона изменения угла тангажа или в виде определенной траектории относительно земной поверхности.

Во всех случаях метод наведения аналитически можно выразить двумя скалярными уравнениями идеальной связи в виде равенства нулю двух функций F_1, F_2, аргументами которых являются величины, определяющие положение ракеты (и, может быть, также их производные, интегралы или результаты других операций анализа) в соответствующей системе координат.

В качестве параметров управления в каналах управления направлением вектора скорости ракеты можно выбрать любые величины, определяющие отклонение от нуля функций F_1 и F_2, соответствующих принятому методу наведения. В частности, за параметры управления можно принять сами функции F_1 и F_2:

$$\Delta_1 = F_1, \quad \Delta_2 = F_2. \qquad (2.2.8)$$

В общем случае параметры управления будут некоторыми функциями значений функций F_1 и F_2:

$$\Delta_1 = \Phi_1(F_1, F_2), \quad \Delta_2 = \Phi_2(F_1, F_2). \qquad (2.2.9)$$

Эти функции должны удовлетворять двум условиям.

Во-первых, они должны быть равны нулю при точном выполнении идеальных связей:

$$\Phi_1(0, 0) = \Phi_2(0, 0) = 0. \qquad (2.2.10)$$

Во-вторых, они должны изменять знак при изменении направления отклонения движения ракеты от идеальной связи на противоположное. Любые функции Φ_1, Φ_2, удовлетворяющие этим двум условиям, могут быть приняты за параметры управления.

Выбор метода наведения, т. е. функций F_1 и F_2 и функций Φ_1 и Φ_2, определяет состав измерительных, вычислительных и функциональных устройств системы управления, формирующих параметры управления.

Мы видели, что для достижения основной цели управления — наведения ракеты на цель — на функции F_1 и F_2, определяющие

метод наведения, необходимо наложить только одно ограничение — потребовать, чтобы точное выполнение тождественного равенства их нулю обеспечивало попадание ракеты в цель. Однако практически на функции F_1 и F_2, а также на функции Φ_1 и Φ_2 необходимо наложить еще одно ограничение, связанное с возможностью и целесообразностью конструктивного осуществления системы управления. А именно, необходимо, чтобы функции F_1 и F_2, Φ_1 и Φ_2 могли быть достаточно просто и достаточно точно определены измерителями и счетно-решающей аппаратурой, которую можно применить в системе управления при условии достаточной простоты и эксплуатационной надежности всей системы управления. В остальном функции F_1 и F_2, Φ_1 и Φ_2, могут быть совершенно произвольными. Отсюда следует, что можно предположить бесчисленное множество различных методов наведения и что всегда существует неограниченная возможность изобретать все новые и новые методы наведения, отличающиеся от известных ранее. Правда,условие возможности создания достаточно простой, точной и надежной аппаратуры, обеспечивающей автоматическое определение соответствующих функций F_1 и F_2, Φ_1 и Φ_2, весьма сильно ограничивает практические возможности разработки новых методов наведения. Еще труднее разработать метод наведения, который был бы в известном отношении лучше уже известных. Тем не менее возможности разработки новых методов наведения остаются неограниченными. Особенно широкие возможности разработки новых методов наведения появляются с применением в системах управления электронной вычислительной техники, которая открывает перспективу значительного расширения и усложнения функций счетно-решающей аппаратуры, используемой в системе управления.

Если, кроме двух каналов управления направлением полета, система управления имеет дополнительные каналы управления, то необходимо ввести и соответствующие дополнительные параметры управления. В качестве таких дополнительных параметров управления обычно принимают отклонения соответствующих элементов движения от заданных значений. Так, например, для канала управления по крену при стабилизации одной из поперечных осей ракеты параллельно заданной плоскости за параметр управления принимают угол крена ракеты относительно заданной плоскости γ. При стабилизации ракеты относительно продольной оси по угловой скорости за параметр управления в канале управления по крену принимают угловую скорость ракеты относительно продольной оси ω_{x_1}. За параметр управления в канале управления тягой двигателей обычно принимают отклонение скорости ракеты или скорости ее сближения с целью от заданного (программного) значения.

На основании изложенного, мы не будем в дальнейшем вводить специальных обозначений для параметров управления, со-

Глава 3

МЕТОДЫ НАВЕДЕНИЯ САМОНАВОДЯЩИХСЯ РАКЕТ

§ 3.1. КИНЕМАТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЦЕНТРА МАССЫ САМОНАВОДЯЩЕЙСЯ РАКЕТЫ

Вектор дальности $\boldsymbol{D}$ (цели относительно ракеты) определяется кинематическим уравнением

$$\dot{\boldsymbol{D}} = \boldsymbol{v}_{\text{ц}} - \boldsymbol{v}, \tag{3.1.1}$$

где в дополнение к обозначениям предыдущих глав $\boldsymbol{v}_{\text{ц}}$ — вектор скорости цели. Уравнение (3.1.1) выражает, что скорость изменения вектора дальности равна скорости цели относительно ракеты.

Движение самонаводящейся ракеты целесообразно изучать во вращающейся системе координат, чаще всего в системе, связанной с вектором дальности. Чтобы получить векторное кинематическое уравнение во вращающейся системе координат, достаточно выразить абсолютную производную вектора $\boldsymbol{D}$ через его относительную (локальную) производную и угловую скорость вращения системы координат $\boldsymbol{\omega}_{\text{к}}$ известной формулой теоретической механики

$$\frac{d\boldsymbol{D}}{dt} = \frac{\tilde{d}\boldsymbol{D}}{dt} + \boldsymbol{\omega}_{\text{к}} \times \boldsymbol{D}. \tag{3.1.2}$$

Подставляя это выражение в (3.1.1), получим

$$\frac{\tilde{d}\boldsymbol{D}}{dt} + \boldsymbol{\omega}_{\text{к}} \times \boldsymbol{D} = \boldsymbol{v}_{\text{ц}} - \boldsymbol{v}. \tag{3.1.3}$$

Уравнения (3.1.1) и (3.1.3) представляют собой общие векторные кинематические уравнения. Каждому из них соответствуют три скалярных уравнения, форма которых зависит от конкретной системы координат.

Чаще всего скалярные кинематические уравнения удобно записывать относительно сферических координат векторов, т. е. каждый вектор характеризовать его модулем и двумя углами, определяющими его направление. В § 1.1 мы уже определили направление вектора скорости ракеты $\boldsymbol{v}$ углами φ, θ относительно

земной системы координат. Точно так же определим направление вектора скорости цели $\boldsymbol{v}_ц$ углами $\varphi_ц$, $\theta_ц$ (рис. 3.1.1) и направление вектора дальности $\boldsymbol{D}$ углами ν, ε (рис. 3.1.2). Для вывода скалярных кинематических уравнений выберем систему координат $P\xi\eta_1\eta_2$ следующим образом: ось ξ направим по вектору дальности $\boldsymbol{D}$, ось η_1 возьмем в плоскости ξy_g, как показано на рис. 3.1.2, а ось η_2 направим по перпендикуляру к осям ξ и η_1 (в плоскости $x_g z_g$) так, чтобы система координат $P\xi\eta_1\eta_2$

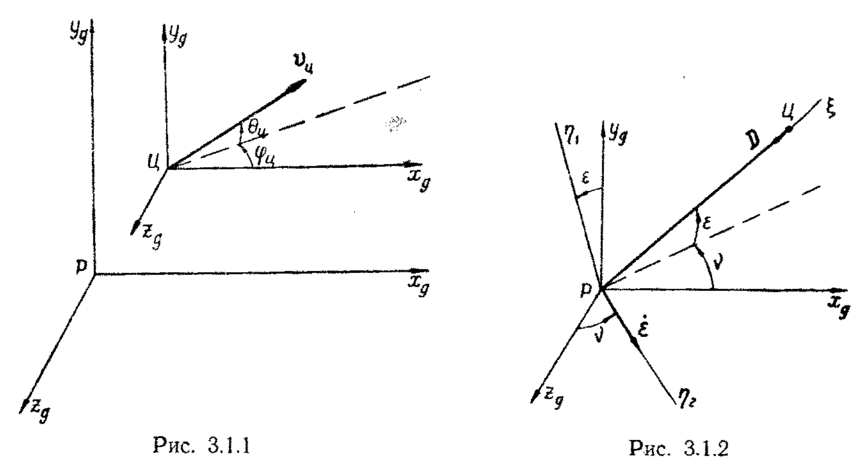


Рис. 3.1.1

Рис. 3.1.2

была правой. Тогда, обозначая через ξ^0, η_1^0, η_2^0 единичные векторы осей ξ, η_1, η_2 соответственно, получим табл. 3.1.1 проекций векторов, входящих в уравнение (3.1.3) (рис. 3.1.2).

Таблица 3.1.1

Вектор / Ось	$\boldsymbol{D}$	$\boldsymbol{\omega}_к$	$\boldsymbol{\omega}_к \times \boldsymbol{D}$	$\boldsymbol{v}$	$\boldsymbol{v}_ц$
ξ	D	$\dot{\nu}\sin\varepsilon$	0	$v\xi^0$	$v_ц\,\xi^0$
η_1	0	$\dot{\nu}\cos\varepsilon$	$D\dot{\varepsilon}$	$v\eta_1^0$	$v_ц\,\eta_1^0$
η_2	0	$\dot{\varepsilon}$	$-D\dot{\nu}\cos\varepsilon$	$v\eta_2^0$	$v_ц\,\eta_2^0$

С помощью этой таблицы, проектируя уравнение (3.1.3) на оси системы координат $P\xi\eta_1\eta_2$, получим скалярные кинематические уравнения движения центра массы ракеты

$$\left.\begin{aligned} \dot{D} &= \boldsymbol{v}_ц\,\xi^0 - \boldsymbol{v}\,\xi^0, \\ D\dot{\varepsilon} &= \boldsymbol{v}_ц\,\eta_1^0 - \boldsymbol{v}\,\eta_1^0, \\ D\dot{\nu}\cos\varepsilon &= -\boldsymbol{v}_ц\,\eta_2^0 + \boldsymbol{v}\,\eta_2^0. \end{aligned}\right\} \quad (3.1.4)$$

Для вычисления скалярных произведений, входящих в уравнения (3.1.4), составим с помощью рис. 3.1.2 табл. 3.1.2 проекций векторов на оси земной системы x_g, y_g, z_g:

Таблица 3.1.2

Вектор / Ось	ξ^0	η_1^0	η_2^0	v	$v_ц$
x_g	$\cos\varepsilon\cos\nu$	$-\sin\varepsilon\cos\nu$	$\sin\nu$	$v\cos\theta\cos\varphi$	$v_ц\cos\theta_ц\cos\varphi_ц$
y_g	$\sin\varepsilon$	$\cos\varepsilon$	0	$v\sin\theta$	$v_ц\sin\theta_ц$
z_g	$-\cos\varepsilon\sin\nu$	$\sin\varepsilon\sin\nu$	$\cos\nu$	$-v\cos\theta\sin\varphi$	$-v_ц\cos\theta_ц\sin\varphi_ц$

Пользуясь этой таблицей, легко находим скалярные произведения, входящие в уравнения (3.1.4), как суммы произведений одноименных проекций соответствующих векторов:

$$\left.\begin{aligned} v\,\xi^0 &= v\,[\cos\theta\cos\varepsilon\cos(\varphi-\nu)+\sin\theta\sin\varepsilon], \\ v\,\eta_1^0 &= v\,[\sin\theta\cos\varepsilon-\cos\theta\sin\varepsilon\cos(\varphi-\nu)], \\ v\,\eta_2^0 &= -v\cos\theta\sin(\varphi-\nu). \end{aligned}\right\} \qquad (3.1.5)$$

$$\left.\begin{aligned} v_ц\,\xi^0 &= v_ц\,[\cos\theta_ц\cos\varepsilon\cos(\varphi_ц-\nu)+\sin\theta_ц\sin\varepsilon], \\ v_ц\,\eta_1^0 &= v_ц\,[\sin\theta_ц\cos\varepsilon-\cos\theta_ц\sin\varepsilon\cos(\varphi_ц-\nu)], \\ v_ц\,\eta_2^0 &= -v_ц\cos\theta_ц\sin(\varphi_ц-\nu). \end{aligned}\right\} \qquad (3.1.6)$$

В частном случае, когда цепь движется в одной плоскости, вектор скорости ракеты также целесообразно удерживать в этой плоскости. В этом случае, принимая плоскость, в которой движется цель, за плоскость $x_g\, z_g$, получим $\theta_ц=\theta=\varepsilon=0$. Тогда первое и третье уравнения (3.1.4) примут вид

$$\left.\begin{aligned} \dot{D} &= v_ц\cos(\varphi_ц-\nu)-v\cos(\varphi-\nu), \\ D\dot{\nu} &= v_ц\sin(\varphi_ц-\nu)-v\sin(\varphi-\nu). \end{aligned}\right\} \qquad (3.1.7)$$

Если цель движется не в плоскости $x_g\, z_g$, но мало отклоняется от нее, то углы $\theta_ц$, θ и ε будут малыми, вследствие чего можно считать $\cos\theta_ц\approx\cos\theta\approx\cos\varepsilon\approx1$, а произведениями малых величин $\sin\theta\sin\varepsilon$ и $\sin\theta_ц\sin\varepsilon$ в первой формуле (3.1.5) и в первой формуле (3.1.6) можно пренебречь. В этом случае первое и третье уравнения (3.1.4) также можно приближенно записать в виде (3.1.7). Таким образом, уравнения (3.1.7) являются точными кинематическими уравнениями в случае движения цели и ракеты в одной плоскости и могут служить в качестве приближенных кинематических уравнений в случае движения цели и ракеты, близкого к плоскому.

В случае плоского движения цели можно также плоскость движения цели и ракеты принять за плоскость ξy_g. Тогда угол ν будет постоянным, а углы $\varphi_ц$ и φ будут совпадать с ν: $\varphi_ц=\varphi=\nu$. В результате первое и второе уравнения (3.1.4) примут вид

$$\left.\begin{aligned} \dot{D} &= v_ц \cos(\theta_ц - \varepsilon) - v \cos(\theta - \varepsilon), \\ D\dot{\varepsilon} &= v_ц \sin(\theta_ц - \varepsilon) - v \sin(\theta - \varepsilon). \end{aligned}\right\} \qquad (3.1.8)$$

Эти уравнения справедливы также в качестве приближенных кинематических уравнений движения центра массы ракеты в случае, когда векторы скорости цели и ракеты мало отклоняются от плоскости ξy_g, так что можно принять $\cos(\varphi_ц - \nu) \approx \cos(\varphi - \nu) \approx 1$. Очевидно, что уравнения (3.1.8) отличаются от (3.1.7) только обозначениями углов.

§ 3.2. МЕТОДЫ НАВЕДЕНИЯ И ПАРАМЕТРЫ УПРАВЛЕНИЯ

Как было сказано в § 2.2, количество возможных методов наведения управляемых и, в частности, самонаводящихся ракет теоретически ничем не ограничено. В зависимости от типа идеальной связи все методы наведения самонаводящихся ракет можно разделить на три группы.

К первой группе мы отнесем все методы наведения, накладывающие связь на ось ракеты.

Известны следующие методы наведения, которые можно отнести к первой группе:

1. *Метод прямого наведения,* характеризуемый требованием, чтобы ось ракеты была все время направлена на цель; уравнения идеальной связи в этом случае выражают коллинеарность единичного вектора оси ракеты $\boldsymbol{x}_1^0$ и вектора дальности $\boldsymbol{D}$.

2. *Метод наведения с постоянным углом упреждения,* характеризуемый требованием, чтобы ось ракеты все время составляла данный постоянный угол с направлением от ракеты на цель, лежащий в плоскости, образуемой вектором скорости цели и вектором дальности; уравнения идеальной связи в этом случае выражают, что угол между векторами $\boldsymbol{x}_1^0$ и $\boldsymbol{D}$ равен заданной постоянной и лежит в плоскости векторов $\boldsymbol{v}_ц$ и $\boldsymbol{D}$.

3. *Метод наведения с углом упреждения, линейно зависящим от угловой скорости вектора дальности* $\boldsymbol{D}$; уравнения идеальной связи в этом случае выражают, что ось ракеты (вектор $\boldsymbol{x}_1^0$) составляет с вектором дальности $\boldsymbol{D}$ угол, являющийся линейной функцией угловой скорости вектора дальности $\boldsymbol{D}$ и лежащий в мгновенной плоскости вращения вектора $\boldsymbol{D}$; коэффициенты линейной зависимости могут быть в общем случае функциями вектора $\boldsymbol{D}$, как, например, в случае наведения истребителя, атакующего цель и ведущего стрельбу по цели из пушек или ракетами (неуправляемыми или управляемыми).

4. *Метод наведения с углом упреждения, пропорциональным углу отклонения оси ракеты от некоторого фиксированного направления в пространстве;* уравнения идеальной связи в этом случае выражают, что составляющие угла между осью ракеты и вектором дальности в некоторой связанной с ракетой системе координат пропорциональны соответствующим составляющим угла между осью ракеты и фиксированным направлением в пространстве.

Ко второй группе мы отнесем все методы наведения, накладывающие связь на вектор скорости ракеты.

Из числа существующих методов наведения к этой группе можно отнести практически лишь один метод — *метод погони,* характеризуемый требованием, чтобы вектор скорости ракеты все время был направлен на цель.

К третьей группе мы отнесем все методы наведения, накладывающие связь на вектор дальности. Из числа известных методов наведения к этой группе относится так называемый *метод параллельного сближения,* характеризуемый требованием равенства нулю угловой скорости вектора дальности. Название метода объясняется тем обстоятельством, что при этом методе наведения вектор дальности $\boldsymbol{D}$ перемещается в пространстве поступательно, оставаясь все время параллельным своему первоначальному направлению (конечно, при идеальном выполнении связи).

Из всех перечисленных методов наведения самонаводящихся ракет в настоящее время применяются лишь метод прямого наведения и метод параллельного сближения и его разновидности.

Метод прямого наведения является самым простым с точки зрения практической реализации. Для его реализации достаточно установить координатор цели на ракете так, чтобы его ось была параллельна продольной оси ракеты, и потребовать, чтобы система управления направляла ось координатора на цель. Поэтому он часто применяется, несмотря на многие его существенные недостатки, для наведения ракет «воздух—земля» и «воздух—корабль». Для наведения на скоростные цели этот метод практически совершенно непригоден.

Метод параллельного сближения также достаточно просто реализуется, например, путем установки координатора цели на стабилизированную при помощи гироскопов платформу. В то же время метод параллельного сближения, как мы увидим в следующих параграфах, обладает рядом достоинств, которые позволяют считать его одним из лучших методов наведения самонаводящихся ракет.

Для метода прямого наведения идеальная связь представляет собой условие совпадения направлений продольной оси ракеты и вектора дальности $\boldsymbol{D}$ или, иначе, условие равенства единичного вектора продольной оси ракеты $\boldsymbol{x}_1^0$ и единичного векто-

ра дальности D^0. Таким образом, уравнение идеальной связи для метода прямого наведения может быть записано в виде

$$x_1^0 - D^0 = 0. \qquad (3.2.1)$$

Соответствующие скалярные уравнения идеальной связи можно получить, заменив в уравнении (3.2.1) векторы соответствующими координатами. В частности, если воспользоваться сферической системой координат, то единичные векторы в уравнении (3.2.1) заменятся соответствующими углами, определяющими направления этих векторов. Так, например, определив направление вектора x_1^0 углом рысканья ракеты ψ и углом тангажа ϑ (см. § 1.1) и соответственно направление вектора дальности D углами ν и ε (рис. 3.2.1), получим скалярные уравнения идеальной связи в виде

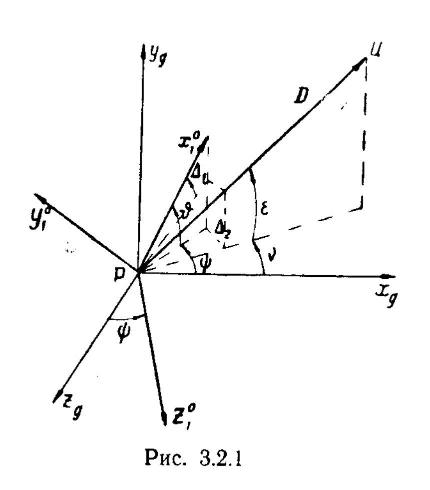


Рис. 3.2.1

$$\psi - \nu = 0, \quad \vartheta - \varepsilon = 0. \quad (3.2.2)$$

За параметры управления в случае метода прямого наведения можно принять любые независимые между собой функции разности $x_1^0 - D^0$, удовлетворяющие перечисленным в § 2.2 условиям. Практически целесообразно принять за параметры управления именно те функции разности $x_1^0 - D^0$, которые измеряются координатором цели. Так, например, для координатора, измеряющего углы между векторами x_1^0 и D^0 в двух взаимно перпендикулярных плоскостях (чаще всего это будут плоскости Px_1y_1 и Px_1z_1 ракеты), за параметры управления $\Delta_1 - \Delta_2$ целесообразно принять именно эти углы. Если эти углы малы, то их можно считать приближенно равными проекциям вектора $\Delta = x_1^0 - D^0$ или, что одно и то же, проекциям вектора $-D^0$ на оси Py_1 и Pz_1 ракеты. Тогда получим для параметров управления следующие выражения:

$$\Delta_1 = (x_1^0 - D^0)\, y_1^0 = -D^0 y_1^0, \quad \Delta_2 = (x_1^0 - D^0)\, z_1^0 = -D^0 z_1^0. \qquad (3.2.3)$$

В частности, если ракета стабилизируется относительно продольной оси так, что угол крена γ равен нулю, то формулы (3.2.3) дадут:

$$\Delta_1 = \vartheta - \varepsilon, \quad \Delta_2 = -(\psi - \nu)\cos\varepsilon. \qquad (3.2.4)$$

Формулы (3.2.3) дают выражения параметров управления для метода прямого наведения как при любом способе стабилизации ракеты относительно продольной оси, так и при отсутствии стабилизации. В частности, они справедливы и в случае крылатой ракеты самолетной формы с полярным управлением и в случае космической ракеты с полярным управлением, т. е. с управлением при помощи рулей высоты и крена. В этом случае параметр управления Δ_1, представляющий собой угол между вектором дальности и продольной осью ракеты в плоскости симметрии ракеты, используется в канале руля высоты, а параметр управления Δ_2, представляющий собой угол между вектором дальности и продольной осью ракеты в плоскости Px_1z_1, используется для управления креном ракеты.

Формулы (3.2.4) дают выражения параметров управления только при точной стабилизации ракеты, обеспечивающей равенство угла крена γ нулю. А так как практически точная стабилизация ракеты невозможна и ракета всегда колеблется вокруг продольной оси, то выражения (3.2.4) параметров управления могут использоваться при исследовании процесса наведения ракеты лишь как приближенные, при условии достаточной малости амплитуды колебаний ракеты по крену. Практически можно считать формулы (3.2.4) достаточно точными, если среднее квадратическое значение угла крена ракеты γ не превосходит 15°.

Для метода параллельного сближения идеальная связь представляет собой условие постоянства направления вектора дальности $\boldsymbol{D}$. Это условие математически можно выразить в двух различных формах. Во-первых, можно написать условие равенства единичного вектора дальности $\boldsymbol{D}^0$ заданному постоянному единичному вектору $\boldsymbol{\xi}^0$. Тогда получим уравнение идеальной связи в виде

$$\boldsymbol{D}^0 - \boldsymbol{\xi}^0 = 0. \qquad (3.2.5)$$

Во-вторых, можно написать условие равенства нулю угловой скорости ω_D вектора дальности $\boldsymbol{D}$. Тогда получим уравнение идеальной связи в виде

$$\omega_D = 0. \qquad (3.2.6)$$

Но угловая скорость вектора дальности ω_D численно равна скорости конца единичного вектора дальности $\boldsymbol{D}^0$, т. е. модулю производной $|\dot{\boldsymbol{D}}^0|$. Следовательно, уравнение идеальной связи (3.2.6) можно также записать в виде

$$\dot{\boldsymbol{D}}^0 = 0. \qquad (3.2.7)$$

Уравнение (3.2.5) соответствует координатору цели с осью, стабилизированной в пространстве (по вектору $\boldsymbol{\xi}^0$). Уравнение (3.2.6) или (3.2.7) соответствует координатору, следящему за целью и измеряющему угловую скорость вектора дальности.

В соответствии с уравнением (3.2.5) за параметры управления в случае стабилизированного координатора целесообразно

принять измеряемые этим координатором функции разности $\xi^0 - D^0$. В частности, если стабилизированный координатор измеряет углы между векторами D^0 и ξ^0 в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, то за параметры управления целесообразно принять именно эти углы. Если эти углы малы, то их можно считать равными проекциям вектора $\Delta = \xi_0 - D^0$ или, что одно и то же, вектора $-D^0$ на соответствующие оси координатора цели:

$$\Delta_1 = (\xi^0 - D^0)\eta_1^0 = -D^0\eta_1^0, \quad \Delta_2 = (\xi^0 - D^0)\eta_2^0 = -D^0\eta_2^0, \tag{3.2.8}$$

где η_1^0 и η_2^0 — единичные векторы поперечных осей координатора, определяющие направления плоскостей, в которых измеря-

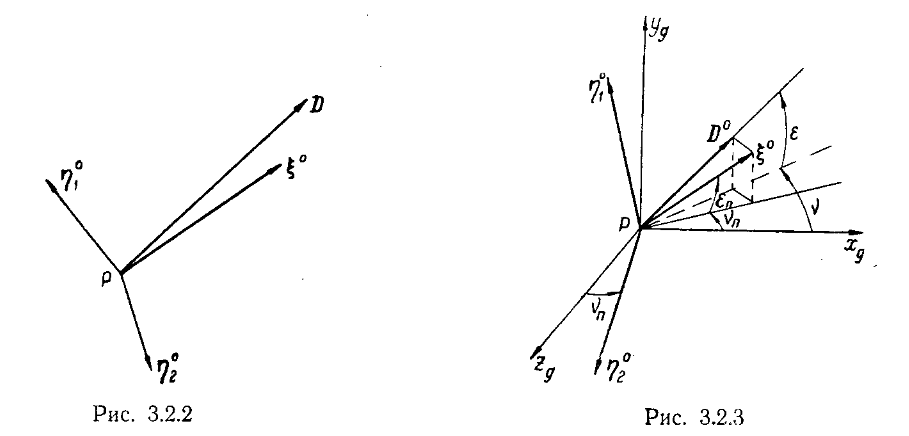


Рис. 3.2.2 Рис. 3.2.3

ются углы между векторами дальности и продольной осью координатора (рис. 3.2.2). Если координатор цели стабилизирован таким образом, что его поперечная ось $P\eta_2$ остается все время параллельной заданной плоскости, то, принимая эту плоскость за плоскость $Px_g z_g$ невращающейся системы координат и определив направление оси координатора ξ^0 относительно системы координат $Px_g y_g z_g$ углами $\nu_п$, $\varepsilon_п$ (рис. 3.2.2), получим для параметров управления формулы

$$\Delta_1 = \varepsilon_п - \varepsilon, \quad \Delta_2 = -(\nu_п - \nu)\cos\varepsilon_п. \tag{3.2.9}$$

В случае следящего координатора цели за параметры управления естественно принять измеряемые координатором угловые скорости вектора дальности. Если углы отклонения вектора дальности от оси координатора, служащие параметрами управления для следящей системы координатора, измеряются в плоскостях $P\xi^0\eta_1^0$ и $P\xi^0\eta_2^0$, то измеряемые координатором составляющие угловой скорости ω_D вектора дальности равны проекциям вектора $-D^0$ на оси $P\eta_1^0$ и $P\eta_2^0$. Таким образом, параметры уп-

равления для следящего координатора определяются формулами

$$\Delta_1 = -\dot{D}^0 \eta_1^0, \quad \Delta_2 = -\dot{D}^0 \eta_2^0. \tag{3.2.10}$$

Определив направление вектора дальности D относительно системы координат $Px_g y_g z_g$ углами ν, ε (рис. 3.2.3), принимая во внимание, что в системе координат $P\xi\eta_1\eta_2$, связанной с вектором D (см. § 3.1), $\dot{D}^0 = \omega_к \times D^0$, и пользуясь таблицей проекций векторов, приведем выражения (3.2.10) параметров управления к скалярной форме

$$\Delta_1 = -\dot{\varepsilon}, \quad \Delta_2 = \dot{\nu} \cos \varepsilon. \tag{3.2.11}$$

Рассмотренные варианты метода параллельного сближения существенно различаются с динамической точки зрения. В первом варианте, когда параметры управления определяются формулами (3.2.8) при фиксированном направлении оси координатора цели ξ^0, система управления стремится удержать ракету на заданной прямой, связанной с целью и имеющей неизменное направление. При этом центр массы ракеты будет совершать колебательные движения около этой прямой. Во втором варианте, когда параметры управления представляют собой угловые скорости вектора дальности в проекции на две взаимно перпендикулярные плоскости и определяются формулами (3.2.10), система управления стремится уменьшить угловую скорость вектора дальности и свести ее к нулю. При этом угловая скорость вектора дальности монотонно стремится к нулю и движение центра массы ракеты не будет колебательным. Таким образом, при первом варианте метода параллельного сближения направление сближения ракеты с целью задается заранее, и при отклонении ракеты от этого направления она возвращается на это направление системой управления. При втором варианте метода параллельного сближения направление сближения ракеты заранее не определяется и подбирается системой управления в процессе наведения постепенно; при отклонении ракеты от первоначального направления сближения с целью система управления не возвращает ее на прежнее направление, а стремится лишь развернуть ее таким образом, чтобы уменьшить ее отклонение от идеальной связи на новом направлении сближения с целью, соответствующем данному текущему положению ракеты.

Ясно, что второй вариант метода параллельного сближения, когда система управления стремится свести к нулю угловую скорость вектора дальности D, более гибок в тактическом отношении и требует меньших управляющих сил, чем первый. Поэтому второй вариант более целесообразен с практической точки зрения.

Угловая скорость вектора дальности при втором варианте метода параллельного сближения обычно медленно убывает и

никогда не достигает нулевого значения во время наведения. Поэтому второй вариант метода параллельного сближения по существу значительно отличается от метода параллельного сближения и представляет собой метод постепенного вывода ракеты на параллельное сближение. Вследствие этого метод наведения с составляющими угловой скорости вектора дальности в качестве параметров управления обычно рассматривают как особый метод наведения, отличный от метода параллельного сближения, и называют его *методом пропорциональной навигации* *.

§ 3.3. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ НАВЕДЕНИЯ САМОНАВОДЯЩИХСЯ РАКЕТ

Каждый метод наведения требует от ракеты определенной маневренности, т. е. определенных нормальных ускорений. Чем меньше требуемая маневренность ракеты, тем меньшие требования предъявляются к прочности ракеты и тем меньше будут ее вес и стоимость. Поэтому за основной критерий для оценки метода наведения целесообразно принять требуемую маневренность ракеты.

Другим важным свойством метода наведения является степень влияния маневрирования цели на требуемую маневренность ракеты. Чем меньшее влияние маневрирование цели оказывает на требуемую маневренность ракеты, тем меньше возможностей у цели уклониться от ракеты и тем лучше метод наведения.

Таким образом, методы наведения целесообразно сравнивать и оценивать по требуемой маневренности ракеты и влиянию на требуемую маневренность маневрирования цели.

Для определения нормальных ускорений ракеты, требуемых методом наведения, следует предположить, что система управления обеспечивает точное выполнение идеальной связи. Тогда будем иметь три скалярных кинематических уравнения и два уравнения идеальной связи, связывающие шесть составляющих

---

* Метод пропорциональной навигации часто определяют как такой метод наведения, при котором угловая скорость вектора скорости ракеты v пропорциональна угловой скорости вектора дальности D. Однако такое определение соответствует не существу метода пропорциональной навигации (приведение угловой скорости вектора дальности к нулю), а одной из возможных реализаций этого метода, да и то без учета силы тяжести. Действительно, если составляющие угловой скорости вектора дальности принять за параметры управления и управлять ракетой таким образом, чтобы нормальные к траектории силы были пропорциональны соответствующим параметрам управления, то составляющие угловой скорости вектора скорости ракеты Ω_y, Ω_z будут на основании формул (1.2.3) пропорциональны соответствующим составляющим угловой скорости вектора дальности. Если силы, нормальные к траектории центра массы ракеты, не будут пропорциональны параметрам управления (хотя бы за счет неуправляемых составляющих силы тяжести), то мы получим такую реализацию метода пропорциональной навигации, при которой угловая скорость вектора скорости центра массы ракеты не будет пропорциональна угловой скорости вектора дальности.

векторов $\boldsymbol{D}$ и $\boldsymbol{v}$. Задав одну из них как функцию времени, можно определить из этих уравнений остальные пять и, таким образом, полностью определить движение ракеты. При этом характерно то обстоятельство, что нормальное ускорение ракеты легко определяется без интегрирования кинематических уравнений.

Рассмотрим сначала случай, когда метод наведения накладывает связь на вектор скорости ракеты $\boldsymbol{v}$. В этом случае уравнения идеальной связи имеют вид (2.2.2). Задав скорость ракеты v как функцию времени (или постоянную), можно определить из двух уравнений связи (2.2.2) направление вектора скорости ракеты, т. е. единичный вектор скорости ракеты $\boldsymbol{v}^0$ как функцию вектора дальности $\boldsymbol{D}$ и времени t. Дифференцируя эту функцию сполна по времени t и заменяя в полученном выражении производные координат вектора $\boldsymbol{D}$ их выражениями из кинематических уравнений (3.1.1) или (3.1.3), легко найдем нормальное ускорение ракеты, как функцию вектора дальности $\boldsymbol{D}$, вектора скорости цели $\boldsymbol{v}_ц$ и времени t. Действительно, полное ускорение ракеты, очевидно, равно:

$$\boldsymbol{a} = \dot{\boldsymbol{v}} = \frac{d}{dt}(v\boldsymbol{v}^0) = \dot{v}\boldsymbol{v}^0 + v\dot{\boldsymbol{v}}^0. \qquad (3.3.1)$$

Первое слагаемое в правой части представляет собой тангенциальное ускорение ракеты. Второе слагаемое представляет собой нормальное ускорение ракеты, так как производная единичного вектора всегда нормальна к этому вектору. Таким образом, нормальное ускорение ракеты определяется формулой

$$\boldsymbol{a}_N = v\dot{\boldsymbol{v}}^0. \qquad (3.3.2)$$

Производная $\dot{\boldsymbol{v}}^0$, найденная изложенным методом, будет, очевидно, зависеть от векторов $\boldsymbol{D}$, $\boldsymbol{v}_ц$ и от времени t (если функции F_1, F_2 явно зависят от времени).

Следовательно, и нормальное ускорение ракеты $\boldsymbol{a}_N$ будет функцией векторов $\boldsymbol{D}$, $\boldsymbol{v}_ц$ и времени t.

Если метод наведения накладывает связь на вектор дальности, то уравнения идеальной связи имеют вид (2.2.3). Дифференцируя эти уравнения сполна по времени t и заменяя производные координат вектора $\boldsymbol{D}$ их выражениями из кинематических уравнений (3.1.1) или (3.1.3), получим два скалярных уравнения, связывающих векторы $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{D}$ и $\boldsymbol{v}_ц$. После этого нормальное ускорение ракеты определяется совершенно так же, как в случае связи, накладываемой на вектор скорости ракеты. Разница будет лишь в том, что в данном случае нормальное ускорение ракеты $\boldsymbol{a}_N$ будет зависеть не только от вектора дальности $\boldsymbol{D}$, вектора скорости цели $\boldsymbol{v}_ц$ и времени t, но еще от вектора ускорения цели $\boldsymbol{a}_ц = \dot{\boldsymbol{v}}_ц$.

Если метод наведения накладывает связь на ось ракеты, то определить требуемые нормальные ускорения ракеты чисто кине-

матическими методами без учета действующих на ракету сил невозможно. Поэтому для приближенной оценки требуемых нормальных ускорений в этом случае целесообразно пренебречь углом между осью ракеты и ее вектором скорости, т. е. считать, что $\boldsymbol{x}_1^0 = \boldsymbol{v}^0$. В этом случае требуемые нормальные ускорения ракеты найдутся совершенно таким же способом, как и в случае связи, накладываемой на вектор скорости ракеты.

Таким образом, кинематические уравнения и уравнения идеальной связи дают возможность для каждой точки пространства около цели (т. е. для каждого значения вектора $\boldsymbol{D}$) найти нормальное ускорение ракеты, требуемое методом наведения при данных значениях скорости ракеты v, ее тангенциального ускорения $\dot{v}$ и векторов скорости $\boldsymbol{v}_ц$ и ускорения $\dot{\boldsymbol{v}}_ц$ цели, т. е. найти распределение требуемых нормальных ускорений ракеты в пространстве. Геометрические места одинаковых (по величине) нормальных ускорений ракеты образуют семейство поверхностей. Это семейство поверхностей и его сечения могут служить наглядной характеристикой распределения требуемых нормальных ускорений ракеты в пространстве, позволяющей оценивать возможности наведения ракеты на цель и возможности для цели уклониться от ракеты соответствующим маневрированием.

Применим изложенный метод для сравнительного анализа метода прямого наведения и метода параллельного сближения.

Для метода прямого наведения примем, согласно изложенному, что $\boldsymbol{x}_1^0 = \boldsymbol{v}^0$. Тогда векторное уравнение идеальной связи (3.2.1) примет вид:

$$\boldsymbol{v}^0 = \boldsymbol{D}^0. \qquad (3.3.3)$$

Таким образом, для определения производной $\dot{\boldsymbol{v}}^0$ необходимо найти из кинематических уравнений производную единичного вектора дальности $\dot{\boldsymbol{D}}^0$. Для этого заметим, что

$$\dot{\boldsymbol{D}} = \frac{d}{dt}(D\boldsymbol{D}^0) = \dot{D}\boldsymbol{D}^0 + D\dot{\boldsymbol{D}}^0. \qquad (3.3.4)$$

Подставляя это выражение в (3.1.1), получим

$$\dot{D}\boldsymbol{D}^0 + D\dot{\boldsymbol{D}}^0 = \boldsymbol{v}_ц - \boldsymbol{v}. \qquad (3.3.5)$$

Умножив это уравнение скалярно на единичный вектор $\boldsymbol{D}^0$, получим

$$\dot{D} = \boldsymbol{v}_ц\boldsymbol{D}^0 - \boldsymbol{v}\boldsymbol{D}^0. \qquad (3.3.6)$$

Умножив это уравнение на единичный вектор $\boldsymbol{D}^0$ и вычитая почленно из уравнения (3.3.5), получим

$$D\dot{\boldsymbol{D}}^0 = \boldsymbol{v}_ц - \boldsymbol{v} - (\boldsymbol{v}_ц\boldsymbol{D}^0 - \boldsymbol{v}\boldsymbol{D}^0)\boldsymbol{D}^0,$$

откуда

$$\dot{\boldsymbol{D}}_0 = \frac{\boldsymbol{v}_ц - \boldsymbol{v} - (\boldsymbol{v}_ц\boldsymbol{D}^0 - \boldsymbol{v}\boldsymbol{D}^0)\boldsymbol{D}^0}{D}. \qquad (3.3.7)$$

Дифференцируя уравнение идеальной связи (3.3.3) по времени, заменяя в полученном равенстве производную $\dot{\boldsymbol{D}}^0$ ее выражением (3.3.7) из кинематического уравнения и подставляя найденное таким образом выражение $\dot{\boldsymbol{v}}^0$ в формулу (3.3.2), получим

$$\boldsymbol{a}_N = \frac{v}{D}[\boldsymbol{v}_{\text{ц}} - \boldsymbol{v} - (\boldsymbol{v}_{\text{ц}}\boldsymbol{D}^0 - \boldsymbol{v}\boldsymbol{D}^0)\boldsymbol{D}^0]. \qquad (3.3.8)$$

Но вследствие уравнения связи (3.3.3)

$$\boldsymbol{v} = v\boldsymbol{v}^0 = v\boldsymbol{D}^0.$$

Подставляя это выражение в (3.3.8) и учитывая, что $\boldsymbol{D}^0\boldsymbol{D}^0 = |\boldsymbol{D}^0|^2 = 1$, получим окончательно

$$a_N = \frac{v}{D}|\boldsymbol{v}_{\text{ц}} - (\boldsymbol{v}_{\text{ц}}\boldsymbol{D}^0)\boldsymbol{D}^0| = \frac{v\,v_{\text{цп}}}{D}, \qquad (3.3.9)$$

где через $v_{\text{цп}}$ обозначена для краткости проекция вектора скорости цели на плоскость, перпендикулярную вектору дальности $\boldsymbol{D}$.

Формула (3.3.9) определяет требуемое нормальное ускорение ракеты как функцию дальности и угла q между векторами $\boldsymbol{D}$ и $\boldsymbol{v}_{\text{ц}}$, от которого зависит величина $v_{\text{цп}}$.

Формула (3.3.9) показывает, что требуемое нормальное ускорение ракеты при фиксированном угле q обратно пропорционально дальности D и равно нулю только в том случае, когда цель удаляется от ракеты или сближается с ней строго по вектору дальности, т. е. когда вектор скорости цели $\boldsymbol{v}_{\text{ц}}$ направлен по вектору дальности (ракета атакует цель строго в хвост или строго в лоб).

Для нахождения поверхностей одинаковых нормальных ускорений достаточно положить в формуле (3.3.9) $a_N = \text{const}$. Тогда уравнение (3.3.9) даст зависимость между величинами D и q. Так как эта зависимость не содержит третьей координаты — угла поворота вокруг вектора скорости цели, то все поверхности одинаковых нормальных ускорений представляют собой поверхности вращения, общей осью которых является мгновенное направление полета цели. Поэтому достаточно рассмотреть только сечение поверхностей одинаковых нормальных ускорений плоскостью, содержащей вектор скорости цели $\boldsymbol{v}_{\text{ц}}$.

Так как $v_{\text{цп}} = v_{\text{ц}}|\sin q|$ (рис. 3.3.1), то уравнение поверхностей одинаковых нормальных ускорений может быть написано в виде

$$D = \frac{v\,v_{\text{ц}}}{a_N}|\sin q|. \qquad (3.3,10)$$

В полярных координатах (q, D) это уравнение представляет собой уравнение пары окружностей диаметра $D_0 = vv_{\text{ц}}/a_N$, касаю-

щихся направления полета цели в той точке, в которой в данный момент находится цель (рис. 3.3.2).

Таким образом, семейство поверхностей одинаковых нормальных ускорений в рассматриваемом случае представляет со-

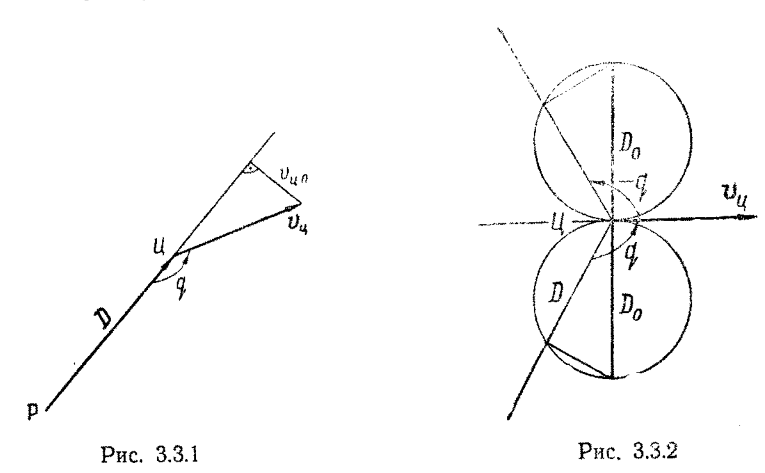


Рис. 3.3.1

Рис. 3.3.2

бой семейство торов, полученных вращением семейств окружностей, определяемых уравнением (3.3.10) при различных значениях a_N, вокруг вектора скорости цели (рис. 3.3.3).

Так как семейство поверхностей одинаковых требуемых нормальных ускорений жестко связано с вектором скорости цели,

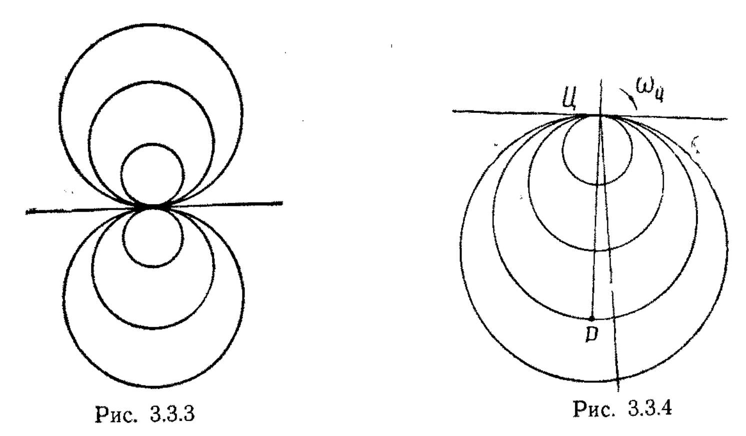


Рис. 3.3.3

Рис. 3.3.4

то маневрирование цели сильно влияет на требуемые нормальные ускорения ракеты. Очевидно, что наиболее эффективным маневром цели будет поворот в сторону ракеты таким образом, чтобы ракета все время находилась на траверсе у цели (рис. 3.3.4). При этом требуемое нормальное ускорение ракеты

будет неограниченно возрастать по мере сближения с целью, и условия наведения ракеты будут наихудшими.

Изложенное показывает, что метод прямого наведения требует от ракеты высокой маневренности и что соответствующим маневрированием цель имеет возможность значительно ухудшать условия наведения ракеты, а в некоторых случаях (если приближение ракеты вовремя замечено) и уклониться от встречи с ракетой. Все это дает основание сделать вывод, что метод прямого наведения можно считать практически приемлемым только для наведения ракет на неподвижные и малоподвижные цели. Поэтому он практически применяется только для наведения ракет на наземные и морские цели.

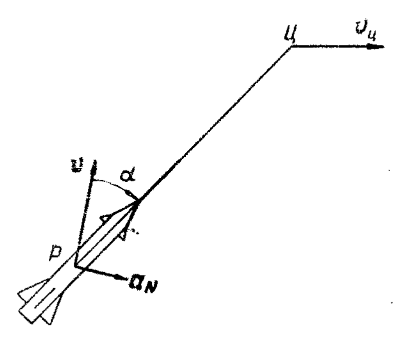


Рис. 3.3.5

Мы проанализировали метод прямого наведения в идеализированных условиях, когда он представляет собой в сущности метод погони. В действительности метод прямого наведения будет еще хуже вследствие отставания вектора скорости ракеты от ее оси. В самом деле, мы видели в § 1.4, что составляющие нормального ускорения ракеты в случае ракеты, управляемой аэродинамическими рулями, пропорциональны углам атаки α и скольжения β. А это значит, что вектор скорости ракеты отстает от ее оси на углы α и β в соответствующих плоскостях. Это приводит к тому, что ракета наводится на цель с отрицательным упреждением (рис. 3.3.5).

Для уменьшения отставания вектора скорости ракеты от ее оси целесообразно применить управление при помощи поворотных крыльев при большой статической устойчивости ракеты. В этом случае, как мы видели в § 1.5, можно обеспечить очень малые углы атаки и скольжения. Таким образом, самонаводящиеся ракеты для метода прямого наведения целесообразно делать с поворотными крыльями и большим аэродинамическим моментом хвостового оперения (т. е. с большой «флюгерностью»).

Перейдем к методу параллельного сближения. Подставляя выражение вектора D^0 из уравнения идеальной связи (3.2.5) в кинематическое уравнение (3.3.7) и принимая во внимание, что $\xi^0 = \text{const}$, получим

$$\boldsymbol{v}_ц - \boldsymbol{v} - (\boldsymbol{v}_ц \xi^0 - \boldsymbol{v} \xi_0) \xi^0 = 0. \quad (3.3.11)$$

Отсюда находим

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_ц - (\boldsymbol{v}_ц \xi^0 - \boldsymbol{v} \xi^0) \xi^0. \quad (3.3.12)$$

Дифференцируя это равенство по времени, будем иметь

$$\dot{\boldsymbol{v}} = \dot{\boldsymbol{v}}_{ц} - (\dot{\boldsymbol{v}}_{ц}\,\boldsymbol{\xi}^0 - \dot{\boldsymbol{v}}\,\boldsymbol{\xi}^0)\,\boldsymbol{\xi}^0. \qquad (3.3.13)$$

Но, согласно (3.3.1) и (3.3.2),

$$\dot{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{a}_N + \dot{v}\,\boldsymbol{v}^0.$$

Подставляя это выражение в (3.3.13), получим

$$\boldsymbol{a}_N = \boldsymbol{a}_ц - (\boldsymbol{a}_ц\,\boldsymbol{\xi}^0)\,\boldsymbol{\xi}^0 - \dot{v}\,[\boldsymbol{v}^0 - (\boldsymbol{v}^0\,\boldsymbol{\xi}^0)\,\boldsymbol{\xi}^0] + (\boldsymbol{a}_N\,\boldsymbol{\xi}^0)\,\boldsymbol{\xi}^0. \qquad (3.3.14)$$

Свяжем теперь с вектором $\boldsymbol{\xi}^0$ прямоугольную декартову систему координат $P\xi\eta\zeta$, ось $P\eta$ которой направим в плоскости векторов $\boldsymbol{\xi}^0$ и $\boldsymbol{v}_ц$ так, чтобы проекция на нее вектора $\boldsymbol{v}_ц$ была положительной, а ось $P\zeta$ выберем так, чтобы система координат $P\xi\eta\zeta$ была правой. Единичные векторы осей $P\eta$, $P\zeta$ обозначим через $\boldsymbol{\eta}^0$, $\boldsymbol{\zeta}^0$.

Спроектируем векторное уравнение (3.3.12) на оси $P\eta$ и $P\zeta$, для чего умножим его скалярно сначала на $\boldsymbol{\eta}^0$, а потом на $\boldsymbol{\zeta}^0$. В результате, принимая во внимание, что $v_{ц\zeta}=0$, получим

$$v_\eta = (\boldsymbol{v}\,\boldsymbol{\eta}^0) = (\boldsymbol{v}_ц\,\boldsymbol{\eta}^0) = v_{ц\eta}, \quad v_\zeta = (\boldsymbol{v}\,\boldsymbol{\zeta}^0) = (v_ц\,\boldsymbol{\zeta}^0) = v_{ц\zeta} = 0. \qquad (3.3.15)$$

Разделив первое из этих равенств на v, получим еще

$$(\boldsymbol{v}^0\,\boldsymbol{\eta}^0) = \frac{v_{ц\eta}}{v} \qquad (3.3.16)$$

Из формул (3.3.15) вытекает следующее выражение для проекции вектора скорости ракеты на вектор дальности (т. е. на ось $P\xi$):

$$v_\xi = \sqrt{v^2 - v_{ц\eta}^2}\,. \qquad (3.3.17)$$

Для нахождения модуля вектора нормального ускорения ракеты $\boldsymbol{a}_N$ спроектируем векторное уравнение (3.3.14) на оси $P\eta$ и $P\zeta$. В результате получим

$$a_{N\eta} = a_{ц\eta} - \dot{v}\,(v^0\,\boldsymbol{\eta}^0), \qquad a_{N\zeta} = a_{ц\zeta}$$

или, принимая во внимание (3.3.16),

$$a_{N\eta} = a_{ц\eta} - v_{ц\eta}\,\frac{\dot{v}}{v}, \qquad a_{N\zeta} = a_{ц\zeta}. \qquad (3.3.18)$$

Для нахождения проекции вектора нормального ускорения ракеты $\boldsymbol{a}_N$ на вектор дальности воспользуемся условием перпендикулярности векторов $\boldsymbol{v}$ и $\boldsymbol{a}_N$. Из этого условия вытекает равенство нулю их скалярного произведения:

$$a_{N\xi}\,v_\xi + a_{N\eta}\,v_\eta + a_{N\zeta}\,v_\zeta = 0.$$

Отсюда, принимая во внимание (3.3.15) и (3.3.17), находим

$$a_{N\xi} = -\frac{a_{N\eta}\, v_{ц\eta}}{\sqrt{v^2 - v_{ц\eta}^2}}. \qquad (3.3.19)$$

Пользуясь этой формулой, получаем для нормального ускорения ракеты следующее выражение:

$$a_N^2 = a_{N\xi}^2 + a_{N\eta}^2 + a_{N\zeta}^2 = a_{N\eta}^2\left(1 + \frac{v_{ц\eta}^2}{v^2 - v_{ц\eta}^2}\right) +$$

$$+ a_{N\zeta}^2 = \frac{a_{N\eta}^2 v^2}{v^2 - v_{ц\eta}^2} + a_{N\zeta}^2.$$

Наконец, подставляя сюда выражения (3.3.18), получаем следующую формулу для нормального ускорения ракеты при идеально точном наведении ее на цель методом параллельного сближения:

$$a_N^2 = \frac{(a_{ц\eta} v - v_{ц\eta} \dot{v})^2}{v^2 - v_{ц\eta}^2} + a_{ц\zeta}^2. \qquad (3.3.20)$$

Формула (3.3.20) показывает, что при наведении методом параллельного сближения требуемое нормальное ускорение ракеты не зависит от дальности, а определяется только скоростями ракеты и цели, углом между вектором скорости цели и вектором дальности и ускорениями ракеты и цели. В каждый данный момент времени требуемые нормальные ускорения ракеты одинаковы во всех точках любой прямой, проходящей через цель. Это говорит о том, что поверхностями одинаковых требуемых нормальных ускорений ракеты являются конические поверхности, вершиной которых является цель.

Из формулы (3.3.20) видно также, что в случае, когда скорость ракеты v больше скорости цели $v_ц$, требуемое нормальное ускорение ракеты везде конечно и ограничено маневренными возможностями цели. Следовательно, при наведении ракеты методом параллельного сближения цель не сможет уклоняться от ракеты никаким маневрированием, если только ракета обладает достаточной маневренностью и достаточно большой скоростью. Этот вывод мы уточним и сформулируем более определенно в следующем параграфе.

Сравнивая результаты анализа требуемых нормальных ускорений для метода прямого наведения и метода параллельного сближения, мы видим, что метод параллельного сближения обладает существенными преимуществами. Требуемые нормальные ускорения ракеты при сближении ее с целью по любому направлению относительно цели в случае метода параллельного сближения не зависят от дальности, в то время как в случае метода прямого наведения они изменяются обратно пропорционально

дальности. Поэтому при наведении ракеты методом параллельного сближения цель никаким маневрированием не может сделать требуемое нормальное ускорение ракеты большим определенной величины, зависящей от скорости и маневренности цели. При наведении ракеты методом прямого наведения цель всегда может маневрировать таким образом, чтобы требуемое нормальное ускорение ракеты неограниченно возрастало по мере приближения ее к цели. Таким образом, метод параллельного сближения требует от ракеты значительно меньшей маневренности, чем метод прямого наведения. Кроме того, при методе параллельного сближения маневрирование цели значительно меньше влияет на требуемые нормальные ускорения ракеты, чем при методе прямого наведения.

Несмотря на перечисленные преимущества метода параллельного сближения, для наведения самонаводящихся ракет на неподвижные и малоподвижные цели все же иногда применяют метод прямого наведения. Объясняется это тем, что метод параллельного сближения требует значительно более сложной системы управления, чем метод прямого наведения. А именно, метод параллельного сближения требует применения следящего координатора цели или установки координатора цели на гиростабилизированную платформу, в то время как метод прямого наведения осуществляется с помощью простейшего координатора цели, жестко установленного в корпусе ракеты.

§ 3.4. СВОЙСТВА МЕТОДА ПАРАЛЛЕЛЬНОГО СБЛИЖЕНИЯ

Метод параллельного сближения обладает рядом интересных свойств, изучение которых помогает понять его преимущества, рассмотренные в предыдущем параграфе.

Во-первых, равенства (3.3.15) показывают, что при идеально точном наведении ракеты на цель методом параллельного сближения проекции векторов скоростей ракеты и цели на плоскость, перпендикулярную вектору дальности, одинаковы. Это значит, что прямая, соединяющая концы векторов скоростей ракеты и цели, параллельна вектору дальности (рис. 3.4.1). Точно так же из (3.3.13) следует, что проекции векторов ускорений ракеты и цели на плоскость, перпендикулярную вектору дальности, одинаковы при наведении ракеты на цель методом параллельного сближения.

Рис. 3.4.1

Значит, и прямая, соединяющая концы векторов ускорений ракеты и цели, параллельна вектору дальности. Легко видеть, что это справедливо и для производных любого порядка векторов скоростей ракеты и цели.

Предположим теперь, что при наведении ракеты на цель методом параллельного сближения наведение в некоторый момент прекращается, а ракета и цель после прекращения наведения движутся прямолинейно и равномерно. Пусть ракета и цель в момент прекращения наведения находятся соответственно в точках P и $Ц$ (рис. 3.4.1). Обозначим через E точку пересечения траектории ракеты и цели (они обязательно пересекаются, так как, согласно изложенному, векторы $\boldsymbol{D}$, $\boldsymbol{v}$ и $\boldsymbol{v}_ц$ при наведении ракеты методом параллельного сближения лежат в одной плоскости) и вычислим времена полета ракеты и цели до этой точки. В результате получим

$$t_р = \frac{\overline{PE}}{v}, \quad t_ц = \frac{\overline{ЦE}}{v_ц}. \tag{3.4.1}$$

Так как прямая AB, соединяющая концы векторов скоростей ракеты и цели, параллельна прямой $PЦ$, то треугольники $EPЦ$ и EAB подобны, и из их подобия следует, что отношения, стоящие в правых частях формул (3.4.1), равны друг другу. Следовательно,

$$t_р = t_ц, \tag{3.4.2}$$

т. е. ракета и цель, двигаясь прямолинейно и равномерно после прекращения наведения методом параллельного сближения, придут в точку E одновременно. Иначе говоря, точка E является точкой встречи ракеты с целью при равномерном и прямолинейном движении (рис. 3.4.1) ракеты и цели после прекращения наведения. То же будет и в том случае, когда ракета и цель после прекращения наведения методом параллельного сближения движутся прямолинейно с постоянным отношением скоростей $v_ц/v$. Если ракета и цель после прекращения наведения методом параллельного сближения движутся криволинейно или прямолинейно, но отношение $v_ц/v$ не остается постоянным, то точка E в общем случае не будет точкой встречи ракеты с целью. Поэтому, желая подчеркнуть, что точка E является точкой встречи ракеты с целью только при определенном режиме движения ракеты и цели, точку E обычно называют мгновенной точкой встречи ракеты с целью или мгновенной упрежденной точкой. При криволинейном и неравномерном движении цели мгновенная упрежденная точка непрерывно изменяет свое положение, двигаясь по некоторой траектории (рис. 3.4.2).

На основании доказанного свойства метода параллельного сближения этот метод можно назвать также *методом наведения в мгновенную упрежденную точку*.

Отметим еще одно важное свойство метода параллельного сближения. Легко сообразить, что при наведении ракеты этим методом вектор скорости ракеты относительно цели $\boldsymbol{v}_r = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}_ц$ все время направлен точно на цель (рис. 3.4.1). Поэтому метод параллельного сближения обеспечивает непрерывное относитель-

ное движение ракеты точно по направлению к цели, как бы ни маневрировала цель. В этом смысле метод параллельного сближения может считаться идеальным методом наведения.

Изложенное показывает, что при постоянной скорости ракеты и прямолинейном равномерном движении цели ракета, наводимая на цель методом параллельного сближения, движется

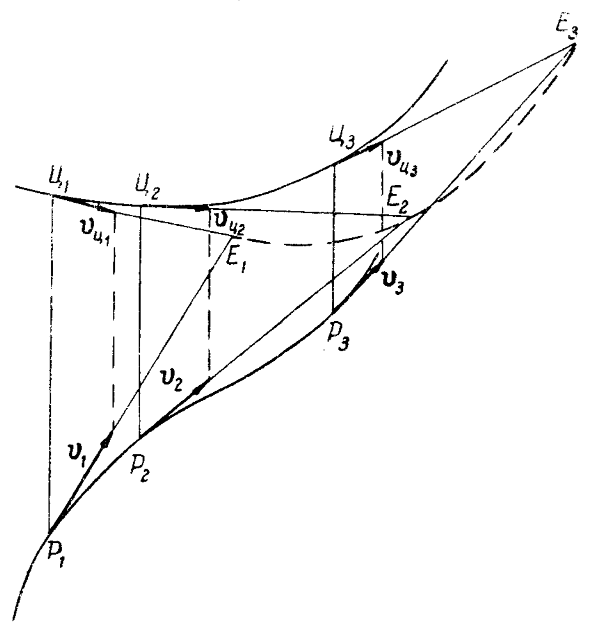


Рис. 3.4.2

прямолинейно в точку встречи с целью. Это же видно из формулы (3.3.20), которая показывает, что при $\dot{v}=0$, $\boldsymbol{a}_{ц}=0$ требуемое нормальное ускорение ракеты равно нулю во всех точках пространства.

Докажем теперь, что при постоянных скоростях ракеты и цели требуемое методом параллельного сближения нормальное ускорение ракеты не может быть больше нормального ускорения цели, если только скорость ракеты больше скорости цели. Для доказательства положим в (3.3.20) $\dot{v}=0$ и выразим величины $a_{ц\eta}$ и $a_{ц\zeta}$ через нормальное ускорение цели $a_{цN}$. Положим,

$$a_{ц\zeta}=ua_{цN}. \tag{3.4.3}$$

Тогда будем иметь

$$a_{ц\zeta}^2+a_{ц\eta}^2=(1-u^2)\,a_{цN}^2. \tag{3.4.4}$$

Кроме того, при $\dot{v}_{ц}=0$ вектор ускорения цели $\boldsymbol{a}_{ц}=\boldsymbol{a}_{Nц}$ перпендикулярен вектору скорости цели $\boldsymbol{v}_{ц}$, что дает

$$a_{ц\xi}\,v_{ц\xi}+a_{ц\eta}\,v_{ц\eta}=0 \tag{3.4.5}$$

(третье слагаемое в выражении скалярного произведения векторов $\boldsymbol{a}_ц$ и $\boldsymbol{v}_ц$ равно нулю, так как $v_{ц\zeta} = 0$ при нашем выборе системы координат $P\xi\eta\zeta$). Решая уравнения (3.4.4) и (3.4.5) относительно $a_{ц\xi}$ и $a_{ц\eta}$, находим

$$a^2_{ц\eta} = \left[1 - \left(\frac{v_{ц\eta}}{v_ц}\right)^2\right](1 - u^2)\, a^2_{цN}. \qquad (3.4.6)$$

Полагая в (3.3.20) $v = 0$ и заменяя $a_{ц\eta}$ и $a_{ц\zeta}$ их выражениями (3.4.6) и (3.4.3), получим

$$a_N{}^2 = a^2_{цN}\left[\frac{1 - \left(\frac{v_{ц\eta}}{v_ц}\right)^2}{1 - \left(\frac{v_{ц\eta}}{v}\right)^2}(1 - u^2) + u^2\right]. \qquad (3.4.7)$$

При $v > v_ц$ величина в квадратных скобках не превышает единицу и поэтому $a_N \leqslant a_{Nц}$, что и требовалось доказать. Это положение было впервые доказано В. Е. Рудневым в 1947 году.

Формула (3.4.7) показывает также, что при наведении ракеты методом параллельного сближения наивыгоднейшим маневром цели будет поворот по перпендикуляру к плоскости векторов $\boldsymbol{D}$ и $\boldsymbol{v}_ц$ (что соответствует $u = 1$).

Заметим, что все выводы о требуемых нормальных ускорениях ракеты были получены нами в предположении, что идеальная связь, соответствующая методу параллельного сближения, выполняется идеально точно. В действительности маневренность ракеты должна быть несколько большей, так как для обеспечения наведения ракеты всегда необходимы дополнительные нормальные ускорения для ликвидации отклонений ракеты от идеальной связи. Практически при определении требуемой маневренности ракеты обычно добавляют к нормальному ускорению, необходимому для выполнения идеальной связи, среднее квадратическое значение дополнительного нормального ускорения, необходимого для обеспечения достаточно точного управления полетом ракеты.

Так как при точном выполнении любого метода наведения ракета должна обязательно попасть в цель, а это возможно только в том случае, когда в бесконечно малой окрестности цели вектор скорости ракеты относительно цели направлен точно на цель, то любой метод наведения в бесконечно малой окрестности цели приводит к параллельному сближению ракеты с целью. Без этого не может быть обеспечено попадание ракеты в цель. Поэтому условие обеспечения попадания ракеты в цель можно выразить требованием, чтобы любой метод наведения (как в случае самонаведения, так и в случае телеуправления) обращался в бесконечно малой окрестности цели в метод параллельного сближения.

§ 3.5. ПРИНЦИПЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ УПРАВЛЕНИЯ. ТИПЫ КООРДИНАТОРОВ, ПРИМЕНЯЕМЫХ В СИСТЕМАХ САМОНАВЕДЕНИЯ

Из сказанного в § 2.2 об общих принципах управления ракетами ясно, что три основных типа управления — самонаведение, телеуправление и автономное управление — принципиально отличаются друг от друга только методами определения параметров управления. Все дальнейшие функции системы управления; преобразование параметров управления, выработка управляющих сигналов и приведение в действие рулей ракеты выполняются одинаково для всех трех типов систем управления. Поэтому изучение каждого конкретного типа систем управления полетом ракет — самонаведения, телеуправления и автономного управления — сводится по-существу к изучению тех специфических для данного типа систем управления устройств, с помощью которых получается информация о цели и поведении ракеты и формируются параметры управления.

Основным источником информации о положении цели относительно ракеты в системах самонаведения является координатор цели. Из сказанного в предыдущих параграфах ясно, что для определения параметров управления для основных применяемых сейчас методов наведения достаточно получать информацию только об угловых координатах цели относительно ракеты (т. е. о направлении вектора дальности). Поэтому большая часть современных координаторов измеряет только угловые координаты цели. Однако в некоторых случаях для преобразования параметров управления и выработки управляющих сигналов необходимо также знать дальность D, а иногда и скорость ее изменения $\dot{D}$. В таких случаях необходим координатор, измеряющий не только угловые координаты цели, но и дальность или дальность и ее производную. Это необходимо также в случае, когда система самонаведения должна обеспечить не только управление ракетой, но и выработку разовой команды для приведения в действие взрывателя. Измерение D и $\dot{D}$ позволяет также повысить помехоустойчивость координатора путем ввода в его конструкцию устройства селекции цели по дальности D и скорости сближения $\dot{D}$.

Заметим, что если для применяемых сейчас методов самонаведения параметры управления могут быть сформированы только по угловым координатам цели, а дальность D и ее производная $\dot{D}$ могут быть необходимы только для решения вспомогательных задач, то в ближайшем будущем не исключено появление и таких методов наведения, для которых измерение дальности D и ее производной $\dot{D}$ будет необходимо и для формирования параметров управления. Так, например, при современном уровне развития вычислительной техники вполне реально

применение метода наведения ракеты в истинную точку встречи с целью. Для определения этой точки в любой момент времени, а следовательно, и для определения параметров управления необходимо знать D и $\dot{D}$. Само собой разумеется, параметры управления для такого метода наведения не могут быть непосредственно измерены координатором, а должны формироваться по выходным сигналам координатора и других измерителей с помощью вычислительных устройств.

Как и всякий локатор, координатор цели должен различать цель на окружающем ее фоне. Для этого цель должна отличаться от фона какими-то своими физическими свойствами или, как говорят, обладать каким-то *контрастом* по отношению к фону.

В настоящее время в системах самонаведения ракет, действующих по воздушным и космическим целям, используется *электромагнитный* контраст цели, т. е. различие в излучении или отражении электромагнитных волн целью и фоном. При этом, в зависимости от диапазона волн, можно использовать *оптический* контраст цели или *радиоконтраст* цели. В соответствии с этим различают *оптические* координаторы и *радиолокационные* координаторы. Оптические координаторы в свою очередь делятся на *световые* координаторы, работающие в видимой части спектра, и *тепловые* координаторы, работающие в инфракрасной области спектра.

В системах самонаведения ракет—торпед, действующих в воде по надводным и подводным кораблям противника, часто используется *звуковой* контраст цели. Основанные на звуковом контрасте цели координаторы называются *акустическими*.

Координатор любого типа может использовать для измерения координат цели или сигналы, излучаемые целью, или отраженные от цели сигналы внешнего источника излучения.

Координаторы, использующие сигналы, излучаемые целью, или отраженные целью сигналы от естественного внешнего источника (например, Солнце), называются *пассивными*.

Координаторы, использующие отраженные целью сигналы собственного источника излучения, находящегося в самом координаторе, называются *активными*.

Координаторы, использующие отраженные целью сигналы от специального источника излучения, находящегося вне координатора (например, на стартовой позиции или на самолете-носителе), называются *полуактивными*

Очевидно, что координатор, работающий на любом контрасте цели, может быть пассивным, активным или полуактивным. В настоящее время применяются только пассивные оптические координаторы, пассивные, активные и полуактивные радиолокационные и акустические координаторы. В связи с появлением и развитием квантовых генераторов сейчас стало возможным создавать также активные и полуактивные оптические координаторы.

Для повышения помехоустойчивости системы управления можно применить комбинированные координаторы, использующие одновременно несколько контрастов цели и имеющие соответственное число каналов получения информации о цели. В настоящее время практически вполне реально создание комбинированного теплорадиолокационного координатора, содержащего два независимых измерителя угловых координат цели и одно общее для обоих измерителей устройство обработки информации и формирования координат цели или непосредственно параметров управления.

Из сказанного в § 2.2 следует, что для обеспечения максимальной простоты и надежности координатора следует по возможности стремиться к тому, чтобы координатор измерял непосредственно параметры управления. Это всегда легко достижимо для основных методов наведения, рассмотренных в § 3.2.

Мы видели в § 3.2, что для метода прямого наведения за параметры управления целесообразно принять углы отклонения вектора дальности от оси ракеты в плоскостях Px_1y_1 (канал руля высоты) и Px_1z_1 (канал руля направления). Эти углы могут быть непосредственно измерены координатором, жестко связанным с ракетой, ось которого параллельна оси ракеты (или совпадает с ней).

Для первого варианта метода параллельного сближения, когда за параметры управления принимаются углы отклонения вектора дальности от заданного направления, эти углы могут быть непосредственно измерены координатором, установленным на стабилизированной платформе так, чтобы его ось была параллельна заданному направлению. Этот вариант метода параллельного сближения в настоящее время практически не применяется.

Для второго варианта метода параллельного сближения — метода пропорциональной навигации, когда за параметры управления принимаются угловые скорости вектора дальности в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, эти угловые скорости могут быть непосредственно измерены, например, с помощью измерителей угловых скоростей, установленных на координаторе, следящем за целью своей осью. В гл. 6 мы покажем, что и сами выходные сигналы следящего координатора могут быть приняты за результаты измерения угловых скоростей вектора дальности.

Таким образом, мы приходим к заключению, что координатором цели может быть осуществлено непосредственное измерение параметров управления для метода прямого наведения и первого варианта метода параллельного сближения. Для метода пропорциональной навигации непосредственное измерение параметров управления может быть осуществлено следящим координатором.

Сказанное не исключает возможности применения координаторов, которые не измеряют непосредственно параметры управления. Так, например, метод параллельного сближения принципиально можно осуществить с помощью координатора, жестко связанного с ракетой и измеряющего углы отклонения вектора дальности от оси ракеты. Для этого в систему управления необходимо ввести дополнительный измеритель, определяющий углы отклонения оси ракеты от заданного направления, и вычислительное устройство, формирующее параметры управления по измеренным координатором угловым координатам цели и выходным сигналам измерителя углов, определяющих направление оси ракеты. Однако система управления при этом получается сложнее, чем при непосредственном измерении параметров управления координатором.

Точно так же для метода наведения с углом упреждения, пропорциональным отклонению оси ракеты от данного направления, параметры управления формируются по измеренным координатором угловым координатам цели относительно оси ракеты и по выходным сигналам измерителей углов отклонения оси ракеты от данного направления. Этот метод наведения, по существу также представляющий собой один из возможных способов реализации метода параллельного сближения, раньше применялся в конструкциях некоторых систем самонаведения.

Глава 4

РАДИОЛОКАЦИОННЫЕ КООРДИНАТОРЫ ЦЕЛИ

§ 4.1. ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ КООРДИНАТОРОВ

Из предыдущей главы следует, что в основе параметров управления при самонаведении ракеты на цель различными методами лежит разность $\Delta_к = D^0 - \zeta^0$, в которой $\zeta^0 = x_1^0$ при методах, накладывающих связь на ось ракеты; $\zeta^0 = v^0$, если связь накладывается на вектор скорости ракеты, и $\zeta^0 = \xi^0$, если связи

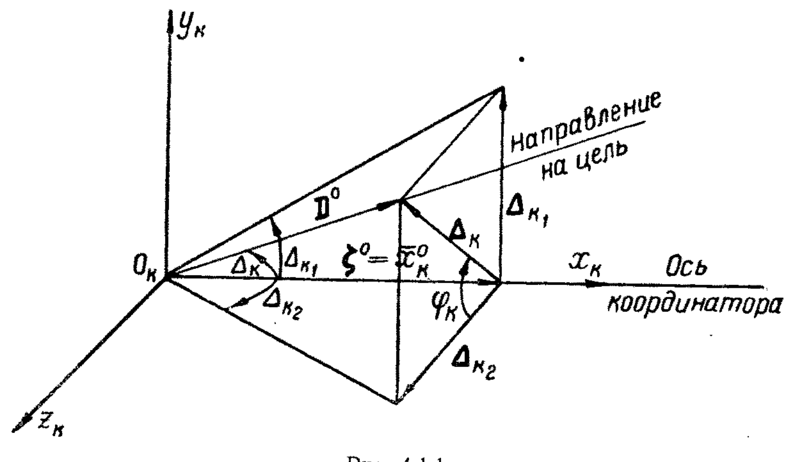


Рис. 4.1.1

наложены на вектор дальности. При наведении методами прямого наведения, погони, параллельного сближения (первый вариант) вектор $\Delta_к$ можно рассматривать как векторный параметр управления. Однако в ряде случаев разность $D_0 - \zeta^0$ входит в уравнения идеальных связей как составная часть. Поэтому для отличия от параметра управления в общем случае вектор $\Delta_к$ снабжен индексом «к».

Для управления ракетой необходимо измерять $\Delta_к$. Вектор $\Delta_к$ может быть представлен проекциями $\Delta_{к1}$ и $\Delta_{к2}$ (рис. 4.1.1) или

своим модулем и углом $\varphi_к$. При малых рассогласованиях можно считать, что модуль вектора $\Delta_к$ равен величине угла $\Delta_к$ между векторами ζ^0 и D^0; модуль вектора $\Delta_{к1}$ — величине угла $\Delta_{к1}$ между вектором ζ^0 и проекцией вектора D^0 на плоскость $O_к x_к y_к$, модуль вектора $\Delta_{к2}$ — величине угла $\Delta_{к2}$ между вектором ζ^0 и проекцией вектора D^0 на плоскость $O_к x_к z_к$. Если знаки углов $\Delta_{к1}$, $\Delta_{к2}$ определяются направлениями соответствующих им векторов относительно оси $x_к$, по которой направлен вектор ζ^0, то при известных ортах $y_к^0$ и $z_к^0$ можно считать, что вектор $\Delta_{к1}$ полностью определяется углом $\Delta_{к1}$, вектор $\Delta_{к2}$ — углом $\Delta_{к2}$, вектор $\Delta_к$ — углами $\Delta_к$ и $\varphi_к$. Таким образом, для определения вектора $\Delta_к$ необходимо измерять углы $\Delta_{к1}$, $\Delta_{к2}$ или $\Delta_к$, $\varphi_к$. Измерение этих углов является основной задачей координаторов цели. Ось координатора совмещается с вектором ζ^0. Углы $\Delta_{к1}$, $\Delta_{к2}$, $\Delta_к$, $\varphi_к$ определяют угловое положение цели относительно оси координатора. В соответствии с этим координаторами цели обычно считают устройства, измеряющие угловое положение цели относительно своей оси.

Координатор называют *декартовым*, если он измеряет углы $\Delta_{к1}$ и $\Delta_{к2}$. Если же измеряются углы $\Delta_к$ и $\varphi_к$, то координатор называется *полярным*. Угол $\Delta_к$ называется *углом рассогласования*. Плоскость угла $\Delta_к$ принято называть *плоскостью рассогласования*. Угол $\varphi_к$, определяющий положение плоскости рассогласования, называется *углом фазирования*. Начало отсчета угла фазирования в координаторе обозначается конструктивно путем соответствующего расположения и настройки его элементов.

В декартовом координаторе выходные сигналы формируются в виде постоянных токов или напряжений

$$u_{к1} = f_1(\Delta_{к1}, \Delta_{к2}), \quad u_{к2} = f_2(\Delta_{к1}, \Delta_{к2}). \qquad (4.1.1)$$

Функции f_1 и f_2 зависят от двух аргументов, так как в общем случае между каналами измерения углов $\Delta_{к1}$ и $\Delta_{к2}$ может быть связь. Эта связь практически мала и ею часто пренебрегают.

Выходным сигналом полярного координатора обычно является переменное напряжение заданной частоты ω

$$u_к = f(\Delta_к) \cos(\omega t - \varphi_к). \qquad (4.1.2)$$

Амплитуда сигнала зависит от угла рассогласования, а начальная фаза определяется углом фазирования $\varphi_к$.

Напряжения $u_{к1}$, $u_{к2}$, $u_к$ принято называть *сигналами рассогласования.*

Работа радиолокационных координаторов основана на свойстве целей иначе, чем окружающий ее фон, излучать или отражать радиоволны, т. е. электромагнитные колебания, частота которых находится в диапазоне $(0{,}4 \cdot 10^{12} \div 1{,}5 \cdot 10^4)$ *герц*. Генераторы электромагнитных колебаний могут работать в непрерывном или импульсном режиме. Практически в системах самонаведения авиационных ракет используются частоты от $1{,}5 \cdot 10^3$ *Мгц*

до $37{,}5 \cdot 10^3$ *Мгц*, которые соответствуют длинам от 20 *см* до до 0,8 *см* [30].

Необходимость использования сантиметрового и миллиметрового диапазонов волн вызвана, с одной стороны, требованием малогабаритности антенных систем, допустимые размеры которых определяются калибрами самонаводящихся ракет, с другой стороны, необходимостью иметь достаточно узкие диаграммы направленности, обеспечивающие селекцию цели и требуемые дальности действия координаторов.

Измерение координат цели становится возможным только в том случае, когда радиоволны, излучаемые или отражаемые целью, доходят до ракеты, обладая такой интенсивностью, которая позволяет «чувствовать» их с помощью средств, установленных на ракете. Чувствительным элементом координатора является радиолокационный приемник. Обычно это — высокочувствительный приемник супергетеродинного типа. Совместно с антенной системой он улавливает радиоволны и преобразует их в электрический сигнал. Как видно, по терминологии систем автоматического управления ([1], § 3.1) радиолокационный приемник координатора является электрическим датчиком.

В зависимости от мощности передатчиков, от расстояния между координатором и целью, степени направленности антенных систем, условий отражения и распространения радиоволн мощность на входе приемника измеряется величинами порядка $10^{-10} \div 10^{-14}$ *вт*. На выходе приемника для надежной работы последующих элементов системы управления требуется мощность сигнала порядка единиц ватт и более. Очевидно, приемник должен усиливать сигналы по мощности в $10^{10} \div 10^{14}$ раз (по напряжению в $10^5 \div 10^7$ раз).

При выборе коэффициента усиления обеспечивается такой режим работы элементов, при котором информация, необходимая для управления ракетой, передается без искажения от входа до выхода приемника. В процессе самонаведения расстояние от ракеты до цели изменяется. Вместе с дальностью изменяется мощность сигналов, действующих на вход приемника. При постоянном коэффициенте усиления с некоторого момента времени сигнал на выходе приемника достигает предельной величины. Элементы приемника работают в режиме насыщения. Информация, необходимая для управления. теряется по пути на выход приемника. Управление нарушается. Из сказанного вытекает необходимость автоматической регулировки усиления (АРУ) в соответствии с изменением мощности сигналов, действующих на вход приемника.

Выходными сигналами координатора являются сигналы рассогласования. Это низкочастотные функции времени, так как изменение углов $\Delta_{\text{к}1}$, $\Delta_{\text{к}2}$, $\Delta_{\text{к}}$, $\varphi_{\text{к}}$, определяющих изменение сигналов рассогласования, вызывается движением весьма инерционных объектов — цели и ракеты. На вход координатора действу-

ют высокочастотные сигналы цели. Следовательно, низкочастотные выходные сигналы являются результатом преобразований сигналов высокочастотных. Из курса радиотехники известно, что низкочастотный сигнал получается из высокочастотного путем демодуляции (детектирования). Ясно, что сигналы рассогласования в результате демодуляции могут быть сформированы только в том случае, если высокочастотные сигналы цели, поступающие на вход приемника, модулированы функциями $\Delta_{к1}$, $\Delta_{к2}$, $\Delta_{к}$, $\varphi_{к}$. Следовательно, координатор должен осуществить модуляцию сигналов цели функциями $\Delta_{к1}$, $\Delta_{к2}$, $\Delta_{к}$, $\varphi_{к}$ а затем произвести демодуляцию, чтобы сформировать сигналы рассогласования.

Применяемые в настоящее время радиолокационные координаторы производят амплитудную, фазовую и амплитудно-фазовую модуляцию. В соответствии с этим их называют *амплитудными, фазовыми* и *амплитудно-фазовыми.*

При амплитудной модуляции используется свойство антенн по-разному принимать сигналы, приходящие с различных направлений, т. е. свойство направленности антенн. При фазовой модуляции используется свойство радиоволн распространяться с конечной скоростью и по кратчайшему пути.

Наиболее целесообразными способами модуляции являются способы, основанные на использовании равносигнальной зоны. Координаторы, у которых равносигнальная зона создается с помощью нескольких неподвижных симметрично расположенных относительно оси координатора лепестков диаграммы направленности антенной системы, принято называть координаторами с *мгновенной равносигнальной зоной.* Если сигналы цели являются импульсными, то координаторы с мгновенной равносигнальной зоной называют *моноимпульсными.* Кроме координаторов с мгновенной равносигнальной зоной, применяются координаторы со сканирующим лучом. Равносигнальная зона в таких координаторах создается путем вращения лепестка диаграммы направленности антенной системы относительно оси, не совпадающей с осью симметрии лепестка. Координаторы со сканирующим лучом иногда называют координаторами с *интегральной равносигнальной зоной.*

Таким образом, координатор выполняет следующие функции: принимает сигналы цели, преобразует принятые сигналы в электрические, производит усиление сигналов, осуществляет автоматическую регулировку усиления, модулирует сигналы цели в соответствии с текущими значениями отклонений оси координатора от направления на цель, формирует сигналы рассогласования.

В ряде случаев может возникнуть необходимость в измерении дальности D и скорости изменения дальности $\dot{D}$. Эти задачи решаются с помощью специальных устройств, конструктивно входящих в координатор.

Основными характеристиками координаторов являются: поле зрения, дальность действия, помехоустойчивость и точность измерения координат цели. Границы поля зрения определяются положениями некоторого эталонного источника излучения, при которых сигнал на выходе приемника с заданными вероятностями правильного обнаружения и ложной тревоги превосходит заданный порог чувствительности приемного устройства. Источник излучения при этом должен находиться на заданной дальности, иметь необходимую мощность и генерировать электромагнитные волны определенной длины. Практически поле зрения координатора представляется круговым конусом, осью которого является ось координатора, и характеризуется углом при вершине конуса.

Дальность действия и точность определяются типом координатора, типом цели и условиями боевого применения системы самонаведения.

Помехоустойчивость — это способность координатора правильно функционировать при действии помех. Работа координатора в условиях помех является нормальным режимом его работы. Помехи на координатор действуют всегда. Поэтому характеристики координатора должны определяться с учетом действия помех. Меры по повышению помехоустойчивости являются обязательными. Они обычно сводятся к введению в схему радиолокационных приемников элементов, предохраняющих от перегрузки каскады усилителя промежуточной частоты и видеоусилителя (схемы мгновенной автоматической регулировки усиления, схемы малой постоянной времени, схемы селекций сигнала по длительности и др.). Существенное значение для повышения помехоустойчивости имеют системы автоматического сопровождения цели по дальности и по скорости. Важнейшим средством повышения помехоустойчивости является оптимальная фильтрация сигналов, основой которой является статистическая теория оптимальных систем ([1], главы 14, 15, 16).

§ 4.2. КООРДИНАТОРЫ СО СКАНИРУЮЩИМ ЛУЧОМ

Равносигнальная зона в координаторах со сканирующим лучом образуется путем вращения узкого лепестка диаграммы направленности относительно оси, не совпадающей с его осью симметрии. Ось вращения является осью равносигнальной зоны и осью координатора.

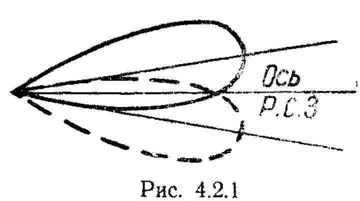


Рис. 4.2.1

На рис. 4.2.1 показаны два положения сканирующего луча координатора и ось равносигнальной зоны.

Если цель находится на оси равносигнальной зоны, то координатор принимает сигналы одинаковой амплитуды. Если же цель отклонится от оси равносигнальной зоны, то оказывается,

что сигналы, принимаемые координатором, модулируются по амплитуде периодической функцией, частота которой равна частоте сканирования ω_0, амплитуда пропорциональна углу рассогласования $\Delta_к$, а начальная фаза равна углу фазирования $\varphi_к$. Покажем, что это действительно так.

Пусть $F(\alpha)$ является уравнением диаграммы направленности. Угол α отсчитывается от направления на максимум диаграммы. Из рис. 4.2.2 видно, что при вращении диаграммы направленности угол α между направлениями на цель $Ц$ и на максимум диаграммы A не остается постоянным. Если амплитуду сигнала на

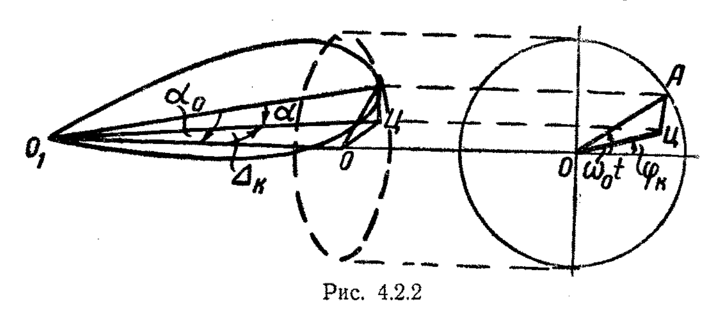


Рис. 4.2.2

входе бортового приемника для случая, когда направление на цель совпадает с направлением на максимум диаграммы, обозначить через U_m, то при произвольном положении ракеты амплитуда u будет изменяться по закону

$$u = U_m F(\alpha). \tag{4.2.1}$$

Угол рассогласования $\Delta_к$, угол между направлением на максимум диаграммы направленности и осью равносигнальной зоны α_0, угол между направлением на максимум диаграммы направленности и направлением на цель α малы, поэтому $OЦ \simeq OO_1 \Delta_к$, $OA \simeq OO_1 \alpha_0$, $OO_1 \simeq O_1Ц$, $AЦ \simeq OO_1 \alpha$. Полагая $OO_1 = 1$, по теореме косинусов из треугольника $AOЦ$ получим

$$\alpha^2 = \Delta_к^2 + \alpha_0^2 - 2\Delta_к \alpha_0 \cos(\omega_0 t - \varphi_к). \tag{4.2.2}$$

Учитывая, что $\Delta_к \ll \alpha_0$, запишем

$$\alpha^2 = \alpha_0^2 \left[1 - \frac{2\Delta_к}{\alpha_0} \cos(\omega_0 t - \varphi_к)\right], \tag{4.2.3}$$

откуда

$$\alpha = \alpha_0 \left[1 - \frac{2\Delta_к}{\alpha_0} \cos(\omega_0 t - \varphi_к)\right]^{1/2}. \tag{4.2.4}$$

Так как второй член в квадратных скобках мал, то, раскладывая второй множитель по формуле бинома Ньютона и ограничиваясь двумя первыми членами ряда, получим

$$\alpha = \alpha_0 - \Delta_к \cos(\omega_0 t - \varphi_к). \tag{4.2.5}$$

Теперь можно записать

$$F(\alpha)=F[\alpha_0-\Delta_к\cos(\omega_0 t-\varphi_к)]. \qquad (4.2.6)$$

Разложив функцию F в ряд по степеням $\Delta_к\cos(\omega_0 t-\varphi_к)$ и ограничиваясь двумя членами разложения, получим

$$F(\alpha)=F(\alpha_0)[1-\mu\Delta_к\cos(\omega_0 t-\varphi_к)], \qquad (4.2.7)$$

где $\mu=F'(\alpha_0)/F(\alpha_0)$ — коэффициент, характеризующий крутизну диаграммы направленности в точке пересечения с осью равносигнальной зоны. Подставляя выражение (4.2.7) в формулу (4.2.1) и учитывая, что $U_0=U_m F(\alpha_0)$ есть амплитуда сигнала в случае, когда цель находится на оси равносигнальной зоны, получим

$$u=U_0[1-\mu\Delta_к\cos(\omega_0 t-\varphi_к)]. \qquad (4.2.8)$$

Амплитуда U_0 выражается формулой

$$U_0=\frac{F(\alpha_0)F_п(\beta)\lambda\sqrt{Q_п Q_к}}{8\pi D_п D_к}\sqrt{\frac{k_a P\sigma_ц}{\pi\rho_c}}, \qquad (4.2.9)$$

где $F_п(\beta)$ — уравнение диаграммы направленности передатчика, β — угол между направлением на максимум диаграммы направленности передающей антенны и направлением на цель, λ — длина волны, $Q_п$ и $Q_к$ — коэффициенты усиления передающей и приемной антенн, $D_п$ и $D_к$ — расстояния от передатчика до цели и от цели до координатора, P — мощность передатчика, k_a — коэффициент передачи по мощности от антенны к преобразователю энергии радиоволн в напряжение, ρ_c — входная проводимость преобразователя (смесителя), $\sigma_ц$ — эффективная отражающая поверхность цели.

Таким образом, при отклонении цели от оси равносигнальной зоны высокочастотные сигналы, идущие к координатору, модулируются по амплитуде. Модуляция осуществляется сканирующим лучом.

В координаторе осуществляется демодуляция высокочастотных сигналов и выделяется огибающая (4.2.8). Переменная составляющая огибающей является сигналом рассогласования.

$$u_к=kU_0\mu\Delta_к\cos(\omega_0 t-\varphi_к), \qquad (4.2.10)$$

где k — коэффициент усиления. Как видно, радиолокационный координатор цели со сканирующим лучом формирует сигнал рассогласования в виде переменного тока и является координатором полярным.

Выражение (4.2.10) получено при постоянных значениях дальностей и $F_п(\beta)=\text{const}$. При самонаведении дальности изменяются. Это приводит к изменению в широких пределах мощности сигналов, действующих на вход приемника. Из (4.2.8) и (4.2.9) видно, что изменение дальностей приводит к изменению

амплитуды огибающей. Но в амплитуде огибающей содержится информация об угле рассогласования. Следовательно, изменение дальностей может привести к искажению полезной информации. Этого допустить нельзя. Поэтому предусматриваются меры, направленные на устранение вредного влияния ложной амплитудной модуляции сигналов, действующих на вход приемника. Эффективной мерой является, в частности, автоматическая регулировка усиления. Работа АРУ по существу сводится к изменению коэффициента k в формуле (4.2.10). Коэффициент изменяется так, чтобы произведение kU_0 было постоянным.

Значения функции $F_п(\beta)$ в процессе самонаведения также изменяются. Если координатор активного действия, то, как правило, на передачу и на прием используется одна антенна. Следовательно, $\alpha=\beta$, $F_п(\beta)=F(\alpha)$. Можно показать, что в этом случае

$$u_к = 2k\,U_{01}\,\mu\Delta_к \cos(\omega_0 t - \varphi_к), \qquad (4.2.11)$$

где $U_{01} = U_0 F(\alpha_0)/F_п(\beta)$. Если координатор полуактивного действия, то закон изменения угла β в функции $F_п(\beta)$ зависит от того, сканирует или не сканирует луч передатчика. При сканирующем луче сигнал, действующий на вход приемника, будет подвергнут дополнительной модуляции периодической функцией, частота которой равна частоте сканирования луча передатчика $\omega_п$. Для устранения вредного влияния дополнительной модуляции необходимо обеспечить неравенство $\omega_0 \neq \omega_п$. В таком случае появляется возможность отфильтровывать модулирующую функцию с частотой $\omega_п$. Если луч передатчика не сканирует, то значения функции $F_п(\beta)$ за время самонаведения изменяются медленно и могут быть скомпенсированы АРУ.

В системе самонаведения сигнал со сканирующего координатора может использоваться или непосредственно в виде переменного тока или после преобразования переменного тока в постоянный. При преобразовании производится разложение пространственного рассогласования на оси декартовой системы координат или формирование сигналов, пропорциональных амплитуде и начальной фазе переменного тока. Как в первом, так и во втором случаях необходим опорный сигнал. Опорным называется сигнал в виде переменного напряжения или тока с постоянной амплитудой и частотой, равной частоте сканирования луча. Начальная фаза опорного сигнала равна нулю и определяет положение одной оси декартовой системы координат, т. е. начало отсчета угла $\varphi_к$.

На рис. 4.2.3 показана функциональная схема радиолокационного координатора со сканирующим лучом для случая, когда сигнал цели является импульсным. Высокочастотные сигналы цели в смесителе СМ, складываясь с сигналами гетеродина Гет., преобразуются в сигналы промежуточной частоты, которые затем усиливаются усилителем промежуточной частоты УПЧ.

Видеодетектор ВД преобразует радиоимпульсы в видеоимпульсы, усиливаемые усилителем ВУ. Детектор сигнала рассогласования (демодулятор) ДСР формирует огибающую. Усилитель сигнала рассогласования УСР отделяет постоянную составляющую огибающей и выделяет сигнал рассогласования $u_к$. Система автоматической регулировки частоты гетеродина АРЧГ обеспечивает изменение частоты генерируемых гетеродином сигналов в соответствии с изменением частоты сигналов, действующих на вход координатора так, чтобы на входе УПЧ частота сигна-

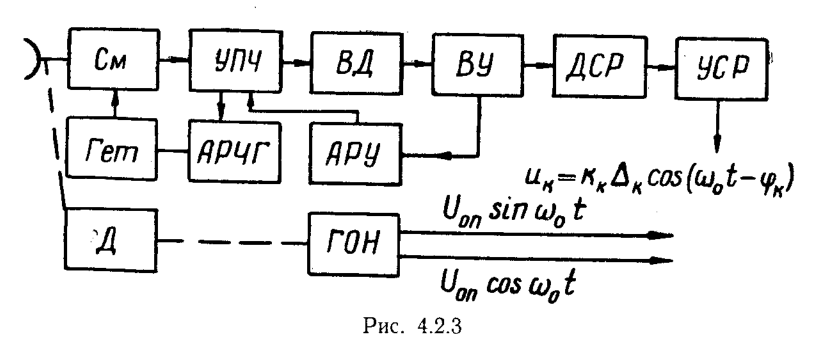


Рис. 4.2.3

ла не изменялась. Генератор опорного напряжения ГОН механически связан с двигателем Д, обеспечивающим сканирование луча.

Выходным сигналом координатора является переменное напряжение $u_к$. Постоянные времени фильтров ДСР и УСР малы по сравнению с фильтрами последующих преобразователей. Поэтому координатор со сканирующим лучом можно считать безынерционным элементом системы самонаведения, а уравнение

$$u_к = k_к \Delta_к \cos(\omega_0 t - \varphi_к), \quad (4.2.12)$$

где $k_к = k\mu U_0$, можно считать уравнением, приближенно описывающим работу координатора.

§ 4.3. КООРДИНАТОРЫ С МГНОВЕННОЙ РАВНОСИГНАЛЬНОЙ ЗОНОЙ

Координаторы с мгновенной равносигнальной зоной имеют по четыре приемных канала, входы которых расположены попарно по осям $O_к y_к$ и $O_к z_к$ (рис. 4.1.1). Пара каналов, расположенных по оси $O_к y_к$, формирует сигнал, пропорциональный углу $\Delta_{к1}$, другая пара формирует сигнал, пропорциональный углу $\Delta_{к2}$. Следовательно, координаторы с мгновенной равносигнальной зоной являются декартовыми.

Диаграмма направленности антенной системы амплитудного координатора состоит из четырех пересекающихся на оси равносигнальной зоны лепестков, каждый из которых относится к оп-

ределенному каналу. Точки приема всех каналов практически совмещены. Углы между осью равносигнальной зоны и направлениями на максимумы лепестков равны α_0. На рис. 4.3.1,*а* показана пара лепестков.

Если цель находится на оси равносигнальной зоны, то сигналы на входах приемников всех каналов одинаковы. Когда цель отклонится от оси, значения функции $F(\alpha)$ для каждого канала будут своими. В отличие от координатора со сканирующим лучом при постоянном смещении цели аргументы функции F в рассматриваемом случае будут постоянными. Из рис. 4.3.1,*а* на-

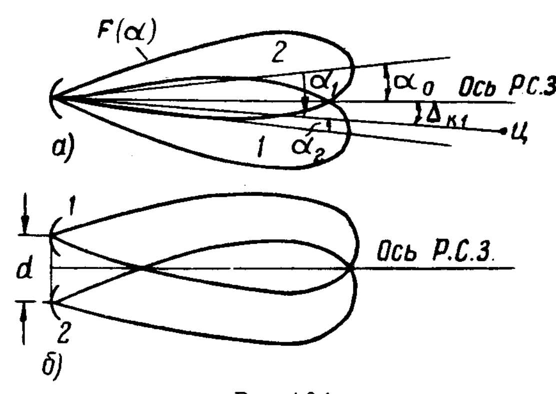


Рис. 4.3.1

ходим для первого канала $\alpha_1 = \alpha_0 + \Delta_{к1}$, для второго $\alpha_2 = \alpha_0 - \Delta_{к1}$, аналогично для третьего и четвертого $\alpha_3 = \alpha_0 + \Delta_{к2}$, $\alpha_4 = \alpha_0 - \Delta_{к2}$. Разложив функцию F в ряд Тейлора относительно ее значения $F(\alpha_0)$ и ограничиваясь двумя членами разложения, представим сигналы на входах приемников соответствующих каналов в виде

$$u_1 = U_0(1+\mu\Delta_{к1})e(t), \quad u_2 = U_0(1-\mu\Delta_{к1})e(t), \tag{4.3.1}$$

$$u_3 = U_0(1+\mu\Delta_{к2})e(t), \quad u_4 = U_0(1-\mu\Delta_{к2})e(t), \tag{4.3.2}$$

где $U_0 = U_m F(\alpha_0)$, $U_0 e(t)$ — сигнал передатчика. Из (4.3.1) и (4.3.2) видно, что информация об угле рассогласования содержится в амплитудах сигналов, действующих на входы каналов координатора. Для выделения этой информации формируют суммы $u_1 + u_2$, $u_3 + u_4$ и разности $u_1 - u_2$, $u_3 - u_4$, перемножают соответствующие суммы и разности и осредняют их.

В результате суммирования получается

$$u_1 + u_2 = u_3 + u_4 = 2U_0 e(t). \tag{4.3.3}$$

Вычитание дает

$$u_1 - u_2 = 2U_0 \mu\Delta_{к1} e(t), \tag{4.3.4}$$

$$u_3 - u_4 = 2U_0 \mu\Delta_{к2} e(t). \tag{4.3.5}$$

На вход множительного устройства одной пары каналов поступают сигналы $k_1(u_1+u_2)$ и $k_2(u_1-u_2)$, другой пары — $k_3(u_3+u_4)$ и $k_4(u_3-u_4)$. Коэффициенты k_1, k_2, k_3, k_4 являются коэффициентами усиления соответствующих каналов.

Для непрерывного сигнала, когда $e(t) = \cos \omega t$, после перемножения получаем

$$k_{м1} k_1 k_2 (u_1+u_2)(u_1-u_2) = 2 k_{м1} k_1 k_2 U_0^2 \mu \Delta_{к1} (1+\cos 2\omega t), \quad (4.3.6)$$

где $k_{м1}$ — коэффициент усиления множительного устройства. Осредняя результат умножения за время $T=n2\pi/\omega$, где n — произвольное целое число, получим

$$u_{к1} = 2 k_{м1} k_{ф1} k_1 k_2 U_0^2 \mu \Delta_{к1} = k_{12} \Delta_{к1}, \quad (4.3.7)$$

где $k_{ф1}$ — коэффициент усиления осреднителя. Аналогично для второй пары каналов получим

$$u_{к2} = k_{34} \Delta_{к2}. \quad (4.3.8)$$

В качестве суммирующих и вычитающих устройств используют специальные кольцевые схемы и волноводные двойные

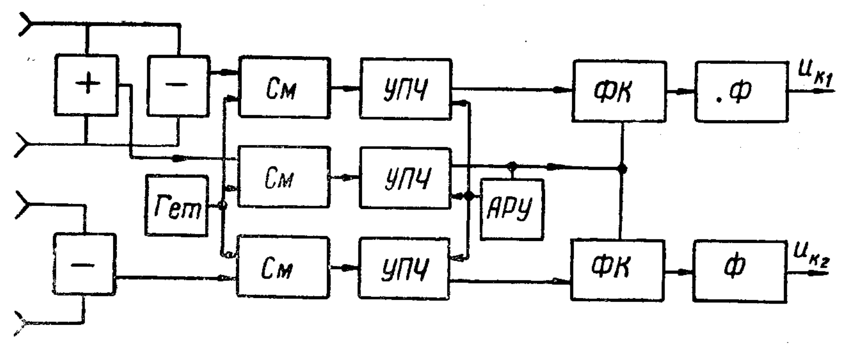


Рис. 4.3.2

тройники. Умножение производится на фазовых коммутаторах ФК. Осреднение осуществляется фильтрами низкой частоты Ф, которые не пропускают гармоник с частотой 2ω.

Равенство (4.3.3) показывает, что сумма сигналов не несет информации о рассогласовании. Вместо суммы u_3+u_4 во второй паре каналов, можно использовать сумму u_1+u_2, полученную в первой паре каналов. Это обстоятельство дает возможность уменьшить число приемно-усилительных каналов координатора до трех.

На рис. 4.3.2 показана функциональная схема амплитудного радиолокационного координатора цели с мгновенной равносигнальной зоной. На схеме учтено, что обычно усиление сигналов, отраженных от цели, производится на промежуточной частоте. Гетеродин и блок АРУ могут быть общими для всех каналов.

Система АРУ стремится обеспечить постоянство коэффициентов k_{12} и k_{34}.

Диаграмма направленности антенной системы фазового координатора состоит также из четырех лепестков, но оси симметрии лепестков в этом случае не пересекаются с осью координатора. Другой особенностью антенной системы является то, что антенны различных каналов смещены от оси координатора на некоторую величину $d/2$. Величина d называется базой антенной системы. На рис. 4.3.1,*б* показана пара лепестков.

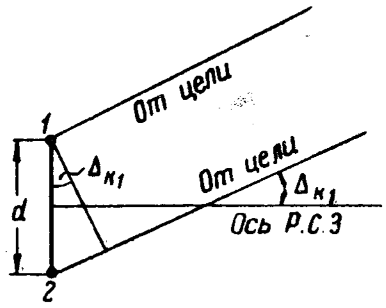


Рис. 4.3.3

Если цель находится на оси равносигнальной зоны, то сигналы на входах приемников всех каналов одинаковы. При отклонении цели от оси равносигнальной зоны значения функции F изменяются в соответствии с углом рассогласования, но одинаково для данной пары каналов. Следовательно, при сравнении амплитуд входных сигналов нельзя получить информацию об угле рассогласования. Сигнал рассогласования в данном случае формируется путем сравнения фаз. Фазы сигналов, действующих на входы приемников, по-разному изменяются в зависимости от угла рассогласования. Изменение фаз при отклонении цели от оси равносигнальной зоны стало возможным из-за того, что в антенной системе фазового координатора $d \neq 0$, тогда как в амплитудном координаторе $d \simeq 0$. Из рис. 4.3.3 видно, что при $\Delta_{к1} \neq 0$ сигнал, принятый антенной *2*, будет сдвинут по фазе относительно сигнала, принятого антенной *1*, на угол

$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \Delta_{к1}, \tag{4.3.9}$$

где λ — длина волны.

Аналогично при $\Delta_{к2} \neq 0$ получим

$$\varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \Delta_{к2}. \tag{4.3.10}$$

При непрерывном излучении сигналы на входах приемников можно представить в виде

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= U_m F(\Delta_{к1}) \cos \omega t, & u_2 &= U_m F(\Delta_{к1}) \cos(\omega t - \varphi_1), \\ u_3 &= U_m F(\Delta_{к2}) \cos \omega t, & u_4 &= U_m F(\Delta_{к2}) \cos(\omega t - \varphi_2). \end{aligned}\right\} \tag{4.3.11}$$

Для формирования сигналов рассогласования формируют произведения $u_1 \cdot u_2$, $u_3 \cdot u_4$ и осредняют их. В результате получается

$$\left.\begin{aligned} u'_{\text{к}1} &= \frac{1}{2} k_1 k_2 k_{\text{м}1} k_{\text{ф}1} U_m{}^2 F^2(\Delta_{\text{к}1}) \cos \varphi_1, \\ u'_{\text{к}2} &= \frac{1}{2} k_3 k_4 k_{\text{м}2} k_{\text{ф}2} U_m{}^2 F^2(\Delta_{\text{к}2}) \cos\varphi_2. \end{aligned}\right\} \qquad (4.3.12)$$

Равенства (4.3.12) показывают, что на выходной сигнал влияет не только фаза, но и амплитуда входных сигналов. Зависимость $u_{\text{к}}'$ от $\Delta_{\text{к}}$ приводит к переменности коэффициента усиления координатора, что в свою очередь приводит к нежелательной зависимости динамических свойств системы самонаведения от величины рассогласования. Эта зависимость может быть исключена путем введения ограничений сигналов по амплитуде. При наличии ограничителей ослабляется требование к АРУ. В этом случае можно не строго выдерживать постоянными произведения $U_m F(\Delta_{\text{к}1})$, $U_m F(\Delta_{\text{к}2})$, важно лишь, чтобы амплитуда сигналов была больше порога ограничения, заданного параметрами схем ограничителей.

Равенства (4.3.12) показывают, что выходной сигнал связан с фазой через косинус, вследствие чего знак выходного сигнала не зависит от знака рассогласования. Для устранения этого недостатка в один из каждой пары каналов, например в первый и третий, вводят фазосдвигающие цепи, изменяющие фазы сигналов на $\pi/2$. Тогда

$$u_1 = U_m F(\Delta_{\text{к}1}) \sin \omega t, \quad u_3 = U_m F(\Delta_{\text{к}2}) \sin \omega t$$

и осреднение произведений $u_1 \cdot u_2$, $u_3 \cdot u_4$ с учетом ограничений по амплитуде даст

$$u_{\text{к}1} = \frac{1}{2} k_{\text{м}1} k_{\text{ф}1} U^2_{\text{огр}} \sin \varphi_1, \quad u_{\text{к}2} = \frac{1}{2} k_{\text{м}2} k_{\text{ф}2} U^2_{\text{огр}} \sin \varphi_2, \qquad (4.3.13)$$

где $U_{\text{огр}} = \text{const}$ — амплитуда сигналов на выходе ограничителей. Для простоты принято, что пороги ограничений для всех ограничителей одинаковы.

Обычно при самонаведении углы $\Delta_{\text{к}1}$, $\Delta_{\text{к}2}$, φ_1, φ_2 малы, поэтому вместо равенств (4.3.9) и (4.3.13) приближенно можно принять равенства (4.3.7) и (4.3.8), где

$$k_{12} = k_{\text{м}1} k_{\text{ф}1} U^2_{\text{огр}} d \frac{\pi}{\lambda}, \quad k_{34} = k_{\text{м}2} k_{\text{ф}2} U^2_{\text{огр}} d \frac{\pi}{\lambda}.$$

На рис. 4.3.4 показана функциональная схема фазового координатора. Заметим, что для исключения влияния неидентичности характеристик приемных каналов в фазовых координаторах, так же как в амплитудных, может производиться суммарно-разностная обработка входных сигналов.

Особенностью фазового координатора является неоднозначная зависимость выходных сигналов от угла рассогласования. Из равенств (4.3.9) и (4.3.13) видно, что выходные сигналы будут равны нулю не только при $\Delta_{к1} = \Delta_{к2} = 0$, но и при

$$\frac{2\pi}{\lambda} d \sin \Delta_{к1} = n\pi, \quad \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \Delta_{к2} = m\pi,$$

где n и m — произвольные целые числа, т. е. при

$$\Delta_{к1} = \arcsin \frac{n\lambda}{2d}, \quad \Delta_{к2} = \arcsin \frac{m\lambda}{2d} \tag{4.3.14}$$

образуются ложные равносигнальные зоны. Эта неоднозначность может быть практически устранена путем выбора такой ширины диаграммы направленности антенн, при которой уже первая ложная равносигнальная зона находилась бы за пределами основного лепестка.

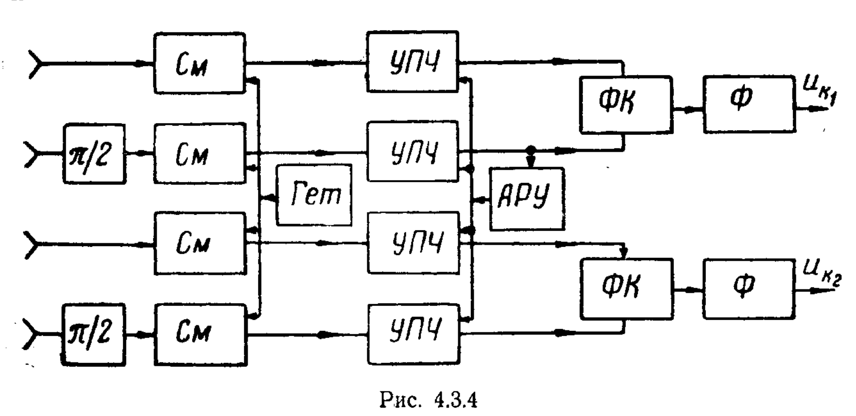


Рис. 4.3.4

Из (4.3.14) следует, что первая ложная зона ($n = m = 1$) возникает при угле между осью равносигнальной зоны и направлением на цель, равном:

$$\Delta^* = \arcsin \frac{\lambda}{2d}.$$

Следовательно, ширину диаграммы направленности θ необходимо выбирать из условия

$$\theta \leqslant \arcsin \frac{\lambda}{2d}. \tag{4.3.15}$$

При рассмотрении координаторов с мгновенной равносигнальной зоной принималось, что передатчик работает в режиме непрерывного облучения цели и не расположен на ракете. Для активного координатора также имеет место пропорциональная

зависимость выходных сигналов от углов рассогласования, но коэффициенты k_{12} и k_{34} в амплитудном координаторе изменяются в $4\,U_{01}^2/U_0$ раз, в фазовом — в два раза.

Импульсный режим работы требует дополнительной обработки сигналов. После фазовых коммутаторов производится амплитудное детектирование импульсов. Сглаживающий фильтр стоит на выходе амплитудного детектора.

Радиолокационные координаторы имеют ряд нелинейных элементов: преобразователи частоты, детекторы, фазовые коммутаторы. Кроме того, координаторы имеют нелинейности, связанные с пеленгационной характеристикой: зона нечувствительности, завалы и ложные нули, обусловленные диаграммой направленности антенной системы, включающей дополнительные боковые лепестки. Эксперименты показывают, что все эти нелинейности при описании динамических свойств координатора в целом могут не учитываться, если измеряемые углы малы.

Динамические свойства координаторов с мгновенной равносигнальной зоной приближенно описываются линейными дифференциальными уравнениями

$$\left.\begin{aligned} T_\text{к}\dot{u}_{\text{к}1} + u_{\text{к}1} &= k_\text{к}\Delta_{\text{к}1}, \\ T_\text{к}\dot{u}_{\text{к}2} + u_{\text{к}2} &= k_\text{к}\Delta_{\text{к}2}, \end{aligned}\right\} \tag{4 3.16}$$

где $k_\text{к}$ — коэффициент усиления, а $T_\text{к}$ — постоянная времени координатора, практически равная постоянной времени выходного фильтра низких частот (0,02 ÷ 0,2 *сек*).

§ 4.4. ПОМЕХИ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА РАДИОЛОКАЦИОННЫЕ КООРДИНАТОРЫ

Помехи, действующие на радиолокационные координаторы цели, могут быть внешними и внутренними, естественными и искусственными.

К внешним естественным помехам относятся помехи, называемые федингом и блужданием центра радиолокационного отражения. Целями при самонаведении могут быть самолеты, корабли и другие объекты, имеющие сложную конфигурацию. Размеры целей обычно значительно больше длины радиоволны. Отражающие способности различных частей целей различны. Радиоволны, отраженные от различных частей цели, могут отличаться друг от друга как по амплитуде, так и по фазе. В точке приема радиоволны, отраженные от различных частей цели, интерферируют. Взаимное положение цели и приемника непрерывно изменяется. В результате интерференции принятый сигнал изменяется случайным образом по амплитуде и фазе. Если сложную цель представить в виде точечного источника, то для создания в точке приема условий, соответствующих реальной цели, интенсивность излучения точечного источника должна флуктуи-

ровать и, кроме того, положение точечного источника должно изменяться случайным образом относительно геометрического центра цели.

Флуктуации амплитуд принятых сигналов, соответствующие случайным изменениям интенсивности излучения точечного источника, принято называть *федингом,* а случайные перемещения точечного источника — *блужданием центра отражения.* Таким образом, фединг — это электромагнитное явление, проявляющееся в изменении мощности принимаемых сигналов. Фединг регистрируется ненаправленной антенной и при этом преобразуется в флуктуации напряжения или тока. Фединг включает также случайные изменения амплитуд, связанные с нестабильностью передатчика, затуханием радиоволн при распространении их от передатчика до цели и от цели до приемника, случайным изменением поляризации волн и другими явлениями.

Блуждание центра отражения — также электромагнитное явление, однако проявляется оно в виде перемещения цели. Будем далее полагать, что речь идет о линейном перемещении. Блуждание центра отражения можно зарегистрировать приемником с антенной, обладающей свойством направленности. Блуждание центра отражения происходит в районе цели. Теоретические исследования [11] и эксперименты [10, 9] показывают, что центр отражения в процессе блуждания может выходить за контуры цели.

Вероятностные характеристики фединга и блуждания центра отражения существенным образом зависят от типа цели и длины волны. Фединг и блуждание центра отражения — стационарные случайные процессы с равными нулю математическими ожиданиями.

Если блуждания центра отражения нет, то отраженный сигнал можно представить в виде

$$U(t) = U_0 + X_U(t) \ [\textit{вольт}],$$

где U_0 — средняя составляющая сигнала на выходе приемника; X_U — стационарная случайная функция времени, характеризующая флуктуации амплитуд отраженного сигнала. Чтобы исключить влияние номинальной мощности передатчика, а также дальности от передатчика до цели и от цели до приемника, функцию $X_U(t)$ относят к среднему значению отраженного сигнала $X_ф(t) = X_U(t)/U_0$. Безразмерная случайная функция $X_ф$ принимается за характеристику фединга. Отраженный сигнал представляется так:

$$U(t) = U_0\,[1 + X_ф(t)] \ [\textit{вольт}]. \qquad (4.4.1)$$

На рис. 4.4.1 для примера показана функция $X_ф$ для случая, когда целью является самолет, облученный радиоволнами сантиметрового диапазона. Нормированная корреляционная функ-

ция $k_x(\tau)/\sigma_x^2$ показана на рис. 4.4.2. Приближенно корреляционная функция $k_x(\tau)$ может быть представлена формулой

$$k_x(\tau) = \sigma_x^2 e^{-\alpha|\tau|} \cos \beta\tau, \qquad (4.4.2)$$

где $\alpha=24$, $\beta=40$. Дисперсия σ_x^2 случайной функции $X_ф$ в рассматриваемом случае равна примерно 0,0625 [12]. На рис. 4.4.3

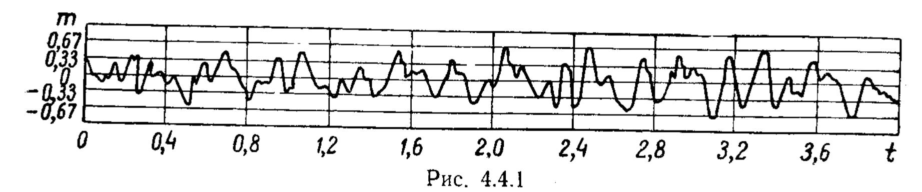


Рис. 4.4.1

показана нормированная спектральная плотность $s_x(\omega)/\sigma_x^2$. Аналитически функция $s_x(\omega)$ представляется в виде

$$s_x(\omega) = \frac{\sigma_x^2}{2\pi}\left[\frac{\alpha}{(\omega+\beta)^2+\alpha^2} + \frac{\alpha}{(\omega-\beta)^2+\alpha^2}\right]. \qquad (4.4.3)$$

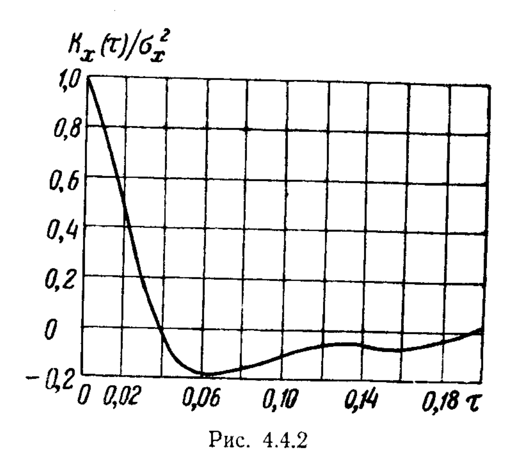


Рис. 4.4.2

Между функциями $k_x(\tau)$ и $s_x(\omega)$ существует известная связь

$$k_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s_x(\omega) \cos \omega\tau \, d\omega, \qquad (4.4.4)$$

$$s_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} k_x(\tau) \cos \omega\tau \, d\tau. \qquad (4.4.5)$$

На рис. 4.4.4 представлен график нормированной спектральной плотности блуждания центра отражения. Кривая спектраль-

ной плотности хорошо аппроксимируется функцией

$$s_б(\omega) = \frac{9{,}67\,\sigma_б^2}{483{,}4 + 0{,}456\,\omega^2 + 0{,}001\,\omega^4}. \qquad (4.4.6)$$

Спектр случайной функции, характеризующей блуждание центра отражения, практически ограничивается частотой примерно $50/2\pi = 8$ *гц*. Дисперсия блуждания зависит от размера цели и определяется формулой [9]

$$\sigma_б^2 = 0{,}0441\,L^2\ [м^2], \qquad (4.4.7)$$

где L — наибольший размер цели. Формула справедлива для случая, когда цель представляет собой самолет и ширина диаграммы направленности превосходит размер цели.

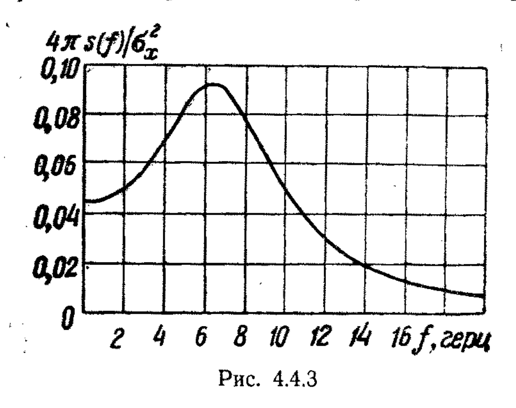


Рис. 4.4.3

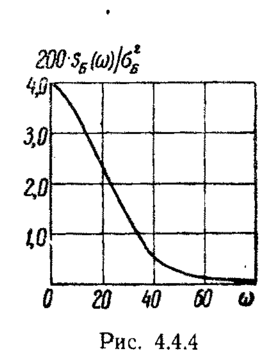


Рис. 4.4.4

Для приближенной оценки точности измерения координат блуждание можно представить случайным процессом с постоянной (в полосе частот $\Delta F \leqslant 8$ *гц*) спектральной плотностью, равной

$$s_б = 0{,}00045\,L^2\ [м^2/сек]. \qquad (4.4.8)$$

Внешними являются также естественные помехи атмосферного и космического происхождения. Такого рода помехи приводятся ко входу антенны приемника и оцениваются величиной шумовой температуры антенны $T_ш$. На рис. 4.4.5 приведена зависимость шумовой температуры [7] от частоты электромагнитных колебаний. Спектральная плотность такого рода помех $s_{ш2}$ определяется равенством

$$s_{ш2} = kT_ш\ \left[\frac{ватт}{герц}\right], \qquad (4.4.9)$$

где $k = 1{,}37 \cdot 10^{-23}$ *ватт/герц · градус*.

К внешним относятся помехи, созданные противником. Эти помехи по характеру действия на измеритель координат можно

разделить на две части. К одной части относятся помехи, действие которых приводит к нарушению нормального режима работы отдельных элементов схемы измерителя. Примером может служить помеха большой мощности в виде непрерывных немодулированных колебаний на несущей частоте. Такая помеха, воздействуя на АРУ, приводит к нарушению нормального режима работы усилителя промежуточной частоты. К другой части относятся помехи, примешивающиеся к полезному сигналу и тем самым искажающие его. Большое многообразие такого рода помех можно свести к помехам, которые по воздействию на измеритель координат аналогичны федингу, и к помехам, аналогичным блужданию центра отражения. Учет таких помех сводится к соответствующему изменению спектральных плотностей фединга и блуждания центра отражения. Из сказанного следует, что для объективной оценки работы измерителей необходимо задавать характеристики помех типа фединга и блуждания центра отражения для принятых условий их работы. Эти условия можно связывать с типом целей, так как различные цели по-разному обеспечиваются средствами радиопротиводействия.

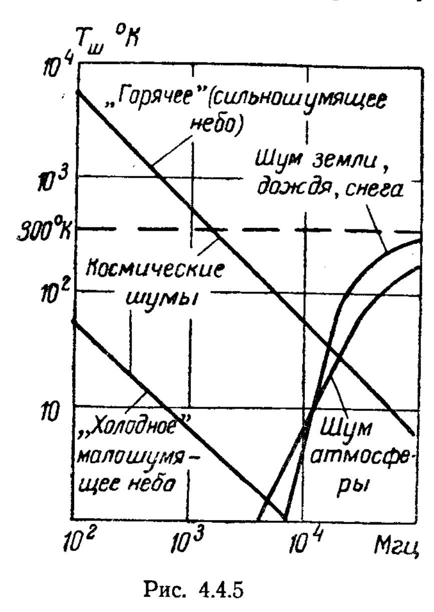


Рис. 4.4.5

Широкое применение находят пассивные помехи в виде полуволновых дипольных отражателей. Эффективным средством борьбы с пассивными помехами является селекция цели по скорости, дальности и угловому положению.

К внутренним помехам относятся шумы, генерируемые элементами системы. Известно, что все частицы вещества, включая и электрически заряженные, находятся в тепловом движении. Беспорядочное движение заряженных частиц равносильно электрическому току, меняющему свою величину и направление случайным образом. Случайно изменяющийся ток создает меняющееся в соответствии с током напряжение. Это и есть шум. Шумят сопротивления, конденсаторы, электронные лампы, полупроводниковые и другие элементы, температура которых выше абсолютного нуля.

Кроме теплового шума, в электронных схемах возникает шум, связанный с так называемым дробовым эффектом. Дробовый эффект проявляется в виде флуктуации числа электронов около

среднего значения, соответствующего расчетному значению тока.

Внутренние шумы порождаются также флуктуациями электрических и магнитных параметров элементов схем координаторов и другими явлениями.

Обычно внутренние шумы приводятся ко входу антенны приемника. Приведенная спектральная плотность шумов $s_{ш1}$ постоянна вплоть до частот порядка $10^{12} \div 10^{13}$ *герц* и равна

$$s_{ш1} = kT_0 \left(k_ш + \frac{T_A}{T_0} - 1 \right) [ватт/герц], \qquad (4.4.10)$$

где $k = 1{,}37 \cdot 10^{-23}$ *ватт/герц · градус*, $T_0 = 290°$ по Кельвину, T_A — температура антенны также по Кельвину, $k_ш$ — коэффициент шума. Величина $k_ш$ в основном определяется типом входных усилителей. В радиолокационных приемниках с обычными полупроводниковыми или ламповыми усилителями $k_ш = 15 \div 50$. В приемниках, первые каскады усиления которых собраны на малошумящих параметрических усилителях, коэффициент $k_ш$ может достигать значений, равных 1,3.

§ 4.5. ТОЧНОСТЬ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ КООРДИНАТОРОВ

Полное исследование точности работы радиолокационного координатора — сложная задача. Сложность прежде всего обусловлена тем, что координатор содержит ряд нелинейных преобразователей. Аналитическое исследование модуляторов, детекторов, преобразователей частоты и других нелинейных элементов, работающих под действием помех, не является задачей курса. При рассмотрении координатора как динамического элемента системы самонаведения обычно ограничиваются приближенной оценкой его точности.

Чтобы иметь возможность произвести сравнительную оценку различных типов координаторов, допустим, что координатор со сканирующим лучом, как и координаторы с мгновенной равносигнальной зоной, используется для измерения рассогласований $\Delta_{к1}$ и $\Delta_{к2}$. Разложение сигнала рассогласования (4.2.10) на составляющие (4.3.7), (4.3.8) производится координатным преобразователем (фазовым коммутатором). При этом используется опорное напряжение. На выходе преобразователя стоит фильтр низких частот. Для упрощения задачи положим $\varphi_к = 0$ и в дальнейшем под $\Delta_к$ будем понимать только $\Delta_{к1}$. Примем также, что сигналы цели являются непрерывными.

Помеха типа фединга приводит к флуктуациям амплитуды U_0. В соответствии с равенством (4.4.1) будем учитывать влияние фединга путем умножения амплитуды U_0 на $(1 + X_ф)$. Блуждание центра отражения приводит к случайному изменению угла рассогласования $\Delta_к$. С учетом блуждания центра отражения рассогласование на дальности D можно представить в виде $\Delta_к = \Delta_с + X_б/D$, где $\Delta_с$ — полезный сигнал, т. е. угол между осью

равносигнальной зоны и направлением на геометрический центр цели, $X_б$ — стационарная случайная функция времени, характеризующая помеху типа блуждания центра отражения.

В соответствии с изложенным в § 4.2 и 4.3, учитывая действие помех, представим сигнал, действующий на вход координатора со сканирующим лучом, в виде

$$u_1 = U_0(1+X_ф)\left[1-\mu\left(\Delta_с+\frac{X_б}{D}\right)\cos\omega_0 t\right]\cos\omega t, \qquad (4.5.1)$$

сигналы на входах амплитудного координатора с мгновенной равносигнальной зоной

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= U_0(1+X_ф)\left[1+\mu\left(\Delta_с+\frac{X_б}{D}\right)\right]\cos\omega t,\\ u_2 &= U_0(1+X_ф)\left[1-\mu\left(\Delta_с+\frac{X_б}{D}\right)\right]\cos\omega t, \end{aligned}\right\} \qquad (4.5.2)$$

сигналы на входах фазового координатора с мгновенной равносигнальной зоной

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= k_0 U_0(1+X_ф)F\left(\Delta_с+\frac{X_б}{D}\right)\cos\omega t,\\ u_2 &= k_0 U_0(1+X_ф)F\left(\Delta_с+\frac{X_б}{D}\right)\cos\left[\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\left(\Delta_с+\frac{X_б}{D}\right)\right], \end{aligned}\right\} \qquad (4.5.3)$$

где $k_0 = 1/F(\alpha_0)$.

На один вход координатного преобразователя действует переменная составляющая огибающей сигнала (4.5.1), равная:

$$u_{11} = kU_0\left[X_ф-\mu(1+X_ф)\left(\Delta_с+\frac{X_б}{D}\right)\cos\omega_0 t\right]. \qquad (4.5.4)$$

На другой вход действует опорное напряжение

$$u_{21} = U_{оп}\cos\omega_0 t. \qquad (4.5.4')$$

После обработки в соответствии со схемами, показанными на рис. 4.3.2 и 4.3.4, сигналы на входах фазовых коммутаторов представляются в следующем виде. Для амплитудного координатора с мгновенной равносигнальной зоной

$$\left.\begin{aligned} u_{11} &= 2k_1 U_0\mu(1+X_ф)\left(\Delta_с+\frac{X_б}{D}\right)\cos\omega_п t,\\ u_{21} &= U_{огр}\cos\omega_п t, \end{aligned}\right\} \qquad (4.5.5)$$

где $\omega_п$ — промежуточная частота. При формировании u_{21} учтено, что амплитуда сигнала (4.3.3) не несет информации о рассогласовании и может быть ограничена постоянной величиной $U_{огр}$.

Для фазового координатора с мгновенной равносигнальной зоной

$$\left.\begin{aligned} u_{11} &= U_{огр} \sin \omega_п t, \\ u_{21} &= U_{огр} \cos\left[\omega_п t - \frac{2\pi}{\lambda} d \left(\Delta_с + \frac{X_б}{D}\right)\right]. \end{aligned}\right\} \quad (4.5.6)$$

В равенствах (4.5.6) учтена малость углов рассогласования и возможность ограничения сигналов фазового координатора по амплитуде.

Фазовые коммутаторы и координатный преобразователь осуществляют перемножение u_{11} и u_{21}. Результат умножения поступает на вход фильтра низких частот. Выходной сигнал координатора складывается из низкочастотных составляющих произведения u_{11} u_{21}. Принимая во внимание ограничивающее действие фильтра низких частот, стоящего на выходе фазового коммутатора, исключим из произведения те члены, которые явно не пройдут на выход координатора. Представим сигнал на входе низкочастотного фильтра координатора со сканирующим лучом в виде

$$u_с = \frac{1}{2} \mu k_м k U_0 U_{оп} \left(\frac{2X_ф}{\mu} \cos \omega_0 t - \Delta_с - \frac{X_б}{D} - X_ф \Delta_с - \frac{X_ф X_б}{D}\right), \quad (4.5.7)$$

где $k_м$ — коэффициент усиления множительного устройства. На входе фильтра амплитудного координатора с мгновенной равносигнальной зоной

$$u_с = \mu k_1 k_{м1} U_0 U_{огр} \left(\Delta_с + \frac{X_б}{D} + X_ф \Delta_с + \frac{X_ф X_б}{D}\right), \quad (4.5.8)$$

на входе фильтра фазового координатора с мгновенной равносигнальной зоной

$$u_с = k_{м1} \frac{\pi}{\lambda} d U^2_{огр} \left(\Delta_с + \frac{X_б}{D}\right). \quad (4.5.9)$$

Из равенства (4.5.7) видно, что на координатор со сканирующим лучом наряду с полезной составляющей $\Delta_с$ действует случайное возмущение

$$X_с = \frac{2X_ф}{\mu} \cos \omega_0 t - \frac{X_б}{D} - X_ф \Delta_с - \frac{X_ф X_б}{D}. \quad (4.5.10)$$

Из равенств (4.5.8), (4.5.9) находим случайные возмущения, действующие на координаторы с мгновенной равносигнальной зоной и выраженные в угловой мере

$$X_1 = \frac{X_б}{D} + X_ф \Delta_с + \frac{X_ф X_б}{D}, \quad (4.5.11)$$

$$X_2 = \frac{X_б}{D}. \quad (4.5.12)$$

По существу функции X_c, X_1, X_2 являются помехами, приведенными ко входу координаторов. При приближенном анализе слагаемыми $X_ф \Delta_c$ и $X_ф X_б / D$ в правых частях равенств (4.5.10), (4.5.11) можно пренебречь, так как при малом угле Δ_c они по сравнению с оставшимися слагаемыми являются величинами более высокого порядка малости. Тогда

$$X_c = \frac{2X_ф}{\mu} \cos \omega_0 t - \frac{X_б}{D}, \tag{4.5.13}$$

$$X_1 = X_2 = X_м = \frac{X_б}{D}. \tag{4.5.14}$$

Возмущения (4.5.13), (4.5.14) при фиксированном значении дальности будут стационарными случайными функциями времени. Фильтр низких частот — линейное звено, динамические свойства которого описываются передаточной функцией $\Phi(\lambda)$. Поэтому для оценки точности измерения углов можно пользоваться формулами, известными из теории стационарных систем ([1], § 7.3, 7.4).

Для определения дисперсии ошибки измерения угла рассогласования необходимо знать спектральную плотность возмущений.

При фиксированной дальности $D(t) = D_в = \text{const}$ корреляционная функция случайной функции (4.5.14) равна:

$$k_м(\tau) = \frac{k_б(\tau)}{D_в^2}, \tag{4.5.15}$$

где $k_б(\tau)$ — корреляционная функция помехи типа блуждания центра отражения. Спектральная плотность равна:

$$s_м(\omega) = \frac{s_б(\omega)}{D_в^2}. \tag{4.5.16}$$

Корреляционная функция случайной функции $X_ф \cos \omega_0 t$ по определению равна $M[X_ф(t) \cos \omega_0 t \cdot X_ф(t+\tau) \cos \omega_0 (t+\tau)]$. Изменение фазы косинусоиды на угол $\omega_0 \tau$ равноценно изменению положения луча относительно оси равносигнальной зоны. Случайная функция $X_ф$ не зависит от положения луча, следовательно, мы вправе записать

$$M[X_ф(t) \cos \omega_0 t \cdot X_ф(t+\tau) \cos \omega_0 (t+\tau)] =$$
$$= M[X_ф(t) X_ф(t+\tau)] \cdot M[\cos \omega_0 t \cdot \cos \omega_0 (t+\tau)].$$

Среднее значение произведения косинусов за время $T \to \infty$ равно $\cos \omega_0 \tau / 2$, а $M[X_ф(t) X_ф(t+\tau)] = k_ф(\tau)$ — корреляционная функция фединга. Имея в виду сделанные замечания, а также то, что фединг и блуждание центра отражения являются про-

цессами некоррелированными, корреляционную функцию случайной функции (4.5.13) представим в виде

$$k_c(\tau) = \frac{2}{\mu^2} k_ф(\tau) \cos \omega_0 \tau + \frac{1}{D_в^2} k_б(\tau). \qquad (4.5.17)$$

По формуле (4.4.5) при $k_x(\tau)=k_c(\tau)$ находим спектральную плотность

$$s_c(\omega) = \frac{2}{\mu^2} [s_ф(\omega_0 + \omega) + s_ф(\omega_0 - \omega)] + \frac{1}{D_в^2} s_б(\omega). \qquad (4.5.18)$$

Дисперсия ошибки определяется по формуле

$$\sigma_0^2 = 2 \int_0^\infty s_c(\omega) |\Phi(i\omega)|^2 d\omega. \qquad (4.5.19)$$

Как видно, на ошибку координатора влияет часть спектра случайного возмущения, ограниченная полосой пропускания фильтра низких частот. Полоса пропускания выходного фильтра координатора определяется спектром полезного сигнала и обычно не превосходит 10 *гц*. Эксперименты показывают [12], что в пределах такой полосы $s_ф(\omega_0 + \omega) \simeq s(\omega_0 - \omega) \simeq s(\omega_0)$. Приближенно можно также положить $s_б(\omega) \simeq s_б(0)$. Тогда

$$s_м(\omega) = s_м = \frac{1}{D_в^2} s_б(0), \qquad (4.5.20)$$

$$s_c(\omega) = s_c = \frac{2}{\mu^2} s_ф(\omega_0) + \frac{1}{D_в^2} s_б(0). \qquad (4.5.21)$$

Во всех предыдущих рассуждениях мы умышленно называли случайные возмущения, действующие на координатор, помехами типа фединга или блуждания центра отражения. Тем самым подчеркивается, что речь идет не только о естественных помехах, создаваемых целью (шумы цели), но и о других, в частности, активных помехах, действие которых аналогично шумам цели. В частном случае, когда рассматриваются только шумы цели, а целью является самолет, $s_б(0)$ определяется формулой (4.4.8). Величину $s_ф(\omega_0)$ следует брать в пределах $(0{,}6 \div 2{,}3) \times \times 10^{-4}$ *сек.* Расчет по формуле (4.4.3) дает заниженные результаты.

Анализируя выражения (4.5.10), (4.5.11) и (4.5.12) для случайных возмущений, действующих на радиолокационные координаторы цели, можно отметить следующее. На все типы радиолокационных координаторов цели помехи типа блуждания центра отражения действуют одинаково. При наличии рассогласования Δ_c или помехи типа блуждания центра отражения на амплитудные координаторы действуют низкочастотные состав-

ляющие помехи типа фединга. Кроме этих помех, на координатор со сканирующим лучом действуют составляющие помехи типа фединга, частоты которых равны или близки к частоте сканирования луча.

На основании изложенного следует отдать предпочтение координаторам с мгновенной равносигнальной зоной. Однако это не свидетельствует об их явном преимуществе. В конструктивном отношении координаторы со сканирующим лучом значительно проще координаторов с мгновенной равносигнальной зоной. Именно это обстоятельство способствует их широкому распространению в системах управления ракетами. Недостатком фазового координатора с мгновенной равносигнальной зоной является отмеченная в § 4.3 неоднозначность. В этом отношении амплитудный координатор цели с мгновенной равносигнальной зоной выглядит предпочтительнее. Однако важным преимуществом фазового координатора является возможность достаточно простыми способами организовать немеханическое управление положением оси равносигнальной зоны. Кроме того, в фазовом координаторе по сравнению с амплитудным значительно ослаблено требование к АРУ, так как в этом случае амплитуда не несет полезной информации и может быть ограничена по величине. Роль АРУ в амплитудных координаторах весьма значительна. Изменяя соответствующим образом коэффициент усиления, можно отчасти компенсировать флуктуации амплитуд и тем самым уменьшить ошибку измерения угла рассогласования. Заметим, что требования к АРУ противоречивы. Для компенсации влияния дальности необходима система АРУ с узкой полосой пропускания, а для компенсации флуктуаций — с широкой полосой. Практически обычно делают две системы АРУ: быструю и медленную.

Сравнительный анализ радиолокационных координаторов цели говорит о том, что нельзя заранее предопределить выбор того или иного координатора. При выборе необходимо учитывать конкретные условия боевого применения самонаводящейся ракеты, конкретные требования к системе управления.

Пример 1. Определить дисперсию ошибки измерения угла рассогласования радиолокационным координатором цели с мгновенной равносигнальной зоной, если целью является самолет $L = 20$ *м*, а $D_в = 200$ *м*

По формуле (4.4.7) находим

$$\sigma_б^2 = 0{,}0441 \,.\, 400 = 17{,}64 \text{ м}^2$$

или

$$\sigma_м^2 = \frac{17{,}64 \,.\, 57{,}3^2}{4 \,.\, 10^4} = 1{,}45 \text{ град}^2.$$

Пример 2. Определить дисперсию ошибки измерения угла рассогласования радиолокационным координатором со сканирующим лучом, если целью является самолет $L = 20$ *м*, $D_в = 200$ *м*, $\mu = 0{,}1$ *1/град*, $s_ф(\omega_б) = 1{,}0 . 10^{-4}$ *сек*, эффективная полоса пропускания фильтра низких частот $\Delta f_э = 5$ *герц*.

Дисперсия, вызванная блужданием центра отражения, как и в предыдущем примере, равна 1,45 *град*^{2}. По формуле

$$s_ф = \frac{2}{\mu^2} s_ф(\omega_0)$$

находим уровень спектральной плотности фединга, выраженного в угловой мере

$$s_ф = \frac{2}{0{,}1^2} \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-4} = 2{,}0 \cdot 10^{-2} \text{ град}^2/\text{сек}.$$

Дисперсию определим по формуле (4.5.19), полагая $s_c(\omega) = s_ф$,

$$\sigma_ф^2 = 2 s_ф \int_0^\infty |\Phi(i\omega)|^2 d\omega = 2 s_ф \cdot 2\pi \Delta f_э = 2 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 2\pi \cdot 5 = 1{,}26 \text{ град}^2.$$

Дисперсия ошибки равна:

$$\sigma^2 = \sigma_ф^2 + \sigma_м^2 = 1{,}26 + 1{,}45 = 2{,}71 \text{ град}^2.$$

§ 4.6. РАСЧЕТ ДАЛЬНОСТИ ДЕЙСТВИЯ

Максимальная дальность действия $D_к$ радиолокационного координатора цели полуактивного типа определяется по формуле

$$D_к = \sqrt{\frac{P Q_к Q_п \lambda^2 \sigma_0}{64 \pi^3 D_п^2 s_ш R \Delta f}}, \tag{4.6.1}$$

где $D_п$ — дальность от передатчика до цели; P — мощность передатчика; σ_0 — среднее значение эффективной отражающей поверхности цели; $Q_к$. $Q_п$ — коэффициенты усиления в максимуме основного лепестка диаграммы направленности антенн приемника и передатчика соответственно; λ — длина волны; $s_ш$ — мощность шумов, приходящаяся на один герц полосы пропускания приемника (спектральная плотность шумов); Δf — полоса пропускания приемника; R — коэффициент различимости.

При импульсном излучении за мощность передатчика принимается импульсная мощность $P_и = P$, при непрерывном — средняя мощность $P_{ср} = P$. На рис. П.1.1 и П.1.2 приложения 1 приведены кривые, которые демонстрируют возможные в настоящее время $P_и$ и $P_{ср}$ генераторов различного диапазона волн.

Коэффициент усиления параболических антенн приближенно определяется по формуле

$$Q = \frac{4{,}6 d^2}{\lambda^2}, \tag{4.6.2}$$

где d — диаметр антенны.

Средние значения отражающих поверхностей для различных целей и сантиметрового диапазона волн приведены в таблице 1 приложения 1.

При выборе длины волны λ учитывается ряд противоречивых факторов. С одной стороны, во избежание дифракции величину λ необходимо всемерно укорачивать. Укорачивание волны целесообразно также для повышения защищенности координатора от воздействия помех типа дипольных отражателей и для создания компактных антенных систем. С другой стороны, укорочение волны вредно, так как при этом возрастает влияние естественных помех (дождь, снег и т. д.) и, кроме того, уменьшаются эффективные отражающие поверхности целей. Существенным при выборе длины волны является учет возможностей генераторов. Практически, как отмечалось в § 4.1, в системах самонаведения используют длины волн сантиметрового диапазона.

Спектральная плотность шумов $s_ш$ определяется по формуле

$$s_ш = s_{ш1} + s_{ш2} + s_{ш3}, \qquad (4.6.3)$$

где $s_{ш1}$ — спектральная плотность внутренних шумов, определяемая равенством (4.4.10), $s_{ш2}$ — спектральная плотность шумов атмосферного и космического происхождения на частоте несущей, определяемая равенством (4.4.9), $s_{ш3}$ — спектральная плотность искусственных помех на частоте несущей. В обычных приемниках величина $s_{ш2}$ пренебрежимо мала по сравнению с $s_{ш1}$. В приемниках с параметрическими усилителями величина $s_{ш2}$ сравнима с величиной $s_{ш1}$ и ее при расчете дальности следует учитывать.

При импульсном сигнале $\Delta f \simeq 1/T_и$, где $T_и$ — длительность импульса; при непрерывном — величина Δf зависит от вида модуляции несущей. Если несущая модулируется по амплитуде, то величина Δf определяется удвоенной шириной спектра модулирующей функции. Величина Δf может определяться также доплеровскими частотами или девиацией частоты передатчика.

Максимальная дальность действия — это та дальность, на которой координатор производит захват цели. Момент захвата определяется временем, с которого сигнал на выходе координатора начинает превосходить определенный порог, связанный с мощностью шумов и вероятностью захвата шума вместо сигнала от цели, т. е. вероятностью ложной тревоги $P_{лт}$. Следовательно, максимальная дальность зависит от заданной $P_{лт}$.

Выходной сигнал координатора содержит не только полезную часть, но и помеху. Если выходной сигнал больше установленного порога, то это еще не означает, что принятый сигнал является сигналом цели. О том, что сигнал, величина которого больше порога, является сигналом от цели, можно говорить с определенной вероятностью. Чем меньше порог, тем меньше вероятность правильного захвата при той же вероятности ложной тревоги. Таким образом, порог должен назначаться с учетом

желаемой вероятности правильного захвата (правильного обнаружения) $P_{по}$. По заданным $P_{лт}$ и $P_{по}$ определяется требуемое отношение сигнал/шум. При этом сигнал оценивается на входе приемника. Шум также приводится ко входу. Однако устройство (автомат захвата), обеспечивающее пропуск сигналов, величина которых больше заданного порога, стоит на выходе приемника. В пути от входа к выходу приемника полезный сигнал затухает. Кроме того, отношение сигнал/шум уменьшается при несогласованной полосе пропускания приемника со спектром полезного сигнала, при прохождении сигнала через нелинейные элементы и по другим причинам, связанным с неидеальностью работы элементов схемы координатора. Для сохранения на выходе приемного устройства расчетного значения сигнал/шум, соответствующего принятым значениям $P_{лт}$ и $P_{по}$, отношение сигнала к шуму на входе приемника необходимо брать больше расчетного. Поэтому вводится коэффициент различимости R, который определяется по формуле

$$R = R_р R_\Delta R_a R_п, \tag{4.6.4}$$

где $R_р$ — коэффициент, равный требуемой величине отношения сигнал/шум, которая соответствует принятым вероятностям правильного обнаружения и ложной тревоги; R_Δ — коэффициент, учитывающий потери за счет несогласованности полос пропускания и подавления сигнала шумов при детектировании, R_a — коэффициент, учитывающий ослабление сигнала за счет отклонения направлений приема и излучения от направлений на максимумы диаграмм направленности соответствующих антенн; $R_п$ — коэффициент, учитывающий затухание сигнала в трактах приемника. Величина $R_р$ берется из таблицы 2 приложения 1, рассчитанной при $P_{лт} = 10^{-10}$ [26]. Величина R_Δ имеет порядок $4 \div 5$. Величина R_a обычно принимается равной 1,45. Величина $R_п$ имеет порядок $1{,}6 \div 2{,}0$.

На максимальную дальность действия оказывает влияние ослабление энергии радиоволн вследствие поглощения и рассеяния в неоднородной атмосфере, осадках и облаках. Это влияние учитывается введением в формулу (4.6.1) множителя $e^{-0{,}115 \nu D_к}$, в котором ν — коэффициент затухания, выраженный в децибелах на километр дальности. Коэффициент затухания определяется по кривым, приведенным, например, в [3]. Величина коэффициента ν увеличивается при уменьшении длины волны. Например, при сильном дожде для $\lambda = 3{,}0$ *см* коэффициент затухания равен 0,4, а для $\lambda = 0{,}8$ *см* он будет равен 7,0.

Максимальная дальность действия активного координатора цели также определяется формулой (4.6.1), если положить $D_к = D_п$, $Q_к = Q_п$.

Глава 5

ОПТИЧЕСКИЕ КООРДИНАТОРЫ ЦЕЛИ

§ 5.1. ПРИНЦИПЫ УСТРОЙСТВА ОПТИЧЕСКИХ КООРДИНАТОРОВ

Работа оптического координатора основана на использовании оптического контраста цели на окружающем ее фоне. Входным сигналом координатора является лучистый поток, излучаемый или отражаемый целью в направлении его оптической системы и отличный по своим энергетическим или спектральным характеристикам от лучистого потока фона. Измерение угловых координат цели (углов рассогласования) производится по положению изображения цели в фокальной плоскости оптической системы координатора. Выходным сигналом является электрический сигнал, несущий информацию об угловых координатах цели.

Основная идея, положенная в основу устройства оптического координатора, заключается в последовательном просматривании во времени всех участков поля зрения при помощи специального устройства, включающего чувствительный элемент, измеряющий уровень оптической энергии, попадающей на каждый обследуемый участок поля зрения. При наличии оптического контраста цели устройство определяет положение изображения цели в фокальной плоскости оптической системы и тем самым определяет относительные угловые координаты цели. Оптический координатор состоит из следующих основных элементов (рис. 5.1.1):

1) оптической системы, сосредоточивающей лучистую энергию, падающую на входное окно оптики от фона и цели, на чувствительном элементе, определяющей положение оси координатора в пространстве и строящей изображение цели в фокальной плоскости;

2) блока формирования сигнала рассогласования, предназначенного для выделения сигнала от цели из сигналов от фона и помех, определения угловых координат цели, модулирования лучистого потока с целью превращения его из постоянного в импульсный для облегчения усиления и преобразования электрического сигнала, снимаемого с чувствительного элемента;

3) чувствительного элемента, преобразующего падающую на него от цели лучистую энергию в электрический сигнал;

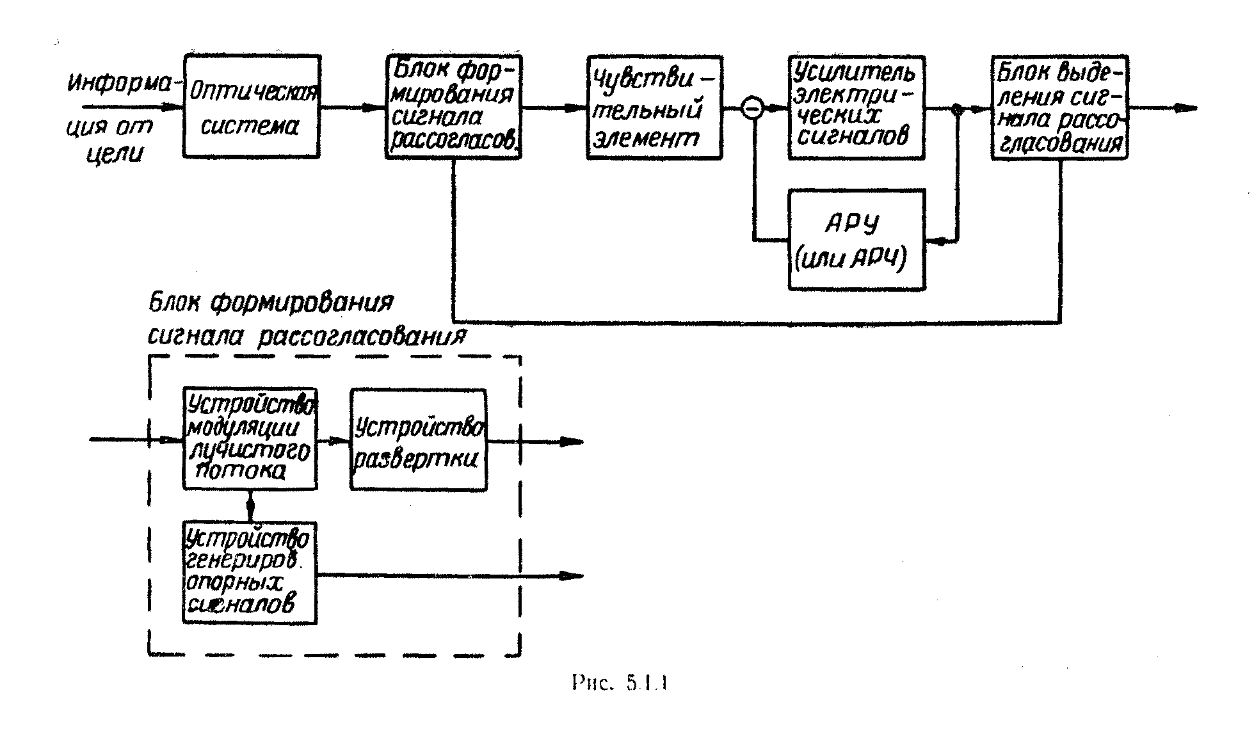

Информа-
ция от
цели
Оптическая
система
Блок фор-
мирования
сигнала
рассогласов.
Чувстви-
тельный
элемент
Усилитель
электри-
ческих
сигналов
АРУ
(или АРЧ)
Блок выде-
ления сиг-
нала рассо-
гласования
Блок формирования
сигнала рассогласования
Устройство
модуляции
лучистого
потока
Устройство
развертки
Устройство
генериров.
опорных
сигналов

Рис. 5.1.1

4) усилителя электрических сигналов чувствительного элемента;

5) устройства автоматической регулировки усиления или чувствительности усилителя;

6) блока выделения сигнала рассогласования, преобразующего выходные электрические сигналы усилителя и импульсы устройства генерирования опорных сигналов в электрические сигналы, используемые для формирования параметров управления.

Изображенная на рис. 5.1.1 структурная схема является общей для всех типов оптических координаторов, независимо от конкретной конструктивной реализации элементов, из которых собирается любой координатор. Блок формирования сигнала рассогласования может включать, кроме модулирующего устройства, еще развертывающее устройство и устройство генерирования опорных электрических сигналов. Развертывающее устройство служит для последовательного просмотра всех участков поля зрения оптической системы с целью определения положения изображения цели относительно оси координатора. Устройство генерирования опорных электрических сигналов служит для создания начала отсчета, необходимого для измерения относительных угловых координат цели. Чаще всего в конструкциях оптических координаторов модулирующее и развертывающее устройства объединены в одно, путем использования модулирующих дисков специальной формы, позволяющих модулировать лучистый поток от цели по амплитуде, частоте или фазе, таким образом, чтобы из модулированного сигнала, при сравнении его с опорным сигналом, можно было получить информацию о положении цели относительно оси координатора [28, 35, 36].

В качестве блока формирования сигнала рассогласования могут быть использованы электронные развертывающие устройства типа телевизионных, а в качестве чувствительного элемента — передающие телевизионные трубки [28, 36].

В оптических координаторах, от которых не требуется большой точности определения угловых координат цели, в качестве блока формирования сигнала рассогласования могут применяться специальные чувствительные элементы, электрический сигнал на выходе которых зависит от места нахождения изображения цели на его рабочей поверхности. В таком чувствительном элементе используется или несколько отдельных индикаторов (несколько фотосопротивлений или мозаика из фотосопротивлений), или один индикатор, работающий с использованием так называемого «поперечного» фотоэффекта, заключающегося в изменении сигналов на выходах двух взаимно перпендикулярных каналов индикатора в зависимости от места расположения изображения цели на его рабочей поверхности. При применении мозаичного чувствительного элемента координаты изображения

цели определяются координатами того фотосопротивления, на которое попадает изображение цели. При применении попарно-включенных в мостиковую схему фотосопротивлений координаты изображения цели определяются по разности площадей облучения целью рабочих поверхностей фотосопротивлений [28, 35, 39].

По принципу использования рабочей полосы спектрального диапазона оптические координаторы разделяются на две группы:

1) использующая диапазон видимого излучения ($\lambda_1 = 0{,}4$; $\lambda_2 = 0{,}76$ *мкм*);

2) использующая диапазон инфракрасного (теплового) излучения ($\lambda_1 = 0{,}76$; λ_2 до $6 \div 8$ *мкм*).

По принципу построения блока формирования сигнала рассогласования оптические координаторы можно разделить на три группы:

1) координаторы с электромеханическим блоком формирования сигнала рассогласования (электромеханические координаторы);

2) координаторы с электронно-оптическим блоком формирования сигнала (электронно-оптические координаторы);

3) координаторы с фотоэлектрическим блоком формирования сигнала рассогласования (фотоэлектрические координаторы).

Первая группа, в зависимости от вида модулирующих или развертывающих дисков, может подразделяться на координаторы: с амплитудно-фазовой, частотной и фазо-импульсной модуляцией и др.

Вторая группа, в зависимости от вида развертки изображения на передающей трубке, может подразделяться на прямоугольные координаторы (со строчно-кадровой разверткой) и на полярные координаторы (со спиральной разверткой). Третья группа, в зависимости от вида применяемых чувствительных элементов, может подразделяться на мозаичные координаторы, координаторы поперечного фотоэффекта и компенсационные координаторы. В координаторах этой группы может применяться модулирующий диск только как прерыватель лучистого потока.

§ 5.2. ПРИНЦИПЫ ИЗМЕРЕНИЯ КООРДИНАТ ИЗОБРАЖЕНИЯ ЦЕЛИ

В оптических координаторах относительные угловые координаты цели определяются по положению изображения цели в фокальной плоскости оптической системы. На рис. 5.2.1 показана пространственная схема построения изображения цели и определения его координат в фокальной плоскости. Если угол рассогласования α равен нулю, то изображение цели будет находиться на оси координатора, направленной в этом случае на цель. При наличии угла рассогласования изображение цели смещается относительно центра фокальной плоскости на расстояние ρ, являющееся функцией этого угла. Положение плоскости рассогласования определяется фазовым углом φ. Таким обра-

зом, координатами изображения цели в полярной системе будут ρ и φ, а в прямоугольной x и y. Координаты выражаются следующими формулами через фокусное расстояние и углы, определяющие положение цели относительно координатора

$$\rho = f\operatorname{tg}\alpha, \quad x = \rho\cos\varphi = f\operatorname{tg}\alpha_x, \quad y = \rho\sin\varphi = f\operatorname{tg}\alpha_y. \qquad (5.2.1)$$

Так как углы α, α_x и α_y при слежении координатора за целью не превышают 2—3°, то формулы (5.2.1) можно заменить приближенными формулами:

$$\rho \approx f\alpha, \quad x \approx f\alpha_x, \quad y \approx f\alpha_y. \qquad (5.2.2)$$

Для определения координат изображения цели в оптическом координаторе служит блок формирования сигналов рассогласования.

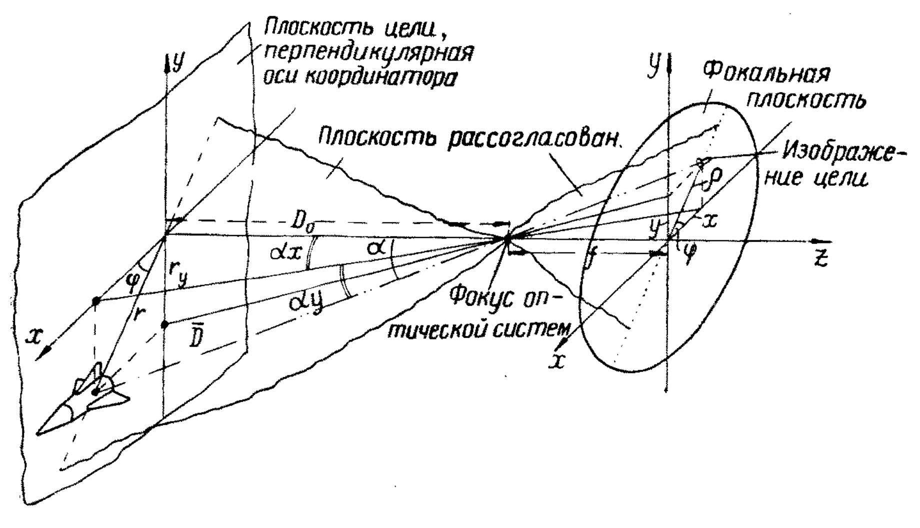


Рис. 5.2.1

Основным элементом этого блока в электромеханических координаторах является модулирующий диск, представляющий собою тонкую пластину из специального стекла или металла, вращающуюся с постоянной скоростью. Диск располагается в фокальной плоскости оптической системы перпендикулярно к оси координатора. Рабочая часть диска представляет собой чередование прозрачных и непрозрачных полос или секторов определенной конфигурации, от которой зависит метод модулирования непрерывного лучистого потока и превращения его в пульсирующий или импульсный поток. Основные характеристики этого электрического сигнала (амплитуда, фаза, частота) зависят от конфигурации полос и расположения изображения цели в фокальной плоскости. Если выбрать такую конфигурацию полос

диска, которая сильно изменяла бы одну или две из основных характеристик электрического сигнала, в зависимости от расположения цели в фокальной плоскости, то можно, проанализировав электрический сигнал, модулированный таким диском, методом сравнения с эталонным электрическим сигналом определить координаты цели. Такой метод использования модулирующего диска для определения координат изображения цели широко применяется почти во всех конструкциях оптических координаторов.

В зависимости от выбора основной характеристики модулированного электрического сигнала как носителя информации о координатах изображения цели, блоки формирования сигнала рассогласования разделяются на блоки с амплитудной, частотной и импульсной модуляцией лучистого потока. Для определения двух координат при таких методах модуляции используются также устройства для фиксации изменения фазы электрического сигнала, модулированного по амплитуде или частоте. Эти устройства —генераторы опорных напряжений — генерируют колебания или импульсы, расположение которых на оси времени определяется вращением модулирующего диска. Фаза модулированного сигнала сравнивается с фазой сигнала генератора и по разности этих фаз определяется фазовый угол φ. По амплитуде или частоте модулированного сигнала определяется координата ρ. Поэтому в современных системах определение координат изображения цели чаще всего производится в полярной системе.

Рассмотрим в качестве примера работу блока формирования сигнала с модулирующими дисками трех типов.

Блок формирования сигнала с амплитудно-фазовой модуляцией лучистого потока включает диск, представляющий собой пластину, одна половина которой имеет чередующиеся прозрачные и непрозрачные секторы, а другая — равномерную штриховку, для того, чтобы средняя прозрачность рабочей и нерабочей частей была одинаковая (50%). Диск вращается с постоянной угловой скоростью ω и располагается в фокальной плоскости оптической системы (рис. 5.2.2,*а*). При наличии в фокальной плоскости изображения цели с выхода чувствительного элемента будет сниматься сигнал, график которого показан на рис. 5.2.2,*б*. Информация о координате ρ заключена в амплитуде импульсов a_ρ ($a_{\rho 2} > a_{\rho 1}$ при $\rho_2 > \rho_1$), а о координате φ — в значении начальной фазы φ_0. Положение начала координат можно определить по сигналу генератора опорных импульсов. Сигнал, после прохождения через усилитель и амплитудный детектор, будет иметь вид, показанный на рис. 5.2.2,*в*. Величина координаты ρ будет функцией амплитуды U, а координаты φ —функцией фазы φ_0 [35, 36].

Недостатком амплитудно-фазовой модуляции такого типа является то, что координата ρ измеряется только при условии, что размер изображения цели больше ширины прозрачной поло-

сы (до положения II, после положения II амплитуда сигнала остается постоянной и система становится нелинейной). Вторым недостатком является наличие зоны «нечувствительности» в центре диска.

Блок формирования сигнала с частотной модуляцией лучистого потока (рис. 5.2.3) включает диск с последовательным чередованием прозрачных и непрозрачных секторов. Диск не вращается и установлен в фокальной плоскости оптической системы. За диском расположен чувствительный элемент. Вторичное зер-

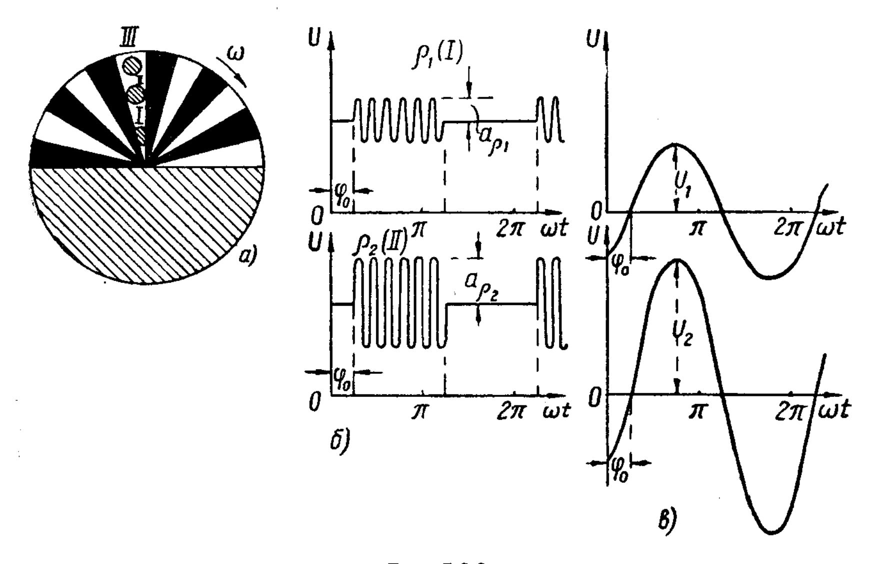


Рис. 5.2.2

кало имеет небольшой наклон и привод для равномерного вращения вокруг оси координатора. При расположении цели на оси координатора изображение цели будет описывать на диске окружность с центром, совпадающим с центром диска (рис. 5.2.3,*а*). В этом случае сигнал, снимаемый с чувствительного элемента, будет иметь постоянную амплитуду и не будет модулирован по частоте. Если цель не находится на оси координатора, то центр ее траектории смещается относительно центра координатора (рис. 5.2.3,*б*). На выходе чувствительного элемента появляется частотно-модулированный сигнал, представляющий собою последовательность импульсов различной длительности. Пропустив сигнал через усилитель и специальный частотный детектор, получим синусоидальный сигнал, в амплитуде которого будет содержаться информация о координате ρ, а в фазе—информация с координате φ [28, 35, 36].

Недостатком этого устройства является необходимость чувствительного элемента с достаточно большой рабочей площадью

S_p, что приводит к увеличению уровня шумов (пропорционального $\sqrt{S_p}$). Для устранения этого недостатка следует сделать вращающимся не элемент оптики, а модуляционный диск, сместив его центр относительно оси оптической системы. Центр диска должен вращаться по окружности определенного радиуса. В этом случае, несмотря на усложнение привода диска, можно применить чувствительный элемент малых размеров. Достоинством этого метода является отсутствие зоны нечувствительности, т. е. бóльшая точность определения координат [28, 36].

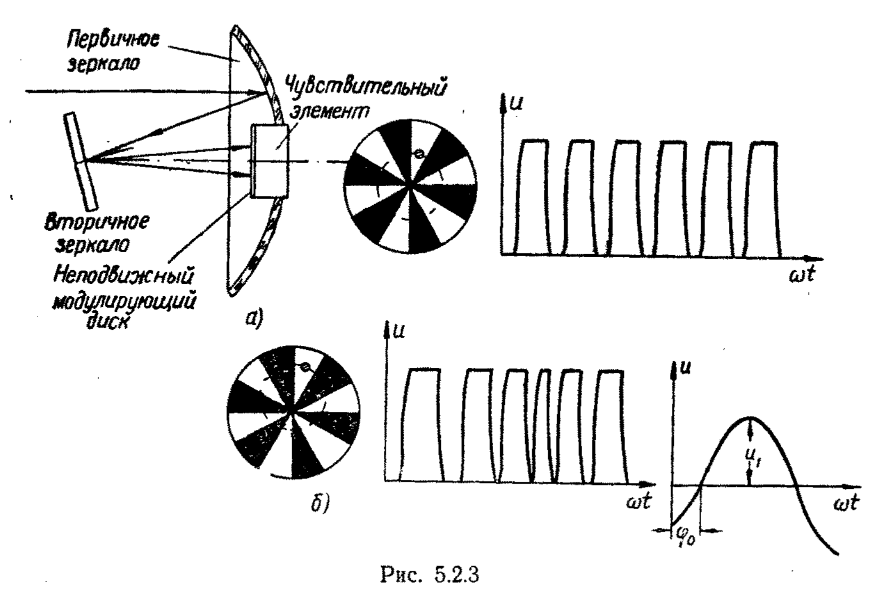


Рис. 5.2.3

В блоке формирования сигнала с фазо-импульсной модуляцией лучистого потока координаты изображения цели определяются промежутками времени между двумя последовательными импульсами от цели. Устройство модуляции в этом типе блока такое же, как и в предыдущем случае, при помощи наклонного вторичного зеркала, но вместо неподвижного модулирующего диска устанавливается один крестообразный чувствительный элемент, составленный из четырех узких фотосопротивлений, включенных попарно в электронную схему координатора. Центр креста расположен на оси координатора (рис. 5.2.4). Если угол рассогласования равен нулю (цель на оси координатора), то изображение цели в фокальной плоскости перемещается по окружности, симметричной относительно плеч чувствительного элемента [28, 35, 36].

При наличии угла рассогласования центр траектории изображения цели смещается относительно центра координатора в сторону направления координаты ρ. Пересечение каждого из плеч

чувствительного элемента изображением цели вызывает появление импульса на выходе усилителя. Электронным переключательным устройством (триггером) эти импульсы преобразуются в импульсы прямоугольной формы. Графики расположения импульсов, снимаемых с чувствительного элемента и с переключательного устройства, показаны на рис.5.2.4,*б*. Информация о координатах x и y будет содержаться в интервалах времени t_1, t_2 и τ_1, τ_2 и размещении их относительно начала отсчета времени, определяемого генератором опорных напряжений.

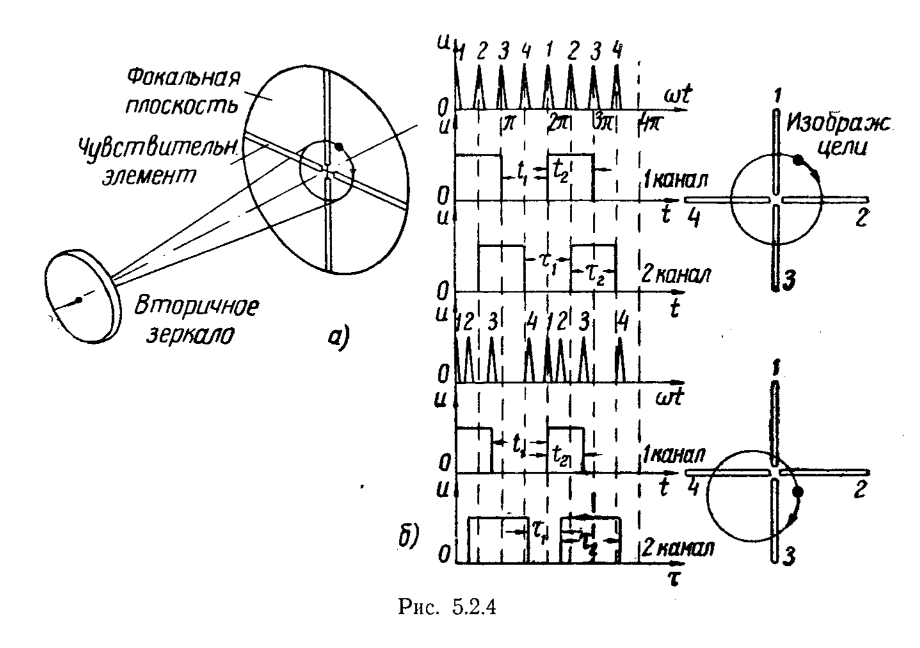


Рис. 5.2.4

Недостатком такого блока формирования сигнала является некоторая зависимость амплитуды сигналов от положения изображения цели на чувствительном элементе, из-за флуктуаций чувствительности элемента по длине.

В электронно-оптических координаторах, в которых применяются телевизионные передающие трубки, блоком формирования сигналов рассогласования служит система развертки трубки с генераторами опорных напряжений. На выходе системы выделяются два электрических сигнала, пропорциональных координатам изображения цели: при строчно-кадровой развертке x и y, при спиральной ρ и φ [28, 36].

Из всех реально опробованных методов модуляции наиболее эффективными для оптических координаторов считаются амплитудно-фазовая и частотная модуляции [2]. Целесообразно определить, какой метод будет более выгодным с точки зрения полу-

чения, при равных прочих условиях, наибольшего отношения сигнал/шум.

Для модулирующего диска, показанного на рис. 5.2.2, максимальная мощность полезного сигнала, по которому определяются координаты цели, не превышает 25% от мощности немодулированного сигнала. Если предположить, что спектральные плотности входных шумов немодулированного и модулированного сигналов одинаковы и что отношение мощности сигнала к мощности шума немодулированного сигнала близко к единице, то отношение мощности сигнала к мощности шума после модуля-

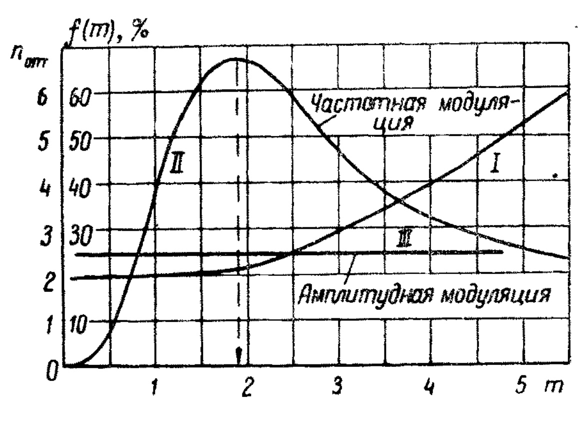


Рис. 5.2.5

ции будет составлять только 0,25. Для модулирующего диска, показанного на рис. 5.2.3, можно получить уравнение для определения оптимальной полосы частот при заданном значении коэффициента модуляции $m = \Delta f_{max}/f$ (f — частота модуляции, а Δf_{max} — максимальное изменение частоты) для случая, когда помеху на входе координатора можно представить белым шумом. Решение этого уравнения, представляющего зависимость оптимального числа пар гармоник ($n_{опт}$), несущих информацию о месторасположении цели, от m, показано на рис. 5.2.5 (кривая I).

По кривой $n_{опт}$ можно построить кривую $P_n/n_{опт} = f(m)$, характеризующую оптимальное значение отношения сигнал/шум при различных m (P_n — мощность полезного сигнала, заключенного в n-ой паре гармоник). Кривая $f(\Delta)$ показана на рис. 5.2.5 (кривая II). Если принять те же допущения, что и в предыдущем случае относительно спектральной плотности шума и отношения сигнал/шум для немодулированного сигнала, то при $m = 1{,}8$ максимальное эффективное отношение мощностей сигнал/шум частотно-модулированного сигнала будет составлять 0,676. Если на график рис. 5.2.5 нанести значение отношения сигнал/шум для амплитудной модуляции (прямая III), то мож-

но будет сделать вывод о том, что частотная модуляция сигнала от цели имеет преимущества перед амплитудной в получении максимального отношения среднеквадратичных значений сигнала и шума при всех прочих равных параметрах [2].

§ 5.3. ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗЛУЧЕНИЯ ЦЕЛЕЙ

В системах самонаведения ракет выгодно использовать для передачи информации о расположении цели в пространстве энергетический канал, создаваемый самой целью. Таким каналом может являться инфракрасное или видимое излучение целей. Если это излучение цели по энергетическим или спектральным характеристикам отличается от излучения фона (имеется контраст цели), то при помощи современных чувствительных элементов и специальной оптики можно обнаружить такую цель на сравнительно больших дальностях. Современные наземные, морские, воздушные и космические* цели в подавляющем большинстве являются тепловыми излучателями, а в дневных условиях они обладают и заметным световым контрастом. У большинства целей источниками инфракрасного (ИК) излучения являются отдельные участки поверхности, имеющие более высокую температуру по сравнению с соседними участками и фоном, из-за нагрева их работающими двигателями или за счет кинетического нагрева при движении цели с большой скоростью в атмосфере, а также газовые струи реактивных двигателей и двигателей внутреннего сгорания. Нагретые поверхности целей имеют сплошной спектр излучения, весьма близкий к спектру излучения «серого» тела. Такие источники ИКЛ будем называть *интегральными.*

Газовая струя ракеты в ИК спектральном диапазоне также имеет сплошной спектр (за счет несгоревших мелких частиц углерода) с ярко выраженными максимумами и минимумами (за счет селективного излучения основных излучающих компонентов струи: паров воды и углекислого газа). Такие источники ИКЛ будем называть *селективными.* Поверхности целей, отражающие солнечное излучение в направлении координатора, будем называть *рефлексными* источниками. Таким образом, любая цель может быть представлена определенной комбинацией интегральных, селективных и рефлексных источников. Если рассмотреть по отдельности основные характеристики излучательных способностей трех типовых источников, то можно будет легко исследовать любую цель, представив ее конкретной комбинацией этих источников и найдя суммарные характеристики комбинации.

Основными характеристиками излучательных способностей любого источника являются сила излучения как функция температуры поверхности источника и углов, определяющих направ-

* В случае применения противником боевых космических аппаратов.

ление излучения в пространстве $I = f_1(T, \varepsilon, \nu)$, и спектральная интенсивность плотности излучения как функция длины волны и температуры $r_\lambda = f_2(T, \lambda)$.

Нас интересуют характеристики целей возможного противника, которые мы не можем получить экспериментальным путем. Поэтому целесообразно получить теоретический метод определения характеристик I и r_λ. Критерием правильности выбранного теоретического метода является сравнение результатов расчетов с экспериментальными значениями I и r_λ, полученными для аналогичных объектов военной техники, характеристики которых известны.

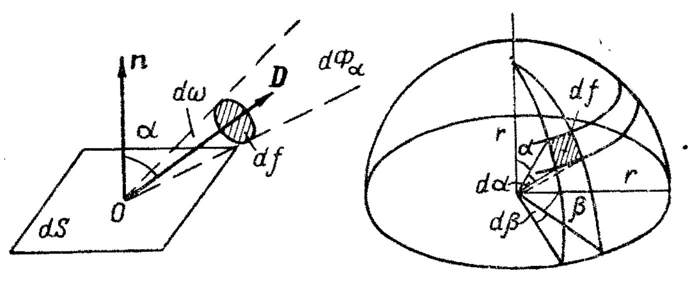


Рис. 5.3.1

Так как интегральный источник можно принять за «серое» тело, то для него справедлива зависимость, вытекающая из законов Стефана—Больцмана и Планка

$$R_c = \eta R = \eta\sigma T^4 = \eta c_1 \int_0^\infty \frac{d\lambda}{\lambda^5 \left[\exp\left(\frac{c_2}{\lambda T}\right) - 1 \right]}, \qquad (5.3.1)$$

где R_c — плотность излучения «серого» тела в $вт/м^2$;
R — плотность излучения абсолютно черного тела в $вт/м^2$;
η — интегральный коэффициент излучения;
σ — постоянная Стефана—Больцмана, $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ вт/м^{2}{}^\circ K^4$;
T — температура поверхности источника в °К;
c_1 и c_2 — постоянные Планка, $c_1 = 3{,}74 \cdot 10^{-16}\ вт \cdot м^2$, $c_2 = 1{,}43810^{-2}\ м \cdot {}^\circ K$;
λ — длина волны в $м$.

Определим I для участка dS поверхности интегрального источника (рис. 5.3.1). Лучистый поток $d\Phi_\alpha$, излучаемый элементом dS в направлении вектора D, в телесном угле $d\omega$ определяется законом Ламберта. Он равен лучистому потоку $d\Phi_n$, излучаемому по нормали к dS в единичном телесном угле, умноженному на величину телесного угла $d\omega$ и на косинус угла, опре-

деляющего положение вектора $\boldsymbol{D}$ относительно вектора $\boldsymbol{n}$:

$$d\Phi_\alpha = d\Phi_n \cdot d\omega \cdot \cos\alpha = R_n\, dS\, d\omega \cos\alpha. \qquad (5.3.2)$$

Для сферических координат $d\omega = df/r^2 = \sin\alpha\, d\alpha\, d\beta$ и

$$d\,\Phi_\alpha = R_n\, dS \sin\alpha \cos\alpha\, d\alpha\, d\beta. \qquad (5.3.3)$$

Поток, излучаемый элементом dS в полусферу, равен:

$$d\Phi = R_n\, dS \int\limits_{\beta=0}^{2\pi} d\beta \int\limits_{\alpha=0}^{\frac{\pi}{2}} \sin\alpha \cos\alpha\, d\alpha = \pi R_n\, dS = \pi\, d\Phi_n. \qquad (5.3.4)$$

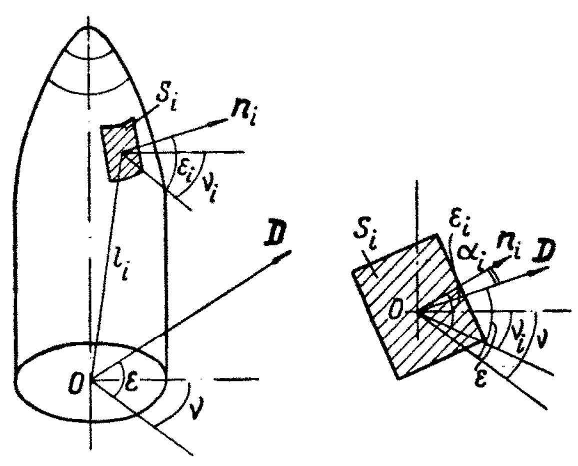


Рис. 5.3.2

Но $d\Phi = R_c\, dS = \eta\sigma T^4\, dS$. Сравнивая это выражение с (5.3.4), находим $R_n = \eta\sigma T^4/\pi$.

Подставляя в (5.3.2), получим

$$d\,\Phi_\alpha = \frac{\eta\sigma T^4}{\pi}\, dS\, d\omega \cos\alpha. \qquad (5.3.5)$$

Учитывая, что $I_\alpha = d\,\Phi_\alpha/d\omega$, получим выражение для силы излучения элемента dS в направлении $\boldsymbol{D}$:

$$I_\alpha = \frac{\eta\sigma T^4}{\pi}\, dS \cos\alpha. \qquad (5.3.6)$$

Разобьем излучающую поверхность цели на отдельные участки и представим их в виде плоских площадок S_i, имеющих среднюю температуру T_i и ориентированных в пространстве углами ε_i и ν_i (рис. 5.3.2). Так как расстояния каждой площадки S_i от начала выбранной системы координат l_i очень малы по сравнению

с дальностью D, то расстояниями l_i можно пренебречь и считать, что все площадки S_i расположены в начале координат. Тогда сила излучения I_i площадки S_i в направлении вектора D будет равна:

$$I_i(T_i, \varepsilon, \nu) = \frac{\eta_i \sigma T_i^4 S_i}{\pi} \cos \alpha_i . \qquad (5.3.7)$$

Определив значение $\cos \alpha_i$ через углы ε, ν, ε_i и ν_i, получим

$$I_i(T_i, \varepsilon, \nu) = \frac{\eta_i \sigma T_i^4 S_i}{\pi} [\cos \varepsilon \cos \varepsilon_i \cos (\nu - \nu_i) + \sin \varepsilon \sin \varepsilon_i]. \qquad (5.3.8)$$

Из всех площадок S_i, на которые разбивается излучающая поверхность цели, будут излучать в направлении координатора только те площадки, для которых соблюдается условие $\alpha_i < 90°$.

Для нахождения суммарного значения I по направлению D все значения $I_i(T_i, \varepsilon, \nu)$ N излучателей суммируются для одинаковых ε и ν. $I(\varepsilon, \nu) = \sum_{i=1}^{N} I_i(T_i, \varepsilon, \nu)$. Обычно строят кривые излучения источника в горизонтальной и вертикальной плоскостях. Такие кривые называются *индикатрисами излучения*.

Значение функции $r_{\lambda i}$ для каждой S_i определяется следующим образом: зная T_i, по формуле Планка определяем ординаты кривой для абсолютно черного тела

$$r^0_{\lambda i} = \frac{c_1}{\lambda^5 \left[\exp\left(\frac{c_2}{\lambda T_i}\right) - 1 \right]} . \qquad (5.3.9)$$

Определяем по закону Вина значение длины волны λ_m, при которой ордината кривой $r^0_{\lambda i}$ будет максимальной $\lambda_m = 2{,}896 \times 10^{-3}/T_i$, *м*. Разделим все ординаты кривой $r^0_{\lambda i}$ на максимальную ординату и построим эту кривую в относительных единицах. Перемножив ординаты этой кривой на значение η_i, заданное для каждой S_i, получим искомую функцию $r_{\lambda i}$ в относительных единицах как функцию T_i и λ.

Для определения основных характеристик излучательных способностей конкретных целей необходимо знать температуру излучающих поверхностей как функцию времени. Из рассмотрения особенностей целей можно сделать выводы, что для наземных и морских целей (корабли, подводные лодки, танки, самоходные орудия, тепловозы и т. д.), находящихся в движении при установившейся работе энергетических установок, температура излучающих поверхностей T_i изменяется в узких пределах и ее можно считать постоянной. Воздушные цели можно разделить на две группы: совершающие установившееся движение в воздушной среде (самолеты, вертолеты, крылатые ракеты) и совер-

шающие неустановившееся движение (фронтовые ракеты, боевые части баллистических ракет). Температура поверхности космических целей зависит от взаимного расположения солнца, цели и земли.

Для воздушных целей с установившимся режимом полета можно определять T_i отдельных участков S_i для стационарных или средних условий полета ($H_{ср}$, $v_{ср}$), приняв допущение о соблюдении условия установившегося теплообмена $dT_i/dt = 0$ и допущение, что распределение температуры на поверхности одной из излучающих площадок тонкой обшивки корпуса не зависит от распределения температуры на соседних участках. Для этих условий полное уравнение теплообмена имеет вид

$$\eta_i \sigma T_i^4 + a_т T_i - (a_т T_0 + q_с G_с \cos \varphi_i + q_н G_н + Q_0) = 0, \qquad (5.3.10)$$

где $a_т$ — коэффициент теплоотдачи от воздушного потока к поверхности, *вт/м²°К*;

T_0 — собственная начальная температура поверхности в °К;

$q_с$ — коэффициент поглощения солнечной радиации;

$G_с$ — облучательная способность солнца, *вт/м²*;

φ_i — угол отклонения солнечных лучей от нормали к S_i, *рад*;

$q_н$ — коэффициент поглощения для атмосферной радиации;

$G_н$ — облучательная способность земной атмосферы, *вт/м²*;

Q_0 — тепловой поток от собственных источников энергии, *вт/м²*.

Обозначив коэффициенты при T_i^4, T_i и свободный член буквами A, B, C, получим уравнение четвертой степени относительно T_i

$$AT_i^4 + BT_i - C = 0. \qquad (5.3.11)$$

Для решения этого уравнения необходимо выразить значения коэффициентов B и C через: средние условия полета ($H_{ср}$, $v_{ср}$), коэффициенты аэродинамической формы излучающих поверхностей (конус, цилиндр и т. д.), числа Рейнольдса, коэффициент вязкости воздуха в пограничном слое, координаты расположения точки перехода ламинарного режима пограничного слоя в турбулентный, значения $G_с$ и $G_н$, в зависимости от времени суток (методика определения коэффициентов B и C изложена в [19]). Уравнение (5.3.11) целесообразно решать графическим путем (рис. 5.3.3).

Для воздушных целей с неустановившимся режимом полета задача определения изменения температуры T_i отдельных площадок S_i является очень сложной в связи с тем, что цель дважды проходит через атмосферу, являющуюся сплошной средой, и дважды пересекает переходный слой на границе стратосферы (от 120—140 *км* до 160—180 *км*). Поэтому решить задачу инте-

грированием уравнений движения ракеты и уравнения теплообмена не представляется возможным из-за отсутствия теории кинетического нагрева в переходном слое. Так как скорость, форма и размеры боевых частей баллистических ракет изменяются в небольших пределах, то можно предположить, что температура их поверхности при входе в сплошную атмосферу будет также изменяться в небольших пределах. Исходя из этого, можно упростить задачу и определять изменение T_i для S_i только с момента входа в сплошную атмосферу (на высоте H_0) при начальной температуре T_0.

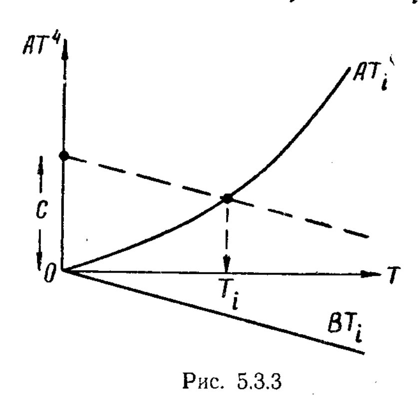


Рис. 5.3.3

Если для целей с неустановившимся режимом полета принять допущения, что отвод тепла внутрь корпуса не изменяет практически температуры поверхности, что температура по толщине обшивки не изменяется, а распределение температур по S_i не зависит от распределения температуры на соседних участках, то уравнение теплообмена для S_i запишется в виде [19]:

$$a_т(T_0 - T_i) + q_с G_с \cos\varphi_i + q_н G_н + Q_0 - \eta_i \sigma T_i^4 = c_i \gamma_i \delta_i \frac{dT_i}{dt}, \quad (5.3.12)$$

где c_i — удельная теплоемкость материала обшивки, *дж/кг°К*; γ_i — удельная плотность материала обшивки, *кг/м³*; δ_i — толщина обшивки, *м*. Обозначив коэффициенты A, B, C и свободный член D, получим нелинейное дифференциальное уравнение, решение которого представляет весьма трудоемкий процесс в связи со сложностью определения коэффициентов при T_i:

$$A\frac{dT_i}{dt} + BT_i^4 + CT_i - D = 0. \quad (5.3.13)$$

Заменив $\frac{dT_i}{dt}$ отношением конечных приращений, получим приближенную формулу для решения уравнения (5.3.13)

$$\Delta T_i = \frac{(D - CT_i - BT_i^4)\Delta t}{A}. \quad (5.3.14)$$

Для определения значения T_i определенной S_i необходимо разбить все время полета боевой части ракеты на нисходящем участке траектории на небольшие интервалы времени Δt. В каждом интервале Δt можно считать процесс теплообмена между

пограничным слоем и обшивкой установившимся. В этом случае по формуле (5.3.14) можно определить среднее значение T_i на S_i для каждого интервала времени j. Для j-го интервала времени $\Delta T_j = T_{i,j} - T_{i,j-1}$. Подставив значения ΔT_i и $T_{i,j-1}$ в формулу (5.3.14) и приняв допущение, что $\eta_i \sigma T^4_{i,j} \approx \eta_i \sigma T^4_{i,j-1}$, получим формулу для определения T_i на S_i за время, прошедшее от начала входа в атмосферу до j-го интервала времени.

$$T_{i,j} = \frac{[a_т T_{0j} + q_с G_с \cos\varphi_i + q_н G_н + Q_0 - \eta_i \sigma (T_{i,j-1})^4]\, \Delta t + \dfrac{T_{i,j-1}}{c_i \gamma_i \delta_i}}{c_i \gamma_i \delta_i + a_т \Delta t} \qquad (5.3.15)$$

Для каждого выбранного интервала времени по графикам функций v и H определяются средние значения $v_{ср\,j}$ и $H_{ср\,j}$. Начальными условиями для всех S_i, определяющими первый участок, будут H_0 и T_0. Определение всех остальных значений коэффициентов в формуле проводится по общеизвестной методике расчета для неустановившегося режима полета [19].

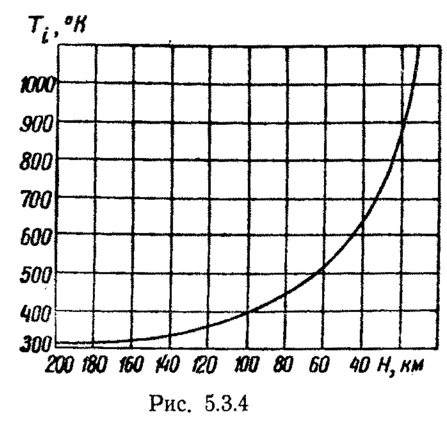


Рис. 5.3.4

На рис. 5.3.4 показано примерное изменение температуры носка боевой части баллистической ракеты «Поларис» как функции высоты, рассчитанное по приведенной методике на основании данных информационной сводки № 49 БНТ ЦАГИ, 1962 г.

Для космических объектов при пренебрежении влиянием космического излучения, а также при учете допущений, принятых для неустановившегося полета, полное уравнение теплообмена примет вид:

$$q_с G_с (\cos\varphi_i + a k_a) + q_н G_н + Q_0 - \eta_i \sigma T_i^4 = c_i \gamma_i \delta_i \frac{dT_i}{dt}, \qquad (5.3.16)$$

где, кроме принятых раньше обозначений, a — альбедо Земли; $q_н$ — коэффициент поглощения целью атмосферной радиации и собственного излучения Земли; $G_н$ — облучательная способность Земли и атмосферы и k_a — коэффициент, определяющий количество солнечной энергии, отраженной от Земли и облаков и попадающей на S_i, в зависимости от взаимного расположения

Солнца, Земли и цели. После преобразования получим уравнение

$$\dot{T}_i+\frac{\eta_i\sigma}{c_i\gamma_i\delta_i}T_i^4-\left[\frac{q_c G_c}{c_i\gamma_i\delta_i}(\cos\varphi_i+a\,k_\alpha)+\frac{q_н G_н+Q_0}{c_i\gamma_i\delta_i}\right]=0. \quad (5.3.17)$$

Величина G_c постоянна на освещенной Солнцем стороне Земли и $G_c=0$ на теневой стороне. Значение $G_н$ также постоянно и на освещенной стороне равно $G_{н1}$, а на теневой — $G_{н2}$. Обозначив коэффициенты в уравнении (5.3.17) A и B, получим

$$\dot{T}_i+AT_i^4-B=0. \quad (5.3.18)$$

Для определения B необходимо получить выражение для k_α. Учитывая параметры, связывающие взаимное расположение в пространстве Солнца, Земли и цели (рис. 5.3.5), получаем формулу для коэффициента k_α [37]:

$$k_\alpha=\frac{1}{\pi}\int\limits_{S_0}\frac{\cos\gamma\cos\beta\,dS}{r^2}, \quad (5.3.19)$$

где S_0 — часть освещенной Солнцем сферической поверхности Земли, облучающей в данный момент цель. Заменив в формуле dS, $\cos\gamma$, $\cos\beta$ и r^2 через известные параметры R, H, ψ, α и α_c, получим

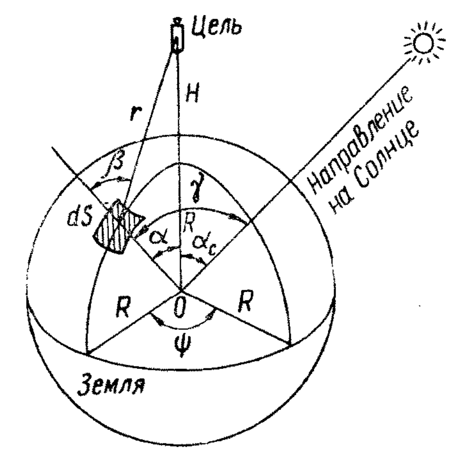


Рис. 5.3.5

$$k_\alpha=\frac{2}{\pi}\int\limits_0^{\alpha_{max}}\int\limits_0^{\psi_{max}}\frac{[(R+H)\cos\alpha-R][\cos\alpha\cos\alpha_c+\sin\alpha\sin\alpha_c\cos\psi]\sin\alpha\,d\alpha\,d\psi}{\sqrt{[(R+H)^2+R^2-2(R+H)R\cos\alpha]^3}}. \quad (5.3.20)$$

В результате интегрирования получаем $k_\alpha=f_1(t)$, определяем $B(t)$ и, решая численным методом уравнение (5.3.18), получаем $T_i=f_2(t)$. Для определения максимальной дальности действия координатора необходимо принимать в расчет T_{min}, т. е. значение T_i в точке, лежащей на границе теневой и освещенной частей орбиты (рис. 5.3.6, точка K). Для этого случая, при принятии допущения, что орбита является круговой и лежит в плоскости, параллельной направлению на Солнце, уравнение (5.3.18) имеет вид:

$$\dot{T}_i+AT_i^4-[B_{1ср}+B_2]=0, \quad (5.3.21)$$

где $B_1=\frac{q_c G_c}{c_i\gamma_i\delta_i}(\cos\varphi_i+ak_\alpha$, $B_2=\frac{q_н G_н+Q_0}{c_i\gamma_i\delta_i}$.

Принимая коэффициент B_1 средним значением, не зависящим от времени (B_1 изменяется от N до M не более чем на 15% за счет изменения k_α), получаем дифференциальное уравнение, которое решается разделением переменных:

$$\int_{T_1}^{T} \frac{dT_i}{B - AT_i^4} = \int_{t_1}^{t} dt$$

или

$$\left(\ln\frac{T_i + n}{T_i - n} + 2\,\mathrm{arctg}\,\frac{T_i}{n}\right) - \left(\ln\frac{T_1 + n}{T_1 - n} + 2\,\mathrm{arctg}\,\frac{T_1}{n}\right) = \frac{4B}{n}(t - t_1), \qquad (5.3.22)$$

где $n = \sqrt[4]{-B/A}$. Так как $T_1 = \mathrm{const}$ и определяется начальными условиями, то можно обозначить вторую скобку постоян-

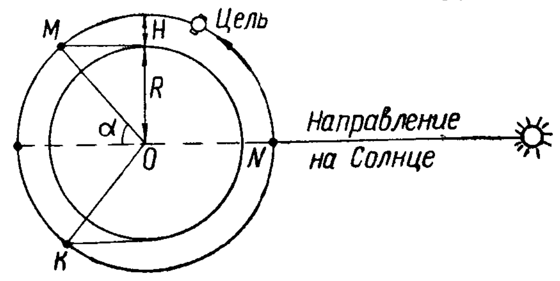


Рис. 5.3.6

ной C, а t_1 принять равным нулю. Тогда формула (5.3.22) примет вид

$$\ln\frac{T_i + n}{T_i - n} + 2\,\mathrm{arctg}\,\frac{T_i}{n} = \frac{4B}{n}t + C. \qquad (5.3.23)$$

Кроме T_i, неизвестно также начальное значение температуры поверхности космической цели T_1. Для нахождения одного из неизвестных (в частности T_1) можно воспользоваться тем, что космическая цель имеет достаточно большой период обращения по орбите (90—200 минут). Поэтому можно считать, что существует цикличность изменения температуры на орбите, т. е. в точке K или N (рис. 5.3.6) от оборота к обороту температура изменяется незначительно. Это справедливо для всех космических целей, у которых теплопроводность обшивки достаточно большая, а толщина обшивки мала. В этом случае при решении уравнения (5.3.23) можно воспользоваться методом последовательных приближений. Для первого приближения начальная температура обшивки цели T_1 в точке K выбирается произвольно.

В результате последующих приближений определяют значения T_i для выбранной точки. Число приближений n определяется из выражения $|T_{n+1} - T_n| < \varkappa$, где $\varkappa$ зависит от выбранной точности решения задачи. Решение уравнения целесообразно

проводить графическим методом. Левую часть уравнения обозначим F, а правую H. Задаваясь рядом значений T_i и рядом значений t, строим кривые $F(T_i)$ и $H(t)$. Затем для равных значений $F = H$ по кривым находим соответствующие точки t, T_i и строим кривую $T_i = f(t)$ (рис. 5.3.7).

Значения T_{min} для возможных космических целей, рассчитанные по изложенной методике, приведены в П. 2, таблица 2.

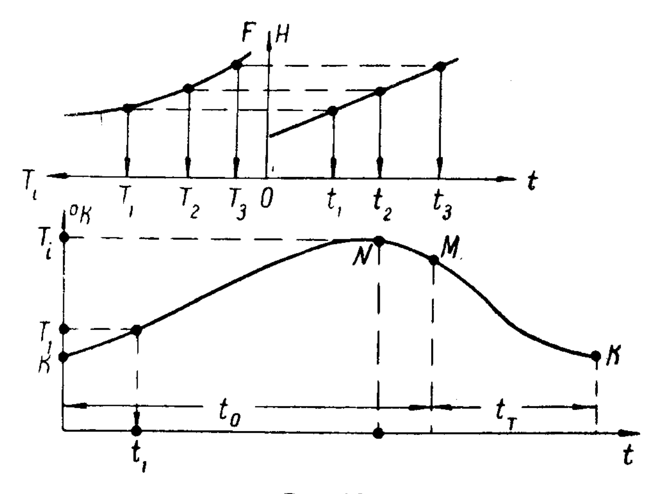


Рис. 5.3.7

Так как селективные источники имеют малую мощность излучения, сосредоточенную в спектральных полосах сильного поглощения атмосферы, то их излучение при оценке дальности действия оптического координатора в атмосфере можно не учитывать (оно составляет примерно 1,5—3,5% от мощности излучения интегральных и рефлексных источников). Учет его представляет интерес только на высотах свыше 20 *км* при действии координатора по воздушным целям с передней полусферы, когда мощности других источников также небольшие.

Если цель при движении по траектории освещена Солнцем, то она представляет собой, помимо комплекса интегральных источников, еще и совокупность рефлексных источников, т. е. источников отраженного солнечного излучения. Сила излучения такого источника S_i в направлении $\boldsymbol{D}$ при допущении, что он имеет диффузно-отражающую поверхность, подчиняющуюся закону Ламберта, определяется следующей формулой:

$$I_i(\varepsilon, \nu) = \frac{G_c \cos\varphi_i S_i \int\limits_{\lambda_1}^{\lambda_2} r_\lambda(\lambda)\rho_i(\lambda)\tau(\lambda)d\lambda}{\int\limits_{\lambda_1}^{\lambda_2} r_\lambda(\lambda)\,d\lambda} \cos\alpha_i, \qquad (5.3.24)$$

где G_c — облучательная способность Солнца вне атмосферы, *вт/м²*; φ_i — угол между нормалью к S_i и направлением на Солнце; $r_\lambda(\lambda)$ — спектральная плотность интенсивности солнечного излучения (или абсолютно черного тела при $T = 6000°K$) вне атмосферы; $\rho_i(\lambda)$ — спектральный коэффициент отражения поверхности S_i; $\tau(\lambda)$ — спектральный коэффициент поглощения солнечной радиации в атмосфере на высоте нахождения цели H_i; α_i — угол между нормалью к S_i и вектором $\boldsymbol{D}$; λ_1, λ_2 — границы спектральной рабочей полосы чувствительного элемента системы самонаведения.

Подставив значение $\cos\alpha_i$, получим окончательную формулу для (см. рис. 5.3.2)

$$I_i(\varepsilon, \nu) = \frac{G_c \cos\varphi_i S_i}{\pi} \frac{\int\limits_{\lambda_1}^{\lambda_2} r_\lambda(\lambda)\rho_i(\lambda)\tau(\lambda)\,d\lambda}{\int\limits_{\lambda_1}^{\lambda_2} r_\lambda(\lambda)\,d\lambda} [\cos\varepsilon\cos\varepsilon_i\cos(\nu-\nu_i) + \sin\varepsilon\sin\varepsilon_i]. \tag{5.3.25}$$

В этой формуле функции $r_\lambda(\lambda)$, $\rho_i(\lambda)$ и $\tau(\lambda)$ обычно заданы в относительных координатах и второй сомножитель в формуле легко вычисляется графическим путем. Пренебрегая расстояниями l_i между отдельными площадками S_i по сравнению с D, можно поместить все площадки S_i в центре цели и получить общую формулу для $I(\varepsilon, \nu)$

$$I(\varepsilon, \nu) = \sum_{i=1}^{N} I_i(\varepsilon, \nu). \tag{5.3.26}$$

По приведенной методике можно рассчитать основные характеристики излучения современных типовых целей.

§ 5.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИГНАЛА ОТ ЦЕЛИ, ПОСТУПАЮЩЕГО НА ВХОД КООРДИНАТОРА

Лучистый поток, излучаемый целью в направлении оптической системы координатора, проходя через атмосферу, ослабляется из-за рассеяния и поглощения лучистой энергии компонентами атмосферы. Поглощением лучистого потока постоянными компонентами атмосферы (азотом, кислородом) можно пренебречь из-за его малости. Рассеяние постоянными компонентами лучистого потока сводится к релеевскому рассеянию, которым также можно пренебречь для высот бо́лее двух километров при малых дальностях (до 10 *км*) и для высот порядка 10 *км* и выше для больших дальностей (до 50 *км*).

Из переменных компонентов сильно поглощают лучистую энергию на отдельных узких участках спектра пары воды (H_2O), углекислый газ (CO_2) и озон (O_3). Сильное рассеяние лучистого потока происходит в нижних слоях тропосферы пылевыми частицами и капельками воды (дымка, туман, дождь). На больших высотах ($H > 30$ *км*) для больших дальностей действия координаторов следует учитывать также поглощение и рассеяние лучистой энергии атомами диссоциированных молекул воздуха. Оптические системы самонаведения ракет «воздух—земля» могут применяться только в ясную погоду, когда нет дождя, тумана или дымки. Системы ракет «воздух—воздух» применяются авиацией с достаточно больших высот, на которых отсутствуют перечисленные рассеивающие компоненты атмосферы. Поэтому следует учитывать только ослабление лучистого потока в чистой атмосфере, для которой справедлив закон ослабления Бугера—Ламберта. Определим выражение для коэффициента поглощения атмосферой ИК лучей основными поглощающими компонентами: H_2O, CO_2 и O_3, которое происходит в отдельных полосах спектра. По закону Бугера—Ламберта можно записать для любого поглощающего газового компонента

$$\Phi = \Phi_0 \tau_\lambda = \Phi_0 e^{-k_\lambda \int_0^D h\, dD}, \qquad (5.4.1)$$

где Φ — лучистый поток, ослабленный после прохождения расстояния D;

Φ_0 — лучистый поток, излучаемый целью в направлении вектора $\boldsymbol{D}$;

k_λ — спектральный коэффициент поглощения компонента;

$h = p/P$ — отношение парциального давления поглощающего компонента к общему давлению атмосферы на расстоянии D.

Примем для наклонной дальности $dD = \frac{dH}{\sin \varepsilon}$, где ε — угол между горизонтальной плоскостью и вектором $\boldsymbol{D}$. Отношение h для высоты H в метеорологии определяется формулой

$$h_н = \frac{\mu (1 + \alpha t_н)}{P_н \cdot 0{,}794}, \qquad (5.4.2)$$

где μ — вес газообразного компонента в единице объема, *н/м*^{3}; α — коэффициент теплового расширения воздуха, 1/°К; $t_н$ — температура воздуха на высоте H, °К; $P_н$ — атмосферное давление на высоте H. Определим τ_λ для двух поглощающих компонентов: H_2O и CO_2. Введем индексы при k_λ, h и μ, для H_2O — индекс — «В», для CO_2 — индекс — «С». Значения коэффициента

$\mu_в$ для H_2O приведены в приложении 2 на рис. П.2.1 [48]. Значения μ_c для CO_2 определяются из условия, что объемная концентрация CO_2 принимается постоянной по высоте, равной 0,03%. Значения спектральных коэффициентов k_λ для H_2O и CO_2 приведены в таблице 3 приложения 2.

Если разделить весь слой атмосферы $H_2—H_1$, в котором располагается вектор $\boldsymbol{D}$, на ряд слоев n, то в каждом слое ΔH_i все параметры можно считать постоянными, равными их средним значениям. Тогда из (5.4.1) для полосы поглощения с номером j ($j = 1, 2, 3$) коэффициент поглощения τ_λ для H_2O и CO_2 выражается формулой

$$\tau_{\lambda\, BCj} = \exp\left[-\frac{k_{\lambda Bj}}{\sin\varepsilon}\sum_{i=1}^{n} h_{Bi}\cdot\Delta H_i - \frac{k_{\lambda Cj}}{\sin\varepsilon}\sum_{i=1}^{n} h_{Ci}\cdot\Delta H_i\right] (j=1, 2, 3). \quad (5.4.3)$$

При выборе одинаковых слоев $\Delta H = (H_2 - H_1)/n$

$$\tau_{\lambda BCj} = \exp\left[-\frac{H}{n\sin\varepsilon}\left(k_{\lambda\, Bj}\sum_{i=1}^{n} h_{Bi} + k_{\lambda\, Cj}\sum_{i=1}^{n} h_{Ci}\right)\right] (j=1,2,3). \quad (5.4.4)$$

$\tau_{\lambda BCj}$ будет принимать определенное значение, меньшее единицы только в 1, 2 и 3 полосах поглощения H_2O и CO_2. Вне этих полос $k_{\lambda B}$ и $k_{\lambda C}$ равны нулю и $\tau_{\lambda\, BCj} = 1$.

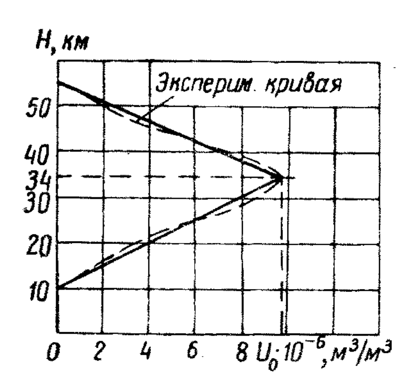


Рис. 5.4.1

Определим τ_λ для O_3. Введем индекс для озона «О». Значение спектральных коэффициентов k_λ для O_3 приведено в таблице 2 приложения 2.

Кривая распределения O_3 по высотам H показана на рис. 5.4.1 [47]. Эту кривую можно аппроксимировать ломаной. Тогда формула (5.4.1) для коэффициента $\tau_{\lambda 0}$, для j полосы поглощения будет иметь вид:

$$\tau_{\lambda 0j} = \exp\left[-\frac{k_{\lambda\, 0j}}{\sin\varepsilon}\int_{H_1}^{H_2} U_0\, dH\right] (j=1, 2, 3), \quad (5.4.5)$$

где U_0 — концентрация озона, определяемая по аппроксимирующей ломаной: $U_0 = (H - 10)k_1$ для $10 \leqslant H < 34$ *км*, $U_0 = (55 - H)k_2$ для $34 < H \leqslant 55$ *км*, где k_1 и k_2 — угловые коэф-

фициенты соответствующих прямых линий. В общем виде $U_0 = (A_{1(2)} \pm H) k_{1(2)}$. Разделив слой атмосферы на n слоев, по аналогии с $\tau_{\lambda FCj}$ получим

$$\tau_{\lambda 0j} = \exp\left[-\frac{k_{\lambda 0j}}{\sin\varepsilon}\sum_{i=1}^{n}(A_{1(2)} \pm H_i) k_{1(2)}\cdot\Delta H_i\right] (j=1, 2, 3). \qquad (5.4.6)$$

При одинаковых ΔH

$$\tau_{\lambda 0j} = \exp\left[\frac{Hk_{\lambda 0j}}{n\sin\varepsilon}\sum_{i=1}^{n}(A_{1(2)} \pm H_i) k_{1(2)}\right] (j=1, 2, 3) \qquad (5.4.7)$$

$\tau_{\lambda 0j}$ будет принимать определенное значение, меньшее единицы только в полосах поглощения O_3. Вне этих полос $k_{\lambda 0} = 0$, $\tau_{\lambda 0} = 1$.

В оптический координатор вместе с ослабленным на дальности излучением от цели поступает также лучистый поток от фона. Поэтому для определения энергетического контраста цели необходимо знать основные характеристики излучения фонов — лучистость (яркость) $B(\varphi, \psi)$ как функция углов, определяющих направление вектора дальности $\boldsymbol{D}$ в пространстве относительно положения Солнца, и спектральное распределение лучистости фона $b(\lambda)$. Применяемые в современных координаторах методы модулирования лучистого потока уменьшают до известного минимума лучистый поток от фона, попадающий на чувствительный элемент. Однако при большой яркости фона эта минимальная часть его лучистого потока приводит к заметному снижению пороговой чувствительности чувствительного элемента. Переменные составляющие лучистого потока от фона (флуктуации излучения) мешают формированию сигнала рассогласования в координаторе и являются помехой, снижающей дальность действия и точность определения угловых координат.

Исходя из боевых условий применения ракет, фоны можно разделить на земные и небесные. К земным фонам относятся: земные покровы, леса и водные поверхности. К небесным фонам относятся: голубое небо и облака. На больших высотах — космический фон с излучающими звездами, планетами и метеоритами. Лучистости и спектральные характеристики фонов изменяются в очень широких пределах, в зависимости от целого ряда не поддающихся учету факторов, и поэтому в различных условиях применения ракет будут случайными. При оценке реальных боевых дальностей действия оптических систем самонаведения по различным целям целесообразно для упрощения задачи учитывать яркости типовых фонов $B(\varphi, \psi)$, флуктуации этих яркостей $\Delta B(\varphi, \psi)$ и спектральные распределения яркостей $b(\lambda)$ их средними квадратическими значениями, полученными путем статистической обработки экспериментального материала по изме-

рению основных параметров излучения фонов. Действие границ перехода от одного типового фона к другому учитывается средними квадратическими значениями флуктуаций переходов. Такой метод определения основных характеристик излучения фона является простым и единственно возможным при решении задачи определения дальности действия оптических систем самонаведения в различных боевых условиях. Он позволяет рассчитать боевую дальность действия системы для различных заранее выбранных типовых условий применения ракет по всем целям и составить таблицы или графики дальностей, учитывающие изменение этих условий для различных районов боевых действий, времени года, суток и состояния облачности. После оценки перечисленных факторов можно по таблицам или графикам определить среднее квадратическое значение дальности действия системы для конкретных боевых условий.

Кривые спектрального распределения лучистости фонов $b(\lambda)$ (средние квадратические значения), полученные на основании статистической обработки большого числа экспериментальных кривых при спектрографировании различных фонов, приведены на рис. П. 6.3. При статистической обработке лучистостей различных фонов значения $B(\varphi, \psi)$ и $\Delta B(\varphi, \psi)$ получены для средних районов северной широты. При определении этих значений для других районов следует использовать кривую поправок (рис. П. 6.4).

Средние квадратические значения лучистости голубого неба $B(\varphi, \psi)$ для диапазона высот $H = 5 \div 20$ *км* приведены в таблице 6 приложения 3.

Флуктуации лучистости голубого неба невелики. При изменении угла места φ от 0 до 30° максимальные флуктуации не превышают 3%. Поэтому можно считать, что $\Delta B(\varphi, \psi) = 0$. Значение $B(\varphi, \psi)$ мало изменяется при изменении угла φ в диапазоне от 0 до 45°. При $\psi < 20°$ значение $B(\varphi, \psi)$ начинает быстро возрастать по мере приближения к Солнцу. При определении $B(\varphi, \psi)$ для диапазона углов $\psi = 10 \div 20°$ $[B_c(\varphi, \psi)]$ следует пользоваться кривой поправок (рис. 6.5).

$$B_c(\varphi, \psi) = B(\varphi, \psi) \cdot k. \tag{5.4.8}$$

Облака, освещенные Солнцем, являются наиболее ярким фоном по сравнению со всеми земными фонами. Средние квадратические значения лучистости облаков и ее флуктуаций приведены в таблице 4 приложения 6.

Среднеквадратические значения лучистостей переходов $\Delta B_п(\varphi, \psi)$ получаются при следующих сочетаниях двух фонов (см. таблицу 6 приложения 5).

Изменение средних квадратических значений лучистостей белых облаков в зависимости от времени года и суток приведено в таблице 6 приложения 6.

Лучистость земных фонов меньше лучистости белых облаков примерно на порядок. Максимальные флуктуации лучистостей доходят до 5—10%, а флуктуации переходов от одного фона к другому (поле желтое — река, песчаная коса—река, степь—овраг, лес—поле желтое) — до 85% от максимального значения $B(\varphi, \psi)$. Средние квадратические значения лучистостей земных фонов приведены в таблице 7 приложения 6. При очень больших флуктуациях излучения отдельных участков фона может появиться на выходе чувствительного элемента ложный сигнал, который будет мешать работе координатора. Если сигналы от цели и от участка фона сравнимы по величине, то для определения истинного сигнала от цели требуется специальное устройство селекции.

§ 5.5. ЧУВСТВИТЕЛЬНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ОПТИЧЕСКИХ КООРДИНАТОРОВ

Лучистая энергия, излучаемая целью и фоном, после прохождения расстояния от цели до ракеты попадает на входное окно оптической системы координатора. Оптическая система строит изображение цели в своей фокальной плоскости. От точности построения изображения в первую очередь зависит точность работы координатора, а от количества сосредоточенного лучистого потока зависит дальность его действия.

Оптические системы координаторов должны иметь: а) минимальные габариты, определяемые жесткими требованиями к размерам и весу оптического координатора в целом, при максимально возможном диаметре входного окна; б) необходимый угол поля зрения, зависящий от особенностей боевого применения ракеты; в) максимально возможный коэффициент пропускания для выбранного спектрального рабочего диапазона; г) минимальные размеры изображения цели (с минимальным его размытием) в фокальной плоскости объектива без существенных искажений при перемещении цели к краю поля зрения; д) стабильные оптические характеристики при достаточно большом изменении температуры, влажности, давления, при вибрациях с достаточно широким спектром высоких и средних частот.

Оптимальное удовлетворение этих противоречивых требований приводит к выбору достаточно высоких основных характеристик системы: разрешающей способности, угла поля зрения и светосилы. Предельная разрешающая способность ограничивается дифракционными явлениями, при учете которых наименьший разрешающий угол равен [38]:

$$\delta = \frac{1{,}22\lambda}{d} 3440, \quad \text{угловых минут,} \qquad (5.5.1)$$

где d — диаметр входного окна; λ — длина волны.

В действительности, из-за влияния аберраций (погрешностей в построении изображения цели) первого порядка: сферической и хроматической, комы, астигматизма и дисторсии, разрешающая способность оптической системы будет ниже.

Для уменьшения влияния аберраций выбираются достаточно сложные многоэлементные схемы оптических систем со специальными корректирующими (исправляющими) элементами. Для оптических систем ИК диапазона разрешающая способность должна быть не хуже 0,2 — 0,3 *мм* (или 3—5 тысячных), а для оптического видимого диапазона не хуже 0,1 *мм* (или 1,5 тысячных).

Углом поля зрения оптической системы ω называется пространственный угол, опирающийся на площадь, в пределах которой освещенность изображения и его качество удовлетворяют заданным требованиям. Угол поля зрения определяется основными параметрами системы и размерами чувствительного элемента. Пространственному углу ω соответствует плоский угол $\delta°$. В системах, где требуется достаточно большой угол обзора, выбирают оптическую систему с достаточно малым углом поля зрения, но делают специальное обзорное (сканирующее) устройство, позволяющее оптической системе просматривать за определенное время все пространство, подвергающееся обзору.

Увеличение светосилы оптической системы приводит к увеличению облученности изображения цели, но одновременно приводит к возрастанию аберраций, ухудшению качества изображения.

В оптических координаторах в настоящее время применяются светосильные объективы (от 1 : 1,5 до 1 : 0,9).

В оптических координаторах могут применяться оптические системы трех видов: зеркальные (отражательные), линзовые (преломляющие) и зеркально-линзовые (смешанные).

В оптических координаторах, имеющих сравнительно большие дальности действия, чаще всего применяются смешанные системы, т. е. зеркальные объективы с двумя зеркалами и одной или двумя корректирующими линзами для получения минимальных аберраций при достаточно большом угле поля зрения. Одна из схем оптической системы ИК координаторов показана на рис. 5.5.1. Она состоит из сферического первичного зеркала с наружным отражающим слоем, вторичного плоского зеркала и специальной корректирующей линзы из материала, хорошо пропускающего ИКЛ и имеющего большой показатель преломления ($n > 3$ для создания тонкой линзы с малыми потерями на пропускание). Тонкий менисковый обтекатель играет в этой оптической системе роль корректора, уменьшающего сферическую аберрацию первичного зеркала (у них сферические аберрации почти одинаковые, но разного знака) [28, 38]:

Кривая *1* на графике показывает, что для углов поля зрения до 6° можно получить весьма высокую разрешающую способ-

ность. Для оптических систем координаторов, предназначенных для локации космических целей на больших дальностях, потребуются сравнительно большие диаметры первичного зеркала (до 0,5 ÷ 0,8 *м*). Для такой системы трудно изготовить тонкий менисковый обтекатель большого диаметра с однородными оптическими параметрами и точной сферической поверхностью. Без сферического обтекателя разрешающая способность такой системы ухудшается (кривая *2* на рис. 5.5.1). Поэтому для космических систем целесообразно использовать двухэлементную систему

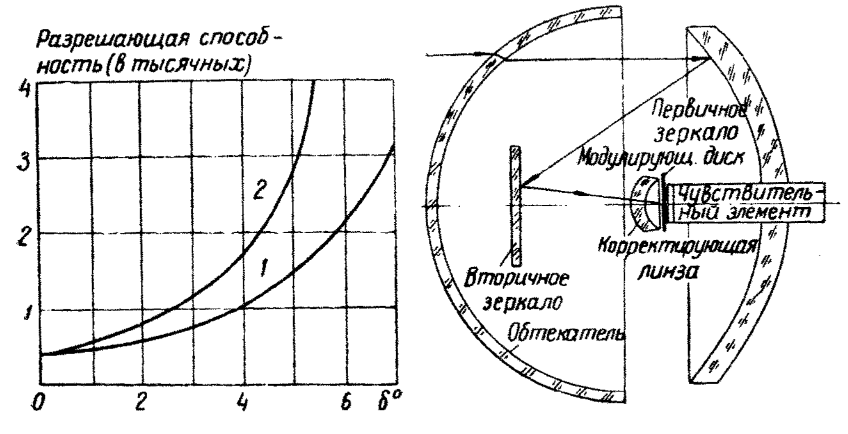


Рис. 5.5.1

более простой конструкции с большим коэффициентом пропускания лучистого потока. Это может быть достигнуто применением первичного сферического зеркала с наружным отражающим слоем и вторичного зеркала, имеющего специальную скорректированную отражающую поверхность. Схема такой системы показана на рис. 5.5.2. Кривая разрешающей способности показывает хорошее качество системы при углах δ до 3° [38].

В фокальной плоскости оптической системы должен быть весьма точно размещен основной элемент модулирующего устройства — модулирующий диск, а за диском — чувствительный элемент.

Для выбора вида и основных параметров чувствительного элемента необходимо определить оптимальную спектральную рабочую полосу координатора, при которой действие излучения цели на чувствительный элемент достигает максимально возможного значения при минимальном действии излучения фона. Эта полоса выбирается на основе сопоставления спектральных характеристик возможных целей и фонов, а также наиболее приемлемых чувствительных элементов и фильтров, ограничивающих излучение фонов. Так как кривые спектральных яркостей $b(\lambda)$ различных фонов имеют небольшие смещения друг относи-

тельно друга по оси абсцисс (длинам волн) и достаточно значительные различия ординат, то для выбора спектральной рабочей полосы достаточно выбрать из всех кривых $b(\lambda)$ возможных фонов кривую, имеющую максимальные ординаты, а из всех кривых r_λ возможных целей — две кривые, соответствующие целям с максимальной и минимальной температурой. Для двух выбранных целей при одном выбранном фоне определяют приблизительно спектральные границы чувствительного элемента и необходимого фильтра; по ним выбирают типы чувствительного элемента и фильтра и тем самым выбирают кривые их спектраль-

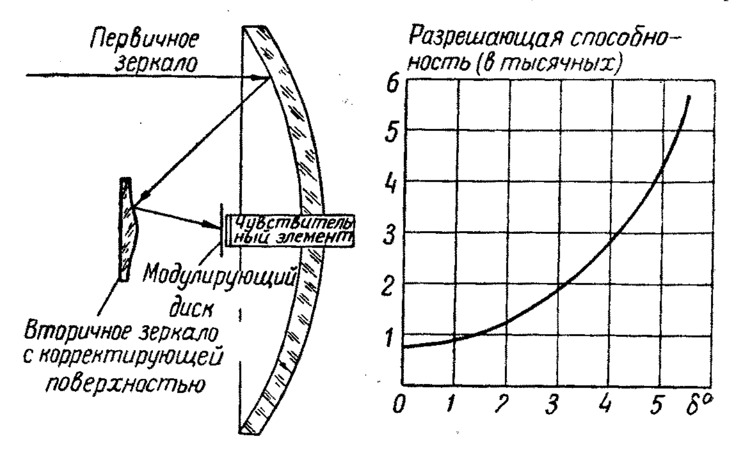


Рис. 5.5.2

ных характеристик $\varphi_э(\lambda)$ и $\tau_ф(\lambda)$. Для каждой из двух комбинаций фона и цели определяют значения коэффициентов использования излучения цели $k_ц$ и фона $k_ф$ выбранным чувствительным элементом при наличии фильтра по формулам

$$k_ц = \frac{\int\limits_{\lambda_1}^{\lambda_2} r_\lambda(\lambda, T)\, \varphi_э(\lambda)\, \tau_ф(\lambda)\, d\lambda}{\int\limits_{\lambda_1}^{\lambda_2} r_\lambda(\lambda, T)\, d\lambda} = \frac{|Q|_{\lambda_2-\lambda_1}}{|N|_{\lambda_2-\lambda_1}}, \tag{5.5.2}$$

$$k_ф = \frac{\int\limits_{\lambda_1}^{\lambda_2} b(\lambda)\, \varphi_э(\lambda)\, \tau_ф(\lambda)\, d\lambda}{\int\limits_{\lambda_1}^{\lambda_2} b(\lambda)\, d\lambda} = \frac{|P|_{\lambda_2-\lambda_1}}{|M|_{\lambda_2-\lambda_1}}. \tag{5.5.3}$$

Затем определяют отношение $k_ц/k_ф$. Границы спектральной полосы λ_1, λ_2 следует выбрать так, чтобы отношение $k_ц/k_ф$

было максимальным. Коэффициенты $k_ц$ и $k_ф$ легко определяются графическим путем при построении соответствующих кривых в относительных единицах (рис. 5.5.3). Изменяя положение границ полосы λ_1, λ_2, можно добиться максимально возможного значения $k_ц/k_ф$. Такую задачу обычно решают для различных чувствительных элементов и фильтров, пригодных для применения в диапазоне $\lambda_1 \div \lambda_2$, и останавливаются на лучшем варианте.

Основными характеристиками чувствительных элементов являются: а) спектральная чувствительность; б) интегральная чувствительность; в) пороговая чувствительность; г) инерционность и д) рабочая площадь.

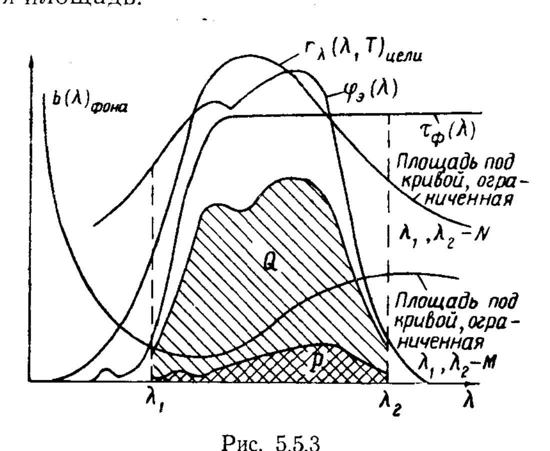


Рис. 5.5.3

Спектральной чувствительностью $\varphi_э(\lambda)$ называется зависимость выходного сигнала элемента от длины волны падающего на него монохроматического излучения данной интенсивности. Чаще всего она измеряется в относительных единицах. *Интегральной чувствительностью* называется отношение напряжения (или тока) электрического выходного сигнала к величине падающего на элемент полного лучистого потока.

Под *пороговой чувствительностью* понимают минимальное значение лучистого потока, которое может быть обнаружено при помощи чувствительного элемента. Пороговый поток обычно определяют величиной собственных шумов элемента.

Инерционность чувствительного элемента характеризуется временем облучения, необходимым для того, чтобы выходной сигнал достиг определенного значения (95%) от максимального установившегося значения, получаемого при длительном облучении.

Рабочей площадью $S_р$ чувствительного элемента называется его активная поверхность, способная реагировать на лучистый поток. Она характеризует уровень собственных шумов, так как величина пороговой чувствительности пропорциональна $\sqrt{S_р}$.

В оптических координаторах, вследствие высоких требований к рассмотренным основным характеристикам (большая чувствительность и малая инерционность), широкое применение нашли только фотоэлементы — селективные чувствительные элементы. Фотоэлементы с внешним фотоэффектом применяются в координаторах, использующих видимый и коротковолновый ИК участки спектра (в фотоумножителях и передающих телевизионных трубках). В координаторах, работающих в средневолновом участке ИК спектра, применяются фотоэлементы с внутренним фотоэффектом — фотосопротивления. В фотоумножителях и передающих трубках применяются фотокатоды: кислородно-цезиевые, сурьмяно-цезиевые, висмутно-серебряно-цезиевые, а также многощелочные фотокатоды.

Спектральные чувствительности перечисленных фотокатодов показаны на рис. П. 2.2, а основные характеристики приведены в таблице 3 приложения 2 [15].

Фотосопротивления из соединений свинца с серой, теллуром и селеном в настоящее время широко применяются в ИК координаторах. Фотосопротивления из PbS применяются в координаторах малых дальностей (10 *км*) без охлаждения, а в координаторах средних дальностей (10—25 *км*) с охлаждением жидким азотом до температуры 78°К. Фотосопротивления из $PbSe$ и $PbTe$ применяются в координаторах средних дальностей обязательно с охлаждением жидким азотом [15], [24].

В последнее время нашли применение также фотосопротивление из сурьмянистого индия ($ZnSb$), обладающее высокой чувствительностью и малой инерционностью. Спектральные чувствительности фотосопротивлений приведены на рис. П. 2.3, а основные характеристики даны в таблице 4 приложения 2 [15].

Для координаторов, способных действовать по низкотемпературным космическим целям, рассмотренные чувствительные элементы малоэффективны. Для таких систем необходимы чувствительные элементы, способные работать в спектральном диапазоне от $\lambda_1 = 4$ до $\lambda_2 = 12$ *мкм*. К таким элементам могут быть отнесены фотосопротивления из германия, легированные золотом, цинком, медью, кадмием и др. [15]. Однако все они, за исключением Ge—Au, требуют глубокого охлаждения до 25—4°К при помощи жидкого гелия, что затрудняет их применение в следящих координаторах, из-за трудностей установки криотрона с жидким He и N.

Фотосопротивления из германия, легированного золотом, требуют охлаждения жидким азотом до 77—78°К, вследствие чего они успешно могут применяться в координаторах. Спектральные характеристики фотосопротивлений Ge—Au приведены на рис. П. 2.4, а основные характеристики — в таблице 5 приложения 2.

§ 5.6. РАСЧЕТ ДАЛЬНОСТИ ДЕЙСТВИЯ

Рассмотрим методику определения дальности действия оптического координатора по конкретной цели, расположенной на определенном фоне при известных средних характеристиках района действия ракеты (высота, расположение цели и ракеты в начальный момент наведения, время суток, время года, географическая широта).

Если известны основные характеристики излучения цели и фона, то можно получить формулу предельной дальности действия координатора из следующих условий, определяющих надежное выделение сигнала от цели при наличии помех от излучения фона

$$\Phi_ц = n \cdot \Delta\Phi_ф \quad \text{или} \quad \Phi_ц = n \cdot \Phi_п, \tag{5.6.1}$$

где $\Phi_ц$ — лучистый поток, воспринимаемый чувствительным элементом от цели и преобразующийся после усиления в полезный сигнал; $\Delta\Phi_ф$ — среднее квадратическое значение лучистого потока, воспринимаемого чувствительным элементом от флуктуаций излучения фона и обтекателя оптической системы и преобразующегося после усиления в сигнал помехи; $\Phi_п$ — реальный пороговый поток чувствительного элемента, определенный с учетом засветки его излучением фона и обтекателя оптической системы координатора, эквивалентный шумам, создающим сигнал внутренних помех; n — коэффициент эксплуатационной надежности, определяющий превышение среднего квадратического значения сигнала от цели над средним квадратическим значением шума, создаваемого флуктуациями излучения фона, обтекателя и собственными шумами координатора $n = U_с/U_ш$.

Первое условие (5.6.1) принимается, когда $\Delta\Phi_ф \gg \Phi_п$, второе — когда $\Delta\Phi_ф < \Phi_п$. Рис. 5.6.1 поясняет принятое условие. На нем изображена пространственная картина построения изображения цели на рабочей поверхности чувствительного элемента (ЧЭ) при наличии излучения фона. Величины лучистых потоков от цели и фона, вызывающие электрический сигнал на чувствительном элементе, для наглядности представлены объемными фигурами. На модулирующий диск (МД), расположенный в фокальной плоскости оптической системы, падает лучистый поток от цели и фона. Для простоты модулирующий диск имеет только один прозрачный сектор, поэтому на чувствительный элемент попадает только часть потока от фона, прошедшая через этот сектор. При вращении диска лучистая энергия фона, созданная постоянной составляющей $\Phi_ф$, не будет модулироваться, т. е. не будет давать сигнала на выходе усилителя. Модулироваться будет только переменная составляющая фона. Лучистый поток от цели $\Phi_ц$ создает изображение цели на чувствительном элементе в точке $(x_ц, y_ц)$ или в полярной системе (ρ и φ). При вращении диска поток от цели модулируется по определенному закону, который определяется конфигурацией прозрачных и непрозрачных

секторов диска. Для формирования полезного сигнала, определяющего угловые координаты цели, необходимо, чтобы лучистый поток от цели превышал на определенную величину поток от флуктуаций фона, так как постоянная составляющая излучения фона будет отсекаться на входе усилителя. Однако эта составляющая будет существенно увеличивать значение собственных шумов ($\Phi_{п}$). Поэтому для уменьшения потока от фона, попадающего на чувствительный элемент, необходимо уменьшать площадь прозрачных секторов модулирующего диска.

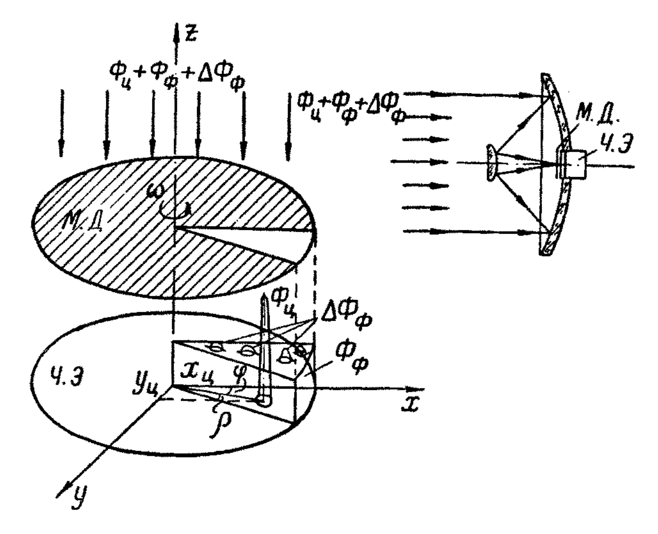


Рис. 5.6.1

Определим дальность действия координатора для ИК диапазона, считая, что цель имеет интегральные источники, которые располагаются в центре цели и излучают в направлении вектора дальности $\boldsymbol{D}$. Лучистый поток от цели, попадающий на чувствительный элемент, складывается из N потоков выбранных элементарных излучателей. Каждый i-й источник характеризуется основными параметрами S_i, T_i, η_i. Лучистый поток от i-го излучателя, попадающий на чувствительный элемент и вызывающий полезный сигнал, равен (рис. 5.6.2,*а*)

$$\Phi_{цi} = I_i(T_i, \varepsilon, \nu)\,\omega_i \cos\alpha_0\, k_i = \frac{I_i(T_i, \varepsilon, \nu)\, S_0\, k_i\, k_{мц}}{D^2}\cos\alpha_0. \qquad (5.6.2)$$

Эта формула написана для условия, когда лучистый поток от цели, попадающий на входное окно оптической системы, концентрируется последней на рабочую площадь чувствительного элемента. В этой формуле $I_i(T_i, \varepsilon, \nu)$ — сила излучения площадки S_i в направлении вектора $\boldsymbol{D}$, определяемом углами ε и ν;

S_0 — площадь входного окна оптической системы; D — дальность от ракеты до цели; α_0— угол между вектором $\boldsymbol{D}$ и осью координатора; $k_{мц}$ —динамический коэффициент, учитывающий уменьшение лучистого потока от цели за счет вращения моду-

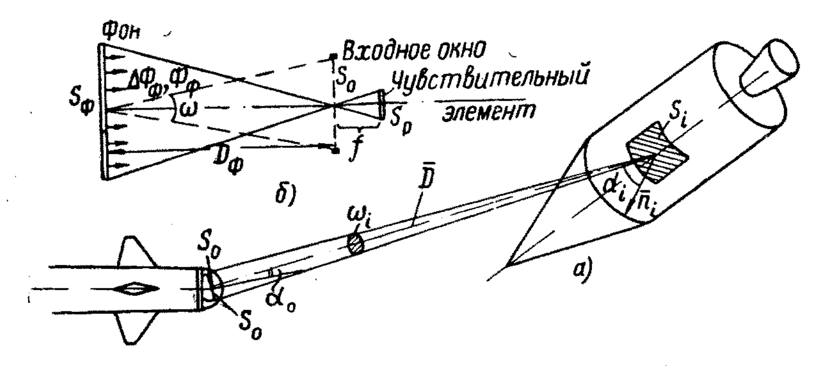


Рис. 5.6.2

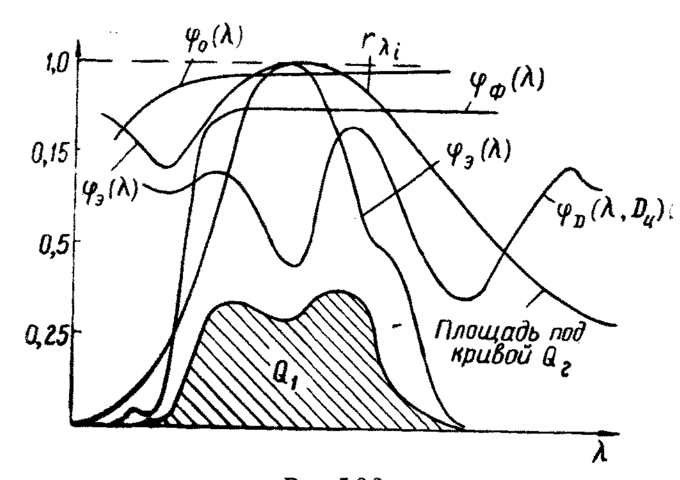


Рис. 5.6.3

лирующего диска; k_i — коэффициент, определяющий долю лучистого потока от излучателя S_i, неодинаково по длинам волн воспринимаемую чувствительным элементом из-за его селективности (рис. 5.6.3). Этот коэффициент определяется формулой

$$k_i = \frac{\int\limits_0^\infty r_{\lambda i}(\lambda, T_i)\,\varphi_э(\lambda)\,\varphi_0(\lambda)\,\varphi_ф(\lambda)\,\varphi_D(\lambda, D_ц)\,d\lambda}{\int\limits_0^\infty r_{\lambda i}(\lambda, T_i)\,d\lambda} = \frac{Q_1}{Q_2}, \qquad (5.6.3)$$

где $r_{\lambda i}(\lambda, T_i)$ — спектральная интенсивность плотности излучения источника S_i; $\varphi_э(\lambda)$ — кривая спектральной чувствительности чувствительного элемента; $\varphi_0(\lambda)$ и $\varphi_ф(\lambda)$ — спектральные коэффициенты пропускания оптики и фильтра; $\varphi_D(\lambda, D_ц)$ — спектральный коэффициент пропускания атмосферы $\varphi_D(\lambda, D_ц) = 1 - \tau_\lambda$.

Значение k_i легко находится графическим интегрированием при построении всех подынтегральных кривых в относительных единицах.

Подставляя выражение $I_i(T_i, \varepsilon, \nu)$ из формулы (5.3.7) в (5.6.2), получим

$$\Phi_{цi} = \frac{\eta_i \sigma T_i^4 S_i S_0 k_i k_{мц}}{\pi D^2} \cos\alpha_i \cos\alpha_0 . \qquad (5.6.4)$$

Суммарный поток, попадающий на чувствительный элемент от всех N интегральных излучателей цели, равен:

$$\Phi_ц = \frac{S_0 \sigma \cos\alpha_0 k_{мц} \sum_{i=1}^{N} \eta_i T_i^4 S_i k_i \cos\alpha_i}{\pi D^2} . \qquad (5.6.5)$$

Обозначив $I_ц = \frac{\sigma}{\pi} \sum_{i=1}^{N} \eta_i T_i^4 S_i k_i \cos\alpha_i$, получим

$$\Phi_ц = \frac{S_0 k_{мц}}{D^2} I_ц \cos\alpha_0 . \qquad (5.6.6)$$

Для координатора, работающего в видимом диапазоне, лучистый поток от цели будет равен (N_1 рефлексных излучателей):

$$\Phi_ц = \frac{S_0 k_{мц} G_c \cos\alpha_0}{\pi D^2} \sum_{i=1}^{N_1} S_i k_{pi} \cos\alpha_i \cos\varphi_i, \qquad (5.6.7)$$

где k_{pi} — отношение интегралов в формуле (5.3.24). Лучистый поток от флуктуаций лучистости фона $\Delta B(\varphi, \psi)$, падающий на чувствительный элемент и вызывающий сигнал помехи, равен (рис. 5.6.2,*б*):

$$\Delta\Phi_ф = \Delta B(\varphi, \psi) S_ф \omega k_ф k_{мф} , \qquad (5.6.8)$$

где $S_ф$ — площадь участка фона, облучающая чувствительный элемент; $\omega = S_0/D_ф^2$ — телесный угол; $k_ф$ — коэффициент, определяющий долю лучистого потока от неравномерно излучающего фона, воспринимаемую чувствительным элементом; $k_{мф}$ — динамический коэффициент, учитывающий уменьшения потока от флуктуаций фона за счет вращения модулирующего диска. Но поток $\Delta B(\varphi, \psi)$, проходящий через входное окно оптики и попадающий на площадку S_p чувствительного элемента, ограничи-

вается телесным углом $S_р/f^2$. Поэтому $S_ф = S_р D_ф^2/f^2$; подставляя это выражение в (5.6.8), получаем

$$\Delta\Phi_ф = \frac{\Delta B(\varphi, \psi) S_0 S_р k_ф k_{мф}}{f^2}. \quad (5.6.9)$$

Коэффициент $k_ф$ определяется формулой (рис. 5.6.4)

$$k_ф = \frac{\int_0^\infty b(\lambda)\varphi_э(\lambda)\varphi_0(\lambda)\varphi_ф(\lambda)\varphi_D(\lambda, D_ф)\,d\lambda}{\int_0^\infty b(\lambda)\,d\lambda} = \frac{Q_3}{Q_4}, \quad (5.6.10)$$

где $b(\lambda)$ — спектральное распределение лучистости фона.

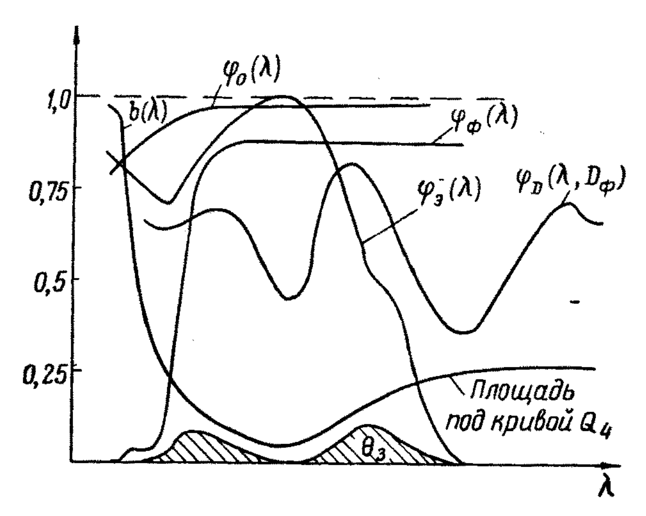


Рис. 5.6.4

Для выбора первого или второго условия (5.6.1) необходимо определить реальный пороговый поток чувствительного элемента $\Phi_п$. Экспериментальные исследования, проведенные с чувствительными элементами типа фотосопротивления из PbS, показывают, что его пороговая чувствительность в зависимости от облученности рабочей поверхности $S_р$ изменяется по закону

$$\Phi_п = \Phi_{п0}(1 + a\Phi_ф^в) = \Phi_0 \frac{\sqrt{S_р \Delta f}}{\sqrt{S_{р0}\Delta f_0}}(1 + a\Phi_ф^в) =$$

$$= \Phi_0 \frac{\sqrt{S_р \Delta f}}{\sqrt{S_{р0}\Delta f_0}}\left[1 + a\left(\frac{B(\varphi, \psi) S_0 S_р k_ф k_{мф}}{f^2}\right)^в\right], \quad (5.6.11)$$

где $\Phi_{п0}$ — динамическая пороговая чувствительность при отсутствии засветки; $\Phi_ф$ —лучистый поток, воспринимаемый чувствительным элементом от постоянной составляющей излучения фона и обтекателя; Φ_0 — статический пороговый поток чувствительного элемента; Δf — полоса пропускания системы модуляции; a и b — постоянные коэффициенты, зависящие от типа фотосопротивлений; $S_{р0}$ и Δf_0 — параметры, для которых определялось значение Φ_0. На рис. 5.6.5 показаны кривые изменения порого-

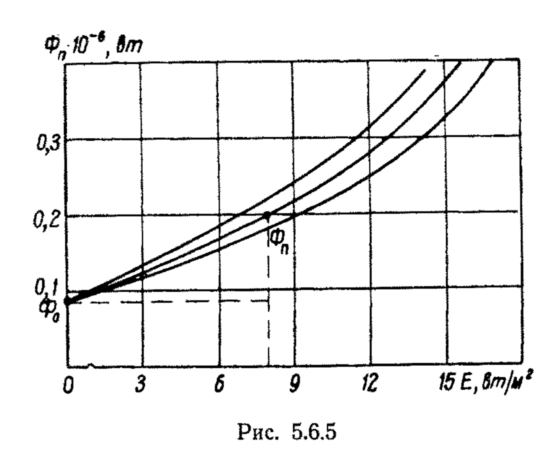


Рис. 5.6.5

вой чувствительности различных образцов фотосопротивлений, охлаждаемых жидким азотом, в зависимости от их засветки излучением фона. Кривые показывают, что для дневного времени пороговая чувствительность фотосопротивлений может изменяться в несколько раз.

Подставив полученные выражения $\Phi_ц$, $\Delta\Phi_ф$ и $\Phi_п$ в (5.6.1), получим формулу для определения дальности действия координатора по выбранной цели:

а) для условия $\Delta\Phi_ф \gg \Phi_п$

$$D = \sqrt{\frac{f^2 k_{мц} I_ц \cos\alpha_0}{n \Delta B(\varphi, \psi) S_р k_ф k_{мф}}},\ м, \tag{5.6.12}$$

б) для условия $\Delta\Phi_ф < \Phi_п$

$$D = \sqrt{\frac{S_0 k_{мц} I_ц \cos\alpha_0}{n\Phi_0 \frac{\sqrt{S_р \Delta f}}{\sqrt{S_{р0}\Delta f_0}}\left[1 + a\left(\frac{B(\varphi, \psi) S_0 S_р k_ф k_{мф}}{f^2}\right)^b\right]}},\ м. \tag{5.6.13}$$

Дальность действия оптического координатора, действующего в видимом спектральном диапазоне, определяется формулой

$$D = \sqrt{\frac{f^2 k_{мц} G_c \cos\alpha_0 \sum_{i=1}^{N_1} S_i k_{pi} \cos\alpha_i \cos\varphi_i}{n \pi \Delta B(\varphi, \psi) S_p k_ф k_{мф}}}, \; м. \quad (5.6.14)$$

В формулу для k_i входит $D_ц$, а для $k_ф$ — $D_ф$.

Если фоном является голубое небо, то $D_ц = (H_ц - H_p) / \sin\varepsilon$.

Если фоном являются земные покровы, то $D_ц = (H_p - H_ц)/\sin\varepsilon$, а $D_ф = H_p/\sin\varepsilon$.

Если фоном являются облака при стрельбе ракетой сверху — вниз, то $D_ц = (H_p - H_ц)/\sin\varepsilon$, $D_ф = (H_p - H_0)/\sin\varepsilon$, где $H_ц$ — высота нахождения воздушной цели в момент определения дальности; H_p — высота полета самолета-перехватчика с ракетой в тот же момент времени; H_0 — высота облаков, создающих фон; ε — угол места, определяющий наклон вектора дальности в вертикальной плоскости.

Максимальная дальность действия оптической системы самонаведения очень сильно зависит от вида и расположения цели относительно вектора мгновенной дальности $\boldsymbol{D}$.

Так как в коэффициенты k_i и $k_ф$ входят значения дальностей (или высот), то из формул (5.6.12), (5.6.13) или (5.6.14) невозможно непосредственно определить значение D. Можно определять D методом последовательных приближений. Для этого следует задать приближенные значения $H_ц$, H_p, H_0, ε и определить дальность D_1, а затем полученное значение D_1 ввести в формулы для k_i и $k_ф$ и вновь определить новое значение D_2. По разности $D_1 - D_2$ можно судить об ошибке. Если она превышает заданную величину, то следует сделать второе приближение. Менее трудоемкий — графоаналитический метод. Обозначив величину D^2, умноженную на знаменатель подкоренного выражения как функцию $\theta_1 = f_1(D)$, а числитель — $\theta_2 = f_2(D)$, рассчитывают эти функции для нескольких значений D (в выбранном диапазоне) и строят кривые. Точка их пересечения определяет искомую дальность. Для определенных выбранных значений всех входящих в формулу для D параметров можно найти оптимальное максимальное значение дальности действия системы подбором оптимального фильтра. Для этого необходимо определить значения D для различных фильтров, построить кривую зависимости D от основного параметра фильтров (например, интегрального коэффициента пропускания фильтром излучения абсолютно черного тела при температуре, близкой к температуре основного излучателя цели) и найти максимум этой кривой.

Глава 6

СЛЕДЯЩИЕ КООРДИНАТОРЫ

§ 6.1. СЛЕДЯЩИЕ КООРДИНАТОРЫ С ЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ И ГИДРАВЛИЧЕСКИМИ ДВИГАТЕЛЯМИ

Ось следящего координатора непрерывно направляется на цель. Координатор, как измеритель углового положения цели относительно своей оси, в данном случае является элементом следящей системы и используется в качестве измерителя рассогласования. Измеритель рассогласования может быть радиолокационным или оптическим. Изменение положения оси координатора в пространстве осуществляется с помощью двигателей, механически связанных с антенными или оптическими системами. Двигатели работают от сигналов координатора, которые предварительно усиливаются по мощности. Эти функции следящего координатора определяют его функциональную схему, которая показана на рис. 6.1.1.

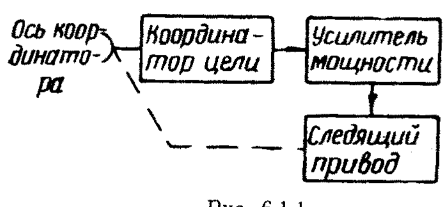


Рис. 6.1.1

Следящий координатор цели в системах самонаведения используется как измеритель угловой скорости вектора дальности $\boldsymbol{D}$. Выходным сигналом измерителя угловой скорости является усиленный по мощности выходной сигнал координатора. Покажем, что при установившемся слежении за целью ток усилителя мощности пропорционален угловой скорости вектора дальности $\boldsymbol{D}$.

Рассогласование $\Delta_к$ (рис. 4.1.1) определяется равенством

$$\boldsymbol{D}^0 - \boldsymbol{x}_к^0 = \boldsymbol{\Delta}_к, \qquad (6.1.1)$$

где $\boldsymbol{x}_к^0$— единичный вектор оси координатора.

Динамические свойства измерителей рассогласования описываются уравнениями (4.2.12), (4.3.16). Умножив первое уравнение (4.3.16) на $\boldsymbol{y}_к^0$— орт оси $y_к$, а второе уравнение на $\boldsymbol{z}_к^0$— орт

оси $z_к$, после сложения соответственно левых и правых частей получим

$$T_к \dot{\mathbf{u}}_к + \mathbf{u}_к = k_к \mathbf{\Delta}_к, \qquad (6.1.2)$$

где $\mathbf{u}_к = u_{к1} \mathbf{y}_к^0 + u_{к2} \mathbf{z}_к^0$.

В зависимости от типа и конструктивной схемы двигателей, приводящих в движение антенную или оптическую систему (далее для краткости эти двигатели называются приводами), следящий координатор может иметь один или два канала усиления мощности.

В случае двух каналов на вход одного из них поступает постоянное напряжение $u_{к1}$, на вход другого — постоянное напряжение $u_{к2}$. Усилитель мощности может быть электронным, магнитным или электромашинным. В первом случае усилитель является практически безынерционным элементом, в остальных случаях усилитель обладает инерционностью. В последнее время широкое применение находят магнитные усилители. Работа двух каналов усиления, состоящих из магнитных усилителей, описывается уравнениями ([1], § 9.3)

$$T_y \dot{I}_{y_1} + I_{y_1} = k_y u_{к1}, \quad T_y \dot{I}_{y_2} + I_{y_2} = k_y u_{к2}, \qquad (6.1.3)$$

где I_{y_1}, I_{y_2} — средние за полупериод рабочего напряжения значения выходных токов в первом и втором каналах соответственно; T_y — постоянная времени усилителей; k_y — коэффициент усиления. Умножив первое уравнение (6.1.3) на $\mathbf{y}_к^0$, а второе на $\mathbf{z}_к^0$, после сложения получим

$$T_y \dot{\mathbf{I}}_y + \mathbf{I}_y = k_y \mathbf{u}_к, \qquad (6.1.4)$$

где $\mathbf{I}_y = I_{y_1} \mathbf{y}_к^0 + I_{y_2} \mathbf{z}_к^0$.

Магнитные усилители часто применяются совместно с электронными усилителями тока, нагрузкой которых являются управляющие обмотки магнитных усилителей. В этом случае совместная работа усилителей также описывается уравнением (6.1.4).

Если следящий координатор цели имеет один канал усиления сигнала по мощности, то на вход его действует напряжение (4.2.12), а выходным сигналом является переменный ток i_y, причем

$$i_y = k_y u_к. \qquad (6.1.5)$$

Приводы следящих координаторов могут быть электрическими, гидравлическими и гироскопическими. Рассмотрим следящие координаторы с электрическими и гидравлическими приводами.

Для обеспечения пространственного слежения антенная (или оптическая) система, установленная на ракете в карданном подвесе, механически связывается с двумя двигателями [28]. Двигатели вращают систему относительно двух взаимно перпендикулярных осей карданного подвеса. Направление одной

оси подвеса совпадает с направлением оси Py_1, или оси Pz_1 связанной системы координат. Если направление этой оси совпадает с осью Py_1, то направление другой оси должно совпадать с осью $O_к z_к$ системы координат, в которой измеряются углы рассогласования. Если направление первой оси совпадает с осью Pz_1, то направление второй оси должно совпадать с осью $O_к y_к$. Для определенности допустим, что первая ось совпадает с осью Py_1, а вторая — с осью $O_к z_к$

Из рис. 4.1.1 видно, что для обеспечения слежения за целью на вход двигателя, вращающего антенную (или оптическую) систему относительно оси $O_к z_к$, необходимо подавать сигнал, содержащий информацию о рассогласовании $\Delta_{к1}$, а на вход двигателя, вращающего систему относительно оси Py_1, следует подавать сигнал, содержащий информацию о рассогласовании $\Delta_{к2}$. Иначе говоря, если $\Omega_{д1}$ — угловая скорость вала двигателя $Д_1$, вращающего антенный (оптический) узел относительно оси Py_1, а $\Omega_{д2}$ — угловая скорость вала двигателя $Д_2$, который вращает антенный (оптический) узел относительно оси $O_к z_к$, то на вход двигателя $Д_1$ необходимо подать ток I_{y_2}, а на вход двигателя $Д_2$ — ток I_{y_1}.

Уравнения, описывающие работу двигателей постоянного тока, используемых в качестве приводов следящего координатора, при равном нулю статическом моменте сопротивления M_c и постоянном входном сопротивлении приводятся к виду ([1], § 3.13)

$$T_д \dot{\Omega}_{д1} + \Omega_{д1} = -k_д I_{y_2}, \quad T_д \dot{\Omega}_{д2} + \Omega_{д2} = k_д I_{y_1}, \tag{6.1.6}$$

где $T_д$ и $k_д$ — постоянная времени и коэффициент усиления двигателей, вычисленные с учетом приведенных моментов инерции приводимых в движение механических деталей антенной (оптической) системы.

Известно, что

$$\dot{x}_к^0 = \omega_к \times x_к^0, \tag{6.1.7}$$

где $\omega_к$ — угловая скорость вращения вектора $x_к^0$, то есть оси координатора. Из векторного равенства (6.1.7) следует равенство модулей производной $\dot{x}_к^0$ и угловой скорости $\omega_к$, так как модуль вектора $x_к^0$ равен единице. Кроме того, из равенства (6.1.7) следует, что векторы $\omega_к$, $\dot{x}_к^0$ взаимно перпендикулярны и располагаются в плоскости $O_к z_к, y_к$ (рис. 4.1.1). Равенство модулей и их взаимная перпендикулярность позволяют утверждать, что проекция вектора $\dot{x}_к^0$ на ось $y_к$ равна проекции вектора $\omega_к$ на ось $z_к$, а проекция вектора $\dot{x}_к^0$ на ось $z_к$ равна проекции вектора $\omega_к$ на ось $y_к$, взятой с обратным знаком, то есть

$$\dot{x}_y^0 = \omega_{кz}, \quad \dot{x}_z^0 = -\omega_{кy}, \tag{6.1.8}$$

где

$$\dot{x}_y^0 = \dot{x}_к^0\, y_к^0, \quad \omega_{кz} = \omega_к z_к^0, \quad \dot{x}_z^0 = \dot{x}_к^0 z_к^0, \quad \omega_{кy} = \omega_к y_к^0.$$

Движение антенной (оптической) системы, а следовательно, и оси координатора определяется не только ее движением относительно ракеты (относительное движение), но и движением самой ракеты относительно центра массы (переносное движение). Если ω_{11}, ω_{21} — угловые скорости движения антенной (оптической) системы вокруг оси $y_к$, вызванные переносным и относительным движениями соответственно, а ω_{12}, ω_{22} — угловые скорости движения системы вокруг оси $z_к$, также вызванные переносным и относительным движениями, то

$$\omega_{ку} = \omega_{11} + \omega_{21}, \quad \omega_{кz} = \omega_{12} + \omega_{22}. \tag{6.1.9}$$

При вращении ракеты относительно центра массы с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$ антенная (оптическая) система вращается вокруг оси $y_к$ со скоростью

$$\omega_{11} = \boldsymbol{\omega}\, \boldsymbol{y}_к^0, \tag{6.1.10}$$

а вокруг оси $z_к$ — со скоростью

$$\omega_{12} = \boldsymbol{\omega}\, \boldsymbol{z}_к^0. \tag{6.1.11}$$

При равном единице передаточном числе от валов двигателей к антенному (оптическому) узлу угловая скорость вращения двигателя $Д_2$ будет равна угловой скорости ω_{22}, так как ось вращения двигателя совпадает с осью $z_к$, то есть

$$\omega_{22} = \Omega_{д2}. \tag{6.1.12}$$

Вращение антенной (оптической) системы относительно оси $y_к$ двигателем $Д_1$ происходит со скоростью, равной $\Omega_{д1}\, \boldsymbol{y}_1^0\, \boldsymbol{y}_к^0 = \Omega_{д1} \cos \varphi_1$, где φ_1 — угол между осью координатора и ее проекцией на плоскость, перпендикулярную оси Py_1. Поэтому

$$\omega_{21} = \Omega_{д1} \cos \varphi_1. \tag{6.1.13}$$

Следует, однако, учесть, в процессе установившегося движения ракеты к цели величина угла φ_1 мала. Поэтому с большой точностью можно считать, что

$$\omega_{21} = \Omega_{д1}. \tag{6.1.14}$$

Исключая из равенств (6.1.6), (6.1.8), (6.1.9), (6.1.12), (6.1.14) неизвестные $\omega_{ку}$, $\omega_{кz}$, $\Omega_{д1}$, $\Omega_{д2}$, ω_{21}, ω_{22}, получаем

$$T_д \ddot{x}_y^0 + \dot{x}_y^0 - T_д \dot{\omega}_{12} - \omega_{12} = k_д I_{y_1}, \quad T_д \ddot{x}_z^0 + \dot{x}_z^0 + T_д \dot{\omega}_{11} + \omega_{11} = k_д I_{y_2} \tag{6.1.15}$$

Умножив первое уравнение (6.1.15) на $\boldsymbol{y}_к^0$, а второе на $\boldsymbol{z}_к^0$ и складывая их, получим

$$T_д \ddot{\boldsymbol{x}}_к^0 + \dot{\boldsymbol{x}}_к^0 - T_д \dot{\boldsymbol{\omega}}_р - \boldsymbol{\omega}_р = k_д \boldsymbol{I}_y, \tag{6.1.16}$$

где

$$\omega_р = -\omega_{11} z_к^0 + \omega_{12} y_к^0, \quad \dot{\omega}_р = -\dot{\omega}_{11} z_к^0 + \dot{\omega}_{12} y_к^0. \qquad (6.1.17)$$

Если передаточное число от валов двигателей к антенному (оптическому) узлу равно $n \neq 1$, то коэффициент $k_д$ в уравнении (6.1.16) изменится в n раз.

Пренебрегая запаздыванием и зоной нечувствительности, работу гидродвигателей приближенно можно описать уравнениями ([1] § 9.11)

$$\dot{s}_1 = k_г I_{y_2}, \quad \dot{s}_2 = k_г I_{y_1}, \qquad (6.1.18)$$

где $\dot{s}_1$, $\dot{s}_2$ — скорости движения поршней двигателей, вращающих антенный (оптический) узел относительно осей y_1 и $z_к$ соответственно; $k_г$ — коэффициент усиления двигателей, также вычисленный с учетом приведенных моментов инерции. Если передаточное число от поршней к антенному (оптическому) узлу равно $n_г$, то угловые скорости вращения антенной (оптической) системы относительно осей $y_к$ и $z_к$ будут равны:

$$\omega_{21} = -n_г \dot{s}_1 \cos\varphi_1, \quad \omega_{22} = n_г \dot{s}_2. \qquad (6.1.19)$$

Исключая из равенств (6.1.18), (6.1.19), (6.1.9), (6.1.8) переменные $\omega_{ку}$, $\omega_{кz}$, $\dot{s}_1$, $\dot{s}_2$, ω_{21}, ω_{22} и имея в виду, что угол φ_1 мал, получаем

$$\dot{x}_y^0 - \omega_{12} = n_г k_г I_{y_1}, \quad \dot{x}_z^0 + \omega_{11} = n_г k_г I_{y_2}. \qquad (6.1.20)$$

Умножив первое уравнение (6.1.20) на $y_к^0$, а второе на $z_к^0$ и складывая их, получим

$$\dot{x}_к^0 - \omega_р = n_г k_г I_y. \qquad (6.1.21)$$

Уравнения (6.1.1), (6.1.2), (6.1.4), (6.1.16), (6.1.17), (6.1.10), (6.1.11) описывают работу следящего координатора с электрическим приводом. В случае гидравлического привода уравнение (6.1.16) заменяется уравнением (6.1.21).

Дифференцируя левую и правую части равенства (6.1.1) по времени, получим

$$\dot{D}^0 - \dot{x}_к^0 = \dot{\Delta}_к. \qquad (6.1.22)$$

В установившемся движении $\dot{\Delta}_к = 0$, $\dot{D}^0 = \dot{x}_к^0 = \mathrm{const}$, $\dot{\omega}_р = 0$ В соответствии со сделанными замечаниями уравнение (6.1.16) преобразуем к виду

$$\dot{D}^0 - \omega_р = k_д I_y. \qquad (6.1.23)$$

Очевидно, с точностью до $\omega_р/k_д$ ток I_y пропорционален производной $\dot{D}^0$. Модуль вектора $\dot{D}^0$ равен модулю угловой скорости вектора относительной дальности. Но $\dot{D}^0 = \omega_D \times D^0$. Модуль вектора D^0 равен единице, следовательно, модуль производной $\dot{D}^0$ равен модулю угловой скорости вектора относительной даль-

ности ω_D. Таким образом, ток усилителя мощности может использоваться в качестве параметра управления при самонаведении. Аналогичный вывод можно сделать, рассматривая уравнение (6.1.21).

Величины $\omega_р/k_д$ в координаторе с электрическим приводом и $\omega_р/n_г k_г$ в координаторе с гидравлическим приводом являются ошибками измерения, вызванными движением ракеты относительно центра массы. Для компенсации этих ошибок на входы электродвигателей необходимо подавать сигнал $\Delta I_у = \omega_р/k_д$, а на входы гидродвигателей — сигнал $\Delta I = \omega_р/n_г k_г$. Сигнал $\Delta I_у$ формируется с помощью скоростных гироскопов, измеряющих составляющие ω_{11}, ω_{12}.

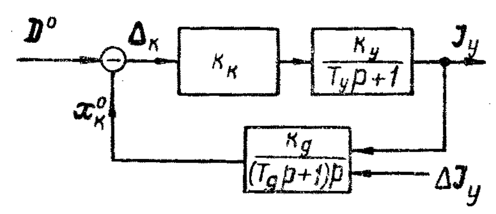


Рис. 6.1.2

На рис. 6.1.2 показана структурная схема следящего координатора с электрическим приводом, а на рис. 6.1.3 — с гидравлическим. На схемах учтено, что практически всегда координатор и усилитель мощности можно представить одним инерционным звеном. Если усилителем мощности является магнитный или электромашинный усилитель, то инерционность входных цепей усилителя целесообразно использовать для фильтрации полез-

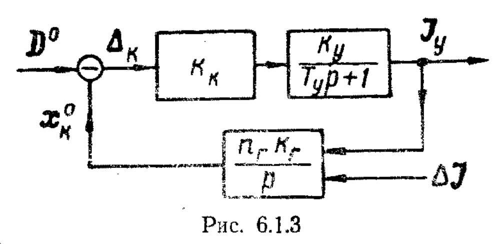


Рис. 6.1.3

ного сигнала, содержащегося в выходном сигнале измерителя рассогласования. Тогда $T_к \ll T_у$, и можно положить

$$u_к = k_к \Delta_к. \qquad (6.1.24)$$

Если же усилителем мощности является электронный усилитель, то $T_у \ll T_к$ и можно считать

$$I_у = k_у u_к. \qquad (6.1.25)$$

На рис. 6.1.2 и 6.1.3 для определенности принято, что $T_y \gg T_к$. Электродвигатели обладают большими постоянными времени. Вследствие этого следящие координаторы с электрическими приводами не применяются в системах самонаведения. Однако они находят применение в астроинерциальных системах управления для слежения за звездами.

Гидродвигатели практически безынерционны, поэтому следящие координаторы с гидравлическим приводом находят применение в системах самонаведения. Следящие координаторы с гидравлическим приводом разрабатываются, в частности, американской фирмой Рейтеон [28], которой создана ракета «Сперроу-3» [31].

§ 6.2. ГИРОСКОПИЧЕСКИЕ СЛЕДЯЩИЕ КООРДИНАТОРЫ

Известно, что трехстепенной гироскоп под действием внешнего момента прецессирует. При этом внешняя и внутренняя рамки гироскопа вращаются относительно своих осей. Если рамки соединены с антенной (или оптической) системой, то момент, приложенный к гироскопу, приведет к изменению положения оси координатора. Путем соответствующего изменения момента можно организовать слежение за целью. В этом состоит идея использования гироскопа в качестве привода следящего координатора.

Уравнения движения трехстепенного гироскопа имеют вид:

$$\left.\begin{aligned} A_г \dot{\Omega}_y + K\Omega_z &= M_{г1}, \\ A_г \dot{\Omega}_z - K\Omega_y &= M_{г2}, \end{aligned}\right\} \tag{6.2.1}$$

где $A_г$ — экваториальный момент инерции гироскопа; K — кинетический момент ротора гироскопа; Ω_y, Ω_z — угловые скорости вращения соответственно внешней и внутренней рамок; $M_{г1}$, $M_{г2}$ — проекции вектора момента, приложенного к гироскопу, соответственно на оси внешней и внутренней рамок. Исключая из уравнений (6.2.1) Ω_y, получим уравнение, которое в операторной форме ($p = d/dt$) представляется так:

$$\left(p^2 + \frac{K^2}{A_г^2}\right)\Omega_z = \frac{K}{A_г^2} M_{г1} + \frac{1}{A_г} p M_{г2}. \tag{6.2.2}$$

В соответствии с принципом суперпозиции можно положить $\Omega_z = \Omega_1 + \Omega_2$, где Ω_1 — реакция внутренней рамки гироскопа на $M_{г1}$, а Ω_2 — реакция внутренней рамки на $M_{г2}$, определяемые уравнениями

$$\left(p^2 + \frac{K^2}{A_г^2}\right)\Omega_1 = \frac{K}{A_г^2} M_{г1}, \quad \left(p^2 + \frac{K^2}{A_г^2}\right)\Omega_2 = \frac{1}{A_г} p M_{г2}. \tag{6.2.3}$$

В установившемся движении, полагая интеграл от Ω_2 равным ε_2, получим

$$\Omega_1 = \frac{1}{K} M_{г1}, \qquad (6.2.4)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{A_г}{K^2} M_{г2}. \qquad (6.2.5)$$

Формулы (6.2.4), (6.2.5) показывают, что внутренняя рамка прецессирует с угловой скоростью Ω_1 под действием момента $M_{г1}$ и, кроме того, отклоняется на некоторый угол ε_2 под действием момента $M_{г2}$. Аналогичным образом можно показать, что внешняя рамка не только прецессирует с угловой скоростью Ω_2 под действием момента $M_{г2}$, но и отклоняется на некоторый угол ε_1 под действием момента $M_{г1}$.

Применение гироскопа в качестве привода следящего координатора основано на использовании его способности прецессировать, то есть способности каждой рамки гироскопа вращаться вокруг своей оси под действием момента, направленного по оси другой рамки. Поворот той или иной рамки гироскопа под действием момента, направленного по оси данной рамки, вредно влияет на процесс слежения. Рассогласование в одной плоскости вызывает ложный сигнал в канале, измеряющем рассогласование в другой плоскости. Иначе говоря, возникает связь каналов, которая тем больше, чем больше углы ε_1 и ε_2. Из формулы (6.2.5) видно, что характеристикой связи каналов может служить отношение $A_г/K^2$.

Гироскоп, используемый в качестве привода, механически связан с антенной (оптической) системой, с которой в свою очередь конструктивно могут быть связаны другие элементы координатора (волноводный тракт, смесители, каскады предварительного усиления др.). Следовательно, в экваториальный момент инерции $A_г$ входит не только экваториальный момент самого гироскопа, но и приведенные моменты инерции антенной системы и других частей, связанных с гироскопом. Все это говорит о том, что отношение $A_г/K^2$ может быть недопустимо большим. Большое отношение $A_г/K^2$ может привести к такой связи каналов, при которой слежение за целью станет невозможным. Таким образом, возникает проблема уменьшения связи между каналами, которая по существу определяет возможность применения гироскопических приводов в следящих координаторах.

В одногироскопном приводе уменьшение отношения $A_г/K^2$ может быть достигнуто путем увеличения кинетического момента ротора гироскопа K. Однако формула (6.2.4) показывает, что это приводит к необходимости увеличивать действующий на гироскоп момент, чтобы не уменьшать максимальную скорость прецессии, которая должна быть не меньше максимальной угловой скорости вектора дальности.

Применяются два способа создания момента, действующего на гироскоп. Первый [32] (рис. 6.2.1) состоит в установке моментных датчиков на рамках гироскопов. Один датчик создает момент $M_{г1}$, вектор которого направлен по оси внешней рамки, другой — момент $M_{г2}$, вектор которого направлен по оси внутренней рамки. Увеличение потребных значений $M_{г1}$ и $M_{г2}$ влечет за собой увеличение габаритов и веса моментных датчиков, что в свою очередь увеличивает экваториальные моменты инерции. Вследствие этого получить желаемое уменьшение отношения $A_г/K^2$ при таком способе не удается. Поэтому одногироскопный привод с двумя датчиками моментов, расположенными на осях рамок гироскопа, не нашел широкого применения. Второй основан на взаимодействии электромагнитного поля переменного тока с вращающимся ротором гироскопа (рис. 6.2.2).

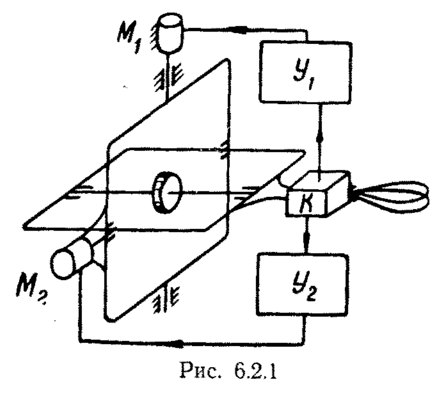


Рис. 6.2.1

Если внутри катушки, по которой идет переменный ток, вращается постоянный магнит с угловой скоростью ω, равной угловой частоте переменного тока, то на магнит действует момент, величина постоянной составляющей которого зависит от амплитуды, а направление постоянной составляющей определяется начальной фазой тока. Действительно, ток катушки

$$i_y = i_0 \cos(\omega t - \psi) \tag{6.2.6}$$

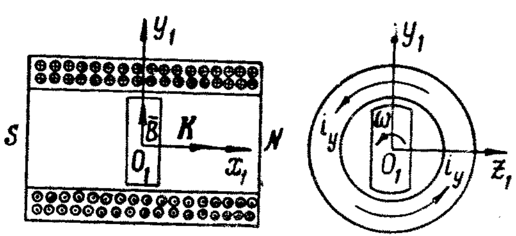


Рис. 6.2.2

создает магнитный поток $\Phi_т$, направление которого совпадает с осью катушки, а величина пропорциональна току

$$\Phi_т = k_т i_y, \tag{6.2.7}$$

где $k_т$ — постоянный коэффициент. Магнитный поток постоянного магнита равен $\Phi_м$. Представим $\Phi_т$ и $\Phi_м$ в виде

$$\Phi_т = \Phi_{тx} x_1^0 + \Phi_{тy} y_1^0 + \Phi_{тz} z_1^0,$$

$$\Phi_м = \Phi_{мx} x_1^0 + \Phi_{мy} y_1^0 + \Phi_{мz} z_1^0.$$

Проекции векторов $\Phi_т$ и $\Phi_м$ на оси Ox_1, Oy_1, Oz_1 равны:

$$\left.\begin{aligned} &\Phi_{тx} = \Phi_т, \quad \Phi_{тy} = 0, \quad \Phi_{тz} = 0, \\ &\Phi_{мx} = 0, \quad \Phi_{мy} = \Phi_м \cos \omega t, \quad \Phi_{мz} = \Phi_м \sin \omega t. \end{aligned}\right\} \qquad (6.2.8)$$

В результате взаимодействия потоков $\Phi_т$ и $\Phi_м$ возникает момент $M_г$, действующий на постоянный магнит и равный:

$$M_г = k_ф \Phi_т \times \Phi_м, \qquad (6.2.9)$$

где $k_ф$ — постоянный коэффициент. Равенство (6.2.9) можно представить в виде

$$M_г = k_ф (\Phi_{тy} \Phi_{мz} - \Phi_{мy} \Phi_{тz}) x_1^0 + k_ф (\Phi_{тx} \Phi_{мz} - \Phi_{мx} \Phi_{тz}) y_1^0 + \\ + k_ф (\Phi_{тx} \Phi_{мy} - \Phi_{мx} \Phi_{тy}) z_1^0. \qquad (6.2.10)$$

Подставляя значения проекций из (6.2.8) в (6.2.10), после тригонометрических преобразований получим

$$M_г = k_п i_0 [\sin \psi + \sin (2 \omega t - \psi)] y_1^0 + k_п i_0 [\cos \psi + \cos (2 \omega t - \psi)] z_1^0, \qquad (6.2.11)$$

где $k_п = k_т k_ф \Phi_м / 2$ — постоянный коэффициент, определяемый конструктивными и магнитными характеристиками катушки и постоянного магнита. Из равенства (6.2.11) видно, что момент $M_г$ имеет постоянную и переменную составляющие. Постоянная составляющая равна:

$$M_0 = k_п i_0 \sin \psi\, y_1^0 + k_п i_0 \cos \psi\, z_1^0. \qquad (6.2.12)$$

Модуль вектора M_0 пропорционален амплитуде тока i_0, а направление определяется начальной фазой ψ переменного тока (6.2.6).

Если постоянным магнитом является ротор гироскопа, то на гироскоп будет действовать момент $M_г$. Однако прецессировать гироскоп будет только под действием постоянной составляющей момента (6.2.12). Переменная высокочастотная составляющая, вследствие инерционности гироскопа, будет отфильтровываться.

Второй способ выгодно отличается от первого тем, что датчик момента расположен вне гироскопа. Габариты и вес датчика не влияют на величину экваториального момента гироскопа. Следовательно, в этом случае путем увеличения K отношение $A_г/K^2$ может быть уменьшено до допустимой величины.

Наряду с одногироскопными применяются двухгироскопные приводы или гироплатформы (рис. 6.2.3) [32]. В принципе работа гироплатформы не отличается от работы отдельного гироскопа. Под действием момента, создаваемого датчиком M_1, платформа

прецессирует относительно оси *аа*. Момент датчика M_2 вызывает прецессию платформы относительно оси *бб*.

На рис. 6.2.3 стрелками показаны положительные направления отсчета углов и моментов в неподвижной относительно ракеты системе координат. Моменты $M_{г1}$ и $M_{г2}$ прикладываются к гироскопам с одним знаком, а к платформе — с другим. Под действием моментов прецессируют платформа и гироскопы. Урав-

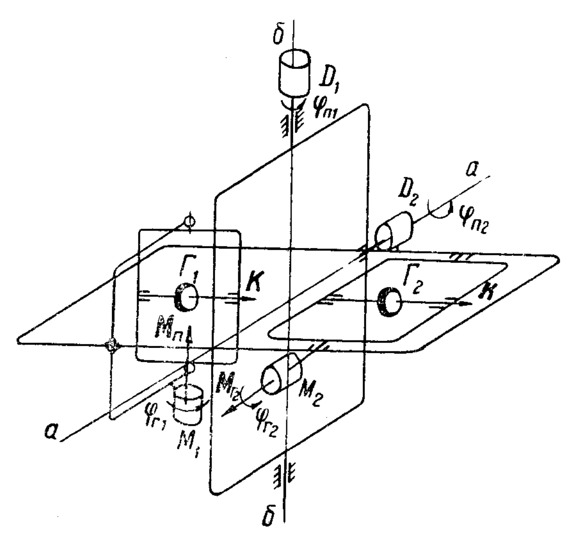


Рис. 6.2.3

нения движения платформы и гироскопов по аналогии с уравнениями (6.2.1) записываются в виде

$$\left.\begin{aligned} A_г \dot{\Omega}_{г1} + K\Omega_z = M_{г1}, \quad A_{пy} \dot{\Omega}_y + K\Omega_{г2} = -M_{г1}, \\ A_г \dot{\Omega}_{г2} - K\Omega_y = M_{г2}, \quad A_{пz} \dot{\Omega}_z - K\Omega_{г1} = -M_{г2}, \end{aligned}\right\} \quad (6.2.13)$$

где $A_{пy}$, $A_{пz}$ — экваториальные моменты платформы относительно осей *бб* и *аа*, $\Omega_{г1}$, $\Omega_{г2}$ — угловые скорости гироскопов $Г_1$ и $Г_2$, Ω_y, Ω_z — угловые скорости поворота платформы относительно осей *бб* и *аа* соответственно. Исключив из уравнений (6.2.13) переменные $\Omega_{г1}$, $\Omega_{г2}$, Ω_y, получим

$$\left(p^2 + \frac{K^2}{A_г A_п}\right)\Omega_z = \frac{K}{A_г A_п} M_{г1} - \frac{1}{A_п} p M_{г2}. \quad (6.2.14)$$

Из (6.2.14) видно, что движение платформы относительно оси *аа* происходит не только под действием момента $M_{г1}$, но и под действием момента $M_{г2}$, направленного по оси *аа*. Под действием

момента $M_{г2}$ платформа отклоняется относительно оси *аа* на угол

$$\varphi_2 = -\frac{A_г}{K^2} M_{г2}. \quad (6.2.15)$$

Можно также показать, что под действием момента $M_{г1}$ платформа не только прецессирует относительно оси *аа*, но и отклоняется на некоторый угол относительно оси *бб*. Следовательно, при использовании платформы в качестве привода следящего координатора будет иметь место связь между каналами. Характеристикой связи каналов так же, как и в случае отдельного гироскопа, является отношение $A_г/K^2$. Однако для платформы это отношение значительно меньше, чем для одногироскопного привода. Дело в том, что элементы координатора соединяются с платформой, а не с гироскопами, стоящими на платформе. Следовательно, приведенные моменты инерции элементов координатора входят в полярные моменты платформы $A_п$ и не изменяют величины полярных моментов гироскопов. Увеличение же экваториального момента инерции платформы, как показывает формула (6.2.15), не влияет на связь каналов. Этим двухгироскопный привод принципиально отличается от одногироскопного. Именно это свойство гироплатформ обеспечивает возможность их применения в следящих координаторах (и других системах) в случаях массивных антенных (или оптических) систем.

Уравнения (6.2.13) записаны без учета трения и несбалансированности платформы и гироскопов. Трение и разбаланс оказывают существенное влияние на движение гироскопов, которые, прецессируя под действием моментов трения, уходят от исходных положений.

Возьмем для примера последнее уравнение (6.2.13), добавим в правую часть момент трения $M_{т2}$ и оценим уход рамки гироскопа. Для установившегося движения можно записать $K\Omega_{г1} = M_{т2}$, следовательно,

$$\varphi_{г1} = M_{т2} t/K, \quad (6.2.16)$$

т. е. угол ухода гироскопа со временем возрастает. За время, равное $\varphi_0 K/M_{г2}$, гироскоп отклонится на предельно допустимый угол φ_0 и потеряет свои гироскопические свойства. Этот недостаток устраняется путем разгрузки платформы. По осям *бб* и *аа* (рис. 6.2.3) устанавливают двигатели разгрузки D_1 и D_2, которые компенсируют моменты трения и другие возмущения и тем самым ограничивают в допустимых пределах уходы гироскопов. Разгрузочные двигатели работают по сигналам с датчиков, расположенных на осях рамок гироскопов и измеряющих углы отклонения рамок под действием возмущений. Двигатели совместно с датчиками, преобразователями и усилителями образуют следящую систему, входными сигналами которой являются возмущающие моменты, приведенные к осям

платформы, а выходными — разгрузочные моменты M_{p1} и M_{p2}. В правильно спроектированной системе $M_т \simeq M_р$, поэтому в дальнейшем в уравнениях движения платформы мы не будем учитывать $M_т$. Гироплатформы с двигателями разгрузки называются *силовыми*.

Если сложить два первых (или два последних) уравнения (6.2.13) и пренебречь моментами инерции, то, интегрируя, получим равенство $\varphi_{п2} = -\varphi_{г2} + \text{const}$. Как видно, прецессируя, рамки гироскопа и платформы отклоняются в разные стороны и относительные углы поворота удваиваются. Для уменьшения относительных углов поворота целесообразно вращать роторы гироскопов в разные стороны.

Формулы (6.2.15) и (6.2.16) показывают, что полезно увеличение кинетического момента гироскопов. В двухгироскопных платформах эффект увеличения K можно получить путем кинематической связи роторов гироскопов.

При проектировании, естественно, пользуются полными уравнениями движения следящего координатора, учитывая приведенные моменты инерции, моменты трения и разгрузки. Только так, в частности, можно учесть влияние антенного узла и других элементов координатора на гироскопический привод. Однако при исследовании систем самонаведения в целом, учитывая принимаемые меры для уменьшения связей, с достаточной точностью можно считать каналы гироскопического привода развязанными и вместо полных уравнений гироплатформы и гироскопов пользоваться приближенным уравнением

$$\boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{K} = \boldsymbol{M}_г, \qquad (6.2.17)$$

где $\boldsymbol{\Omega}$ — скорость прецессии гироскопического привода; $\boldsymbol{M}_г$ — момент, действующий на привод; $\boldsymbol{K}$ — кинетический момент привода.

Гироскопический привод обладает свойством отдельного гироскопа устойчиво сохранять заданное направление вектора кинетического момента $\boldsymbol{K}$. Направление вектора кинетического момента обычно является осью координатора, то есть $\boldsymbol{K}^0 = \boldsymbol{x}_к^0$. Гироскопический привод стабилизирует положение оси координатора и тем самым устраняет влияние колебаний ракеты относительно центра массы на следящий координатор. Движение оси координатора происходит только вследствие прецессии гироскопического привода. Поэтому угловая скорость прецессии равна угловой скорости вращения оси координатора $\boldsymbol{\omega}_к$. Имея в виду сказанное, векторное уравнение (6.2.17) представим в виде $\boldsymbol{\omega}_к \times \boldsymbol{x}_к^0 = \boldsymbol{M}_г / K$. Учитывая формулу (6.1.7), получим

$$\dot{\boldsymbol{x}}_к^0 = \boldsymbol{M}_г / K. \qquad (6.2.18)$$

В одногироскопном приводе и двухгироскопной платформе без кинематической связи величина K равна величине кинети-

ческого момента одного гироскопа. В двухгироскопной платформе с кинематической связью величина K равна удвоенному значению кинетического момента одного гироскопа.

Неотъемлемой частью гироскопических приводов являются датчики моментов. На вход датчиков поступает ток с усилителей мощности. В гироскопических приводах с двумя моментными датчиками

$$M_{г1} = k_м I_{y_1}, \quad M_{г2} = k_м I_{y_2}. \tag{6.2.19}$$

Момент одного датчика направлен по оси внешней рамки гироскопа или гироплатформы, направление которой совпадает с направлением оси Py_1 или с направлением оси Pz_1. Момент другого датчика направлен по оси внутренней рамки гироскопа, которая является осью $O_к z_к$, когда ось внешней рамки коллинеарна с осью Py_1, или осью $O_к y_к$, когда ось внешней рамки коллинеарна с осью Pz_1. Допустим для определенности, что момент направлен по оси внешней рамки, а сама ось внешней рамки коллинеарна с осью Py_1. Тогда момент $M_{г2}$ направлен по оси внутренней рамки, которая является осью $O_к z_к$.

Вращение антенной (оптической) системы относительно оси $O_к y_к$ происходит со скоростью, равной скорости вращения относительно оси внешней рамки, умноженной на косинус угла φ_1 между осью координатора и ее проекцией на плоскость, перпендикулярную оси внешней рамки. В § 6.1 отмечалось, что в установившемся движении ракеты к цели величина угла φ_1 мала и с большой точностью можно считать, что угловая скорость вращения антенной (оптической) системы относительно оси внешней рамки равна угловой скорости вращения системы относительно оси $O_к y_к$.

Умножая первое уравнение (6.2.19) на $\mathbf{y}_к^0$, а второе на $\mathbf{z}_к^0$, после сложения левых и правых частей получим

$$\mathbf{M}_г = k_м \mathbf{I}_y. \tag{6.2.20}$$

Уравнения (6.1.1), (6.1.2), (6.1.4), (6.2.20), (6.2.18) описывают работу следящего координатора с гироскопическим приводом, датчики моментов которого работают на постоянном токе. Подставляя значение $\mathbf{M}_г$ (6.2.20) в равенство (6.2.18) и имея в виду, что в установившемся движении $\dot{\mathbf{D}}^0 = \dot{\mathbf{x}}_к^0$, получим

$$\dot{\mathbf{D}}^0 = k_г \mathbf{I}_y, \tag{6.2.21}$$

где $k_г = k_м/k$. Модуль производной $\dot{\mathbf{D}}^0$ равен модулю угловой скорости вектора дальности $\boldsymbol{\omega}_D$, следовательно,

$$\omega_D = k_г I_y. \tag{6.2.22}$$

Работу следящего координатора с гироскопическим приводом, датчик момента которого работает на переменном токе, описывают уравнения (6.1.1), (4.2.12), (6.1.5), (6.2.7), (6.2.8), (6.2.10), (6.2.18).

Практически, как уже отмечалось, привод на переменном токе реагирует на средний момент (6.2.12). Равенство (6.2.12) получено для случая, когда ось вращения магнита, являющаяся осью координатора $x_к$, совпадает с осью катушки x_1. В процессе слежения за целью ось $x_к$ отклоняется от оси x_1. При этом

$$M_0 = k_п i_0 \cos \varphi_1 (\sin \psi \, \boldsymbol{y}_к^0 + \cos \psi \, \boldsymbol{z}_к^0), \tag{6.2.23}$$

где φ_1 — угол отклонения оси координатора от оси катушки. Из уравнений (6.1.5), (4.2.12) и (6.2.6) следует, что $\psi = \varphi_к$, $i_0 = k_y k_к \Delta_к$. Поэтому момент, вызывающий прецессию гироскопа, можно представить в виде

$$\boldsymbol{M}_г = \boldsymbol{M}_0 = k_п k_y k_к \Delta_к \cos \varphi_1 (\sin \varphi_к \, \boldsymbol{y}_к^0 + \cos \varphi_к \, \boldsymbol{z}_к^0). \tag{6.2.24}$$

Из рис. 4.1.1 видно, что $\Delta_к \sin \varphi_к = \Delta_{к1}$, $\Delta_к \cos \varphi_к = \Delta_{к2}$. Следовательно,

$$\boldsymbol{M}_г = \boldsymbol{M}_0 = k_п k_y k_к \cos \varphi_1 (\Delta_{к1} \boldsymbol{y}_к^0 + \Delta_{к2} \boldsymbol{z}_к^0)$$

или

$$\boldsymbol{M}_г = \boldsymbol{M}_0 = k_п k_y k_к \cos \varphi_1 \boldsymbol{\Delta}_к. \tag{6.2.25}$$

Подставляя значение $\boldsymbol{M}_г$ (6.2.25) в равенство (6.2.18) и имея в виду равенство $\boldsymbol{D}^0 = \boldsymbol{x}_к^0$, получим

$$\dot{\boldsymbol{D}}^0 = k_г^* \boldsymbol{\Delta}_к, \tag{6.2.26}$$

где $k_г^* = k_п k_y k_к \cos \varphi_1 / k$. Из (6.2.26) находим

$$\omega_D = k_г^* \Delta_к. \tag{6.2.27}$$

Из равенств (6.2.22), (6.2.27) следует, что гироскопические следящие координаторы являются измерителями угловой скорости вектора относительной дальности. Выходным сигналом следящего координатора с приводом на постоянном токе является, как это следует из (6.2.22), ток I_y Выходным сигналом следящего координатора с приводом на переменном токе также является ток. Из равенств (6.1.5), (4.2.12), (6.2.27) видно, что амплитуда тока i_y пропорциональна величине угловой скорости ω_D. Следует, однако, иметь в виду, что коэффициент $k_г^*$ зависит от угла φ_1 и по существу является переменным. Правда, углы φ_1 при самонаведении ракеты на цель невелики, и приближенно можно считать коэффициент $k_г^*$ постоянным.

Для управления ракетой, стабилизированной относительно продольной оси, используются проекции вектора $\boldsymbol{\omega}_D$ на оси системы координат $O_к x_к y_к z_к$. Вектор $\boldsymbol{\omega}_D$ перпендикулярен вектору $\dot{\boldsymbol{D}}^0$. Положение вектора $\dot{\boldsymbol{D}}^0$ в системе координат $O_к x_к y_к z_к$ определяется углом фазирования $\varphi_к$, положение вектора $\boldsymbol{\omega}_D$ определяется углом $90° - \varphi_к$. Следовательно,

$$\omega_{Dy} = \omega_D \cos \varphi_к = k_г I_{y_2}, \quad \omega_{Dz} = -\omega_D \sin \varphi_к = -k_г I_{y_1}. \tag{6.2.28}$$

При измерении угловой скорости ω_D вектора дальности D следящим координатором с приводом на переменном токе угол фазирования $\varphi_к$ определяется начальной фазой выходного сигнала. Для формирования составляющих (6.2.28) используется опорное напряжение, определяющее начало отсчета угла $\varphi_к$.

На рис. 6.2.4 показана структурная схема гироскопического координатора с датчиками моментов, работающими на постоянном токе. Схема соответствует уравнениям (6.1.1), (6.1.2), (6.1.4), (6.2.20), (6.2.18). На схеме обозначено $k_H = 1/K$ и учтено, что $T_к \ll T_у$

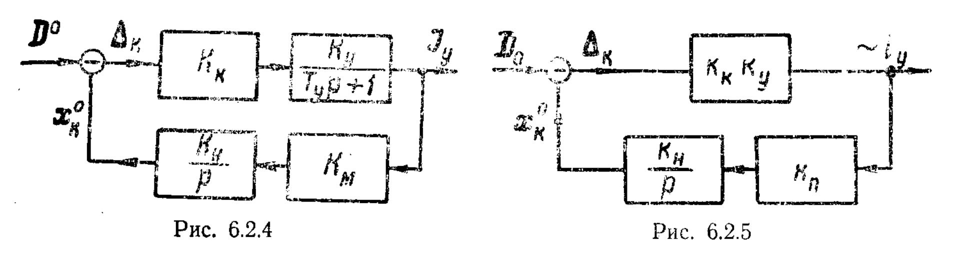


Рис. 6.2.4

Рис. 6.2.5

Без учета нелинейных преобразований работу следящего координатора с гироскопическим приводом, датчик момента которого работает на переменном токе, можно описать линейными уравнениями (6.1.1), (6.2.25), (6.2.18). На рис. 6.2.5 показана структурная схема, соответствующая этим уравнениям.

§ 6.3. ИЗМЕРЕНИЕ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ ВЕКТОРА ДАЛЬНОСТИ В КОСМОСЕ

В условиях космического полета управляющая сила создается двигателями, установленными на ракете. При наведении ракеты методом параллельного сближения для эффективного использования управляющего двигателя вектор тяги необходимо направлять перпендикулярно к вектору дальности. Это требование приводит к необходимости стабилизировать ракету относительно вектора дальности.

Если управляющий двигатель расположен так, что создаваемая им тяга лежит в плоскости, перпендикулярной оси Px_1 связанной системы координат, то задача стабилизации ракеты относительно вектора дальности будет состоять в непрерывном совмещении оси ракеты Px_1 с направлением на цель. Эта задача решается с помощью следящей системы, измерителем рассогласования которой является координатор цели. Координатор устанавливается на ракете неподвижно, причем так, что $x_1^0 = x_к^0$, $y_1^0 = y_к^0$, $z_1^0 = z_к^0$. На рис. 6.3.1 показана функциональная схема следящей системы. Сигнал рассогласования, сформированный координатором и усиленный по мощности, подается на вход дви-

гателей стабилизации, которые осуществляют разворот ракеты относительно осей Py_1 и Pz_1 и тем самым направляют ее ось на цель. Скоростные гироскопы предназначены для обеспечения устойчивости слежения.

Будем полагать, что координатор описывается уравнениями (6.1.24), а сигналы на выходе скоростных гироскопов равны:

$$u_{г1} = k_г \omega_{z_1}, \quad u_{г2} = -k_г \omega_{y_1}. \tag{6.3.1}$$

Работа усилителя мощности описывается уравнением (6.1.3) и уравнениями

$$T_y \dot{I}_{г1} + I_{г1} = k_y u_{г1}. \quad T_y \dot{I}_{г2} + I_{г2} = k_y u_{г2}. \tag{6.3.2}$$

Для обеспечения устойчивого слежения оси ракеты за целью на вход двигателя, создающего момент M_{y_1}, стабилизирующий положение ракеты относительно оси y_1, подается сигнал

$$I_2 = -I_{y_2} + I_{г2}, \tag{6.3.3}$$

а на вход двигателя, создающего момент M_{z_1}, стабилизирующий положение ракеты относительно оси z_1, подается сигнал

$$I_1 = I_{y_1} - I_{г1}. \tag{6.3.4}$$

Рис. 6.3.1

Операция сложения сигналов производится в усилителе мощности. В соответствии с сигналами (6.3.3), (6.3.4) создаются моменты

$$M_{y_1} = k_м(-I_{y_2} + I_{г2}), \quad M_{z_1} = k_м(I_{y_1} - I_{г1}). \tag{6.3.5}$$

Принимая во внимание, что космические ракеты обычно делаются симметричными, вследствие чего моменты инерции относительно осей Py_1 и Pz_1 одинаковы, то есть $A_{yy} = A_{zz} = A$, уравнения движения ракеты относительно осей Py_1 и Pz_1 представим в виде

$$A\dot{\omega}_{y_1} = M_{y_1}, \quad A\dot{\omega}_{z_1} = M_{z_1}. \tag{6.3.6}$$

В рассматриваемом случае $x_1^0 = x_к^0$ и $\omega = \omega_к$. Следовательно, $\omega_{кz} = \omega_{z_1}$, $\omega_{кy} = \omega_{y_1}$. Учитывая равенства (6.1.8) и (6.3.5), уравнения (6.3.6) представим в виде

$$A\ddot{x}_y^0 = k_м(I_{y_1} - I_{г1}), \quad A\ddot{x}_z^0 = k_м(I_{y_2} - I_{г2}), \tag{6.3.7}$$

а вместо равенств (6.3.1) запишем

$$u_{г1} = k_г \dot{x}_y^0, \quad u_{г2} = k_г \dot{x}_z^0. \tag{6.3.8}$$

Умножая первые уравнения в (6.3.8), (6.3.2), (6.3.7) на $\mathbf{y}_к^0$, а вторые на $\mathbf{z}_к^0$, после сложения получим

$$\mathbf{u}_г = k_г \dot{\mathbf{x}}_к^0, \quad T_у \dot{\mathbf{I}}_г + \mathbf{I}_г = k_у \mathbf{u}_г, \quad A\ddot{\mathbf{x}}_к^0 = k_м(\mathbf{I}_у - \mathbf{I}_г), \tag{6.3.9}$$

где $\mathbf{u}_г = u_{г1}\mathbf{y}_к^0 + u_{г2}\mathbf{z}_к^0$, $\mathbf{I}_г = I_{г1}\mathbf{y}_к^0 + I_{г2}\mathbf{z}_к^0$, $\dot{\mathbf{I}}_г = \dot{I}_{г1}\mathbf{y}_к^0 + \dot{I}_{г2}\mathbf{z}_к^0$,

$\mathbf{I}_у = I_{у_1}\mathbf{y}_к^0 + I_{у_2}\mathbf{z}_к^0$, $\dot{\mathbf{x}}_к^0 = \dot{x}_у\mathbf{y}_к^0 + \dot{x}_z\mathbf{z}_к^0$, $\ddot{\mathbf{x}}_к^0 = \ddot{x}_у\mathbf{y}_к^0 + \ddot{x}_z\mathbf{z}_к^0$.

Уравнения (6.1.1), (6.1.24), (6.1.4), (6.3.9) описывают процесс слежения оси ракеты за целью. На рис. 6.3.2 представлена

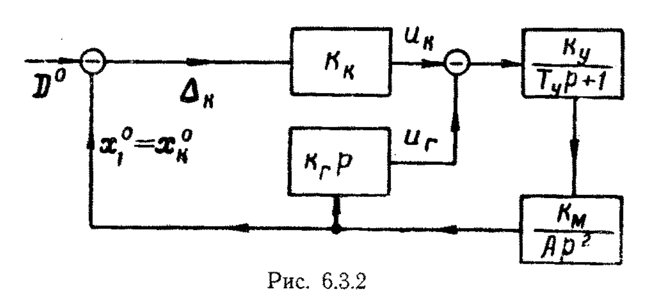


Рис. 6.3.2

структурная схема, соответствующая этим уравнениям. Исключая из уравнений (6.3.9) и (6.1.4) переменные $\mathbf{u}_г$, $\mathbf{I}_г$, $\mathbf{I}_у$, получим

$$AT_у \dddot{\mathbf{x}}_к^0 + A\ddot{\mathbf{x}}_к^0 + k_у k_г \dot{\mathbf{x}}_к^0 = k_м \mathbf{u}_к. \tag{6.3.10}$$

В установившемся движении $\dot{\mathbf{x}}_к^0 = \dot{\mathbf{D}}^0 = \mathrm{const}$ и уравнение (6.3.10) преобразуется к виду

$$\dot{\mathbf{D}}^0 = k_0 \mathbf{u}_к, \tag{6.3.11}$$

где $k_0 = k_м / k_у k_г$. Следовательно,

$$\omega_D = k_0 u_к. \tag{6.3.12}$$

Таким образом, в установившемся движении сигнал на выходе координатора пропорционален угловой скорости вектора дальности. Этот сигнал может использоваться для организации самонаведения ракеты на цель.

§ 6.4. ТОЧНОСТЬ СЛЕДЯЩЕГО КООРДИНАТОРА

Точность следящего координатора определяется его динамическими свойствами и характеристиками входного сигнала.

Входной сигнал $Z(t)$, кроме полезной части $m(t)$, содержит помеху $X(t)$:

$$Z(t) = m(t) + X(t). \tag{6.4.1}$$

Полезную часть входного сигнала составляют углы ε и ν, определяющие направление вектора $\boldsymbol{D}$. Будем рассматривать работу одного канала координатора. В соответствии с этим положим

$$m(t) = \varepsilon(t). \tag{6.4.2}$$

Следящий координатор — элемент системы самонаведения. Закон изменения угла $\varepsilon(t)$ определяется условиями боевого применения ракеты и заранее не известен. Оценку точности следящего координатора и выбор его динамических характеристик принято производить при

$$\varepsilon(t) = at, \tag{6.4.3}$$

где $a = \dot{\varepsilon}(t_в)$ — скорость вращения линии ракета — цель в момент отключения системы самонаведения $t_в$. Физически это означает, что точность следящего координатора оценивается в стандартных условиях, когда цель движется относительно ракеты с постоянной угловой скоростью, равной $\dot{\varepsilon}(t_в)$. Величина a определяется условиями боевого применения ракеты, типом координатора цели, инерционностью системы управления в целом.

Помеха $X(t)$ при фиксированном значении дальности является стационарной случайной функцией времени с равным нулю математическим ожиданием. Имея в виду, что полоса пропускания следящей системы узка, будем в дальнейшем считать спектральную плотность помехи постоянной на всех частотах и равной $s_x(0) = s_x$.

Следящий координатор — стационарная линейная система. Систематическая ошибка m_0 и дисперсия D_0 выходного сигнала стационарной линейной системы при $s_x = \text{const}$ определяются формулами

$$m_0 = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\Phi^{(r)}(0)}{r!} m_z^{(r)} - m_т, \tag{6.4.4}$$

$$D_0 = 2 s_x \Delta\omega, \tag{6.4.5}$$

$$\Delta\omega = \int_0^{\infty} |\Phi(i\omega)|^2 d\omega, \tag{6.4.6}$$

где $\Phi(\lambda)$ — передаточная функция стационарной линейной системы; m_z — среднее значение входного сигнала; $m_т$ — требуемый выходной сигнал; $\Delta\omega$ — эффективная полоса пропускания системы. Средний квадрат ошибки системы равен:

$$\eta = m_0^2 + D_0. \tag{6.4.7}$$

В нашем случае

$$m_z(t) = \varepsilon(t). \tag{6.4.8}$$

Если определяется ошибка слежения, то

$$m_{T\varepsilon}(t) = \varepsilon(t). \qquad (6.4.9)$$

Если определяется ошибка измерения угловой скорости, то

$$m_{T\dot{\varepsilon}}(t) = \dot{\varepsilon}(t). \qquad (6.4.10)$$

Ограничимся анализом точности гироскопического следящего координатора. Из рис. 6.2.4 находим передаточную функцию следящего координатора как следящей системы

$$\Phi_{\varepsilon}(\lambda) = \frac{1}{T^2\lambda^2 + 2\xi T\lambda + 1}, \qquad (6.4.11)$$

где

$$T = \sqrt{\frac{T_y}{k}}, \quad k = k_к k_y k_м k_H, \quad \xi = \frac{1}{2\sqrt{kT_y}}, \qquad (6.4.12)$$

и передаточную функцию следящего координатора как измерителя угловой скорости вектора относительной дальности

$$\Phi^{*}_{\dot{\varepsilon}}(\lambda) = \frac{k_1\lambda}{T^2\lambda^2 + 2\xi T\lambda + 1}, \qquad (6.4.13)$$

где $k_1 = k_н k_м$. Коэффициент k_1 имеет размерность [*ампер · сек/рад*]. Он учитывает тот факт, что в следящем координаторе информация об угловой скорости снимается в виде тока. Нас интересуют угловые величины. Поделив $\Phi^{*}_{\dot{\varepsilon}}(\lambda)$ на k_1, получим передаточную функцию следящего координатора для случая, когда выходным сигналом является непосредственно угловая скорость

$$\Phi_{\dot{\varepsilon}}(\lambda) = \frac{\lambda}{T^2\lambda^2 + 2\xi T\lambda + 1}. \qquad (6.4.14)$$

По формуле (6.4.4), имея в виду равенства (6.4.8), (6.4.3), (6.4.9), (6.4.11), (6.4.10), (6.4.14), находим систематические ошибки слежения

$$m_{0\varepsilon} = -a/k \qquad (6.4.15)$$

и измерения угловой скорости

$$m_{0\dot{\varepsilon}} = 0. \qquad (6.4.16)$$

По передаточным функциям (6.4.11), (6.4.14) находим эффективные полосы пропускания

$$\Delta\omega_{\varepsilon} = \int_0^{\infty} |\Phi_{\varepsilon}(i\omega)|^2\, d\omega = \frac{\pi}{4\xi T} = \frac{\pi k}{2}, \qquad (6.4.17)$$

$$\Delta\omega_{\dot{\varepsilon}} = \int_0^{\infty} |\Phi_{\dot{\varepsilon}}(i\omega)|^2\, d\omega = \frac{\pi}{4\xi T^3} = \frac{\pi k^2}{2T_y}. \qquad (6.4.18)$$

По формуле (6.4.5), учитывая (6.4.17), (6.4.18), находим дисперсию ошибки измерения угла

$$D_\varepsilon = \pi k s_x \tag{6.4.19}$$

и ошибки измерения угловой скорости

$$D_{\dot\varepsilon} = \pi k^2 s_x / T_y . \tag{6.4.20}$$

Средний квадрат ошибки слежения в соответствии с формулами (6.4.7), (6.4.15), (6.4.19) равен:

$$\eta_\varepsilon = m_{C\varepsilon}^2 + D_\varepsilon = \frac{a^2}{k^2} + \pi k s_x . \tag{6.4.21}$$

Средний квадрат ошибки измерения угловой скорости в соответствии с формулами (6.4.7), (6.4.16), (6.4.20) равен:

$$\eta_{\dot\varepsilon} = D_{\dot\varepsilon} = \pi k^2 s_x / T_y . \tag{6.4.22}$$

Формулы (6.4.15), (6.4.16), (6.4.19), (6.4.20), (6.4.21), (6.4.22) являются расчетными. Они позволяют оценить точность следящего координатора по заданным значениям k и T_y, определяющим динамические свойства следящего координатора, и по заданным характеристикам входного сигнала.

Формула (6.4.21) показывает, что установившаяся ошибка слежения не зависит от постоянной времени T_y. Коэффициент усиления k по-разному влияет на систематическую ошибку и дисперсию. С увеличением k уменьшается систематическая ошибка, но растет рассеивание.

При синтезе координатора величину k выбирают из условия минимума среднего квадрата ошибки слежения η_ε. Дифференцируя по k равенство (6.4.21), приравнивая результат нулю и решая полученное таким образом уравнение, получим

$$k = \sqrt[3]{\frac{2a^2}{\pi s_x}} . \tag{6.4.23}$$

Средний квадрат ошибки измерения угловой скорости $\eta_{\dot\varepsilon}$ зависит от T_y. Формула (6.4.22) показывает, что для уменьшения $\eta_{\dot\varepsilon}$ выгодно увеличивать T_y. Однако при выборе T_y нужно учитывать не только установившиеся ошибки. Величина T_y выбирается из условия требуемого качества переходного процесса. Качество переходного процесса колебательного звена достаточно полно определяется коэффициентом затухания ξ. Известно, что при $\xi = 0{,}7$ переходный процесс является наилучшим. Но

$$\xi = \frac{1}{2\sqrt{k T_y}} ,$$

следовательно, при известном значении k постоянную времени T_y можно определить по формуле

$$T_y = \frac{1}{1{,}96\,k}. \qquad (6.4.24)$$

Обычно при полученных изложенным способом значениях k и T_y характеристики точности измерения угловой скорости вектора дальности неудовлетворительны. Недопустимо большой получается дисперсия. Возникает задача: каким образом, не ухудшая динамические свойства координатора как следящей системы, улучшить свойства координатора как измерителя ω_D. Практически эта задача решается с помощью корректирующих фильтров. Простейший способ — пропустить через фильтр выходной сигнал координатора. Если передаточной функцией фильтра является

$$\Phi_ф(\lambda) = \frac{1}{T_ф \lambda + 1},$$

то передаточная функция измерителя угловой скорости определится формулой

$$\Phi_{\dot\varepsilon}(\lambda) = \frac{k\lambda}{(T_y\lambda^2 + \lambda + k)(T_ф\lambda + 1)}. \qquad (6.4.25)$$

Эффективная полоса пропускания системы с передаточной функцией (6.4.25) равна:

$$\Delta\omega_{\dot\varepsilon} = \frac{\pi k^2}{2(kT_ф^2 + T_ф + T_y)}. \qquad (6.4.26)$$

Из формул (6.4.5), (6.4.18), (6.4.25), (6.4.22) видно, что установка фильтра уменьшает дисперсию в $(kT_ф^2 + T_ф + T_y)/T_y$ раз. Средний квадрат ошибки измерения угловой скорости при этом будет равен:

$$\eta_{\dot\varepsilon} = \frac{\pi s_x k^2}{kT_ф^2 + T_ф + T_y}. \qquad (6.4.27)$$

Применяется также другой способ повышения точности измерения угловой скорости вектора дальности — усилитель мощности охватывается отрицательной обратной связью с реальным дифференцирующим звеном в цепи. Корректирующая цепь такого рода полезна еще и тем, что производит стабилизацию динамических свойств замкнутого обратной связью элемента. Случайные изменения параметров элемента оказывают меньшее влияние на динамические свойства координатора в целом.

Параметры корректирующих цепей выбираются из условия обеспечения допустимой ошибки измерения угловой скорости при приемлемом качестве переходного процесса. За оценку качества переходного процесса можно принять, например, время

$t_п$, в течение которого в системе практически заканчивается переходный процесс, вызванный постоянным возмущением. Время $t_п$ характеризует быстродействие системы и оценивается приближенной зависимостью ([1], § 6.6)

$$t_п \simeq \pi/\omega_{ср}, \qquad (6.4.28)$$

где $\omega_{ср}$ — частота среза, определяемая точкой пересечения логарифмической амплитудно-частотной характеристики с осью абсцисс.

Стационарный координатор не может быть оптимальным измерителем угловой скорости в процессе всего полета к цели. Параметры координатора выбираются для определенного входного сигнала и фиксированной дальности. На дальностях, больших, чем расчетные, стационарный координатор излишне динамичен. Он следит за помехами в то время, когда полезный сигнал близок к нулю. При пропорциональном управлении такой координатор заставляет ракету случайным образом рыскать в пространстве. Если управление — газодинамическое, то при этом бесполезно расходуется топливо. Эти недостатки стационарного координатора можно устранить с помощью нестационарных корректирующих цепей. Нестационарные корректирующие цепи, как и стационарные, могут включаться или непосредственно в цепи следящего координатора или последовательно со следящим координатором в виде нестационарного фильтра. Оптимальные динамические характеристики нестационарных корректирующих цепей могут быть определены методами теории оптимальных систем (см. [1], гл. 14, 15). При этом используется априорная информация о полезном сигнале не в одной точке, а в процессе всего времени работы координатора. В результате происходит накопление полезной информации и действие помехи ослабляется.

Покажем это на примере следящего координатора, измеряющего скорость вращения линии ракета—цель для случая, когда на вход координатора действует сигнал

$$\varepsilon(t) = Ut + X(t), \qquad (6.4.29)$$

где U — случайная величина с равным нулю математическим ожиданием и дисперсией σ_u^2; $X(t)$ — белый шум с интенсивностью $2\pi s_x$. По методике, изложенной в [1], § 14.5, 15.1, получаем оптимальную весовую функцию следящего координатора

$$g_0(t, \tau) = w(t)v(\tau), \qquad (6.4.30)$$

где

$$w(t) = \frac{3\sigma_u^2}{6\pi s_x + \sigma_u^2 t^3}, \quad v(\tau) = \tau. \qquad (6.4.31)$$

Если последовательно со следящим координатором, имеющим весовую функцию $g_c(t, \tau)$, включить систему, обратную по отношению к следящему координатору и имеющую весовую функ-

цию $g_c^-(t, \tau)$, то выходным сигналом последовательного соединения будет сигнал, действующий на вход следящего координатора. Система с весовой функцией $g_0(t, \tau)$ обеспечивает оптимальную обработку такого сигнала. Следовательно, корректирующей цепью, включенной последовательно со следящим координатором и обеспечивающей измерение ε с минимальной средней квадратической ошибкой, будет динамическая система, являющаяся последовательным соединением систем с весовыми функциями $g_c^-(t, \tau)$ и $g_0(t, \tau)$.

Рис. 6.4.1

Передаточной функции (6.4.14) соответствует дифференциальное уравнение

$$T^2 \ddot{x}_{\text{вых}} + 2\xi T \dot{x}_{\text{вых}} + x_{\text{вых}} = x_{\text{вх}},$$

которое можно представить в виде

$$\left(T^2 p + 2\xi T + \frac{1}{p}\right) x_{\text{вых}} = x_{\text{вх}}, \qquad (6.4,32)$$

где $p = d/dt$. Полагая $x_{\text{вых}} = \delta(t - \tau)$, $x_{\text{вх}} = g_c^-(t, \tau)$, получаем

$$g_c^-(t, \tau) = T^2 \delta'(t - \tau) + 2\xi T \delta(t - \tau) + 1(t - \tau), \qquad (6.4.33)$$

где $1(t - \tau)$ — единичная ступенчатая функция, равная единице при $t > \tau$ и нулю при $t < \tau$. Равенство (6.4.33) показывает,

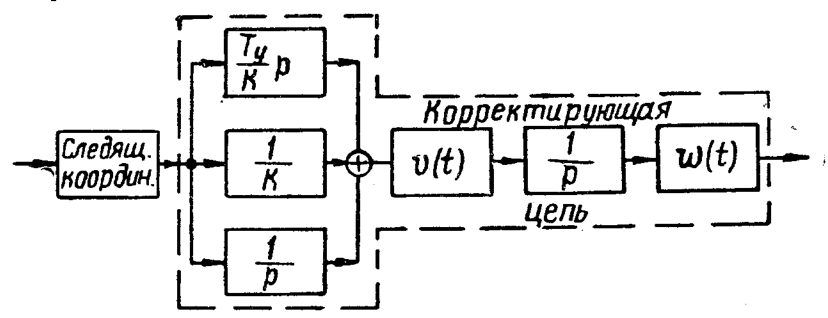


Рис. 6.4.2

что систему с весовой функцией $g_c^-(t, \tau)$ можно представить в виде трех параллельно соединенных звеньев с весовыми функциями

$$g_1(t, \tau) = T^2 \delta'(t - \tau), \quad g_2(t, \tau) = 2\xi T \delta(t - \tau), \quad g_3(t, \tau) = 1(t - \tau).$$

Следовательно, корректирующую цепь можно представить схемой, показанной на рис. 6.4.1. Имея в виду, что системы с весо-

выми функциями $g_1(t, \tau)$, $g_2(t, \tau)$, $g_3(t, \tau)$ являются дифференцирующим, усилительным и интегрирующим звеньями соответственно, а система с весовой функцией (6.4.30) представляется последовательным соединением усилительных звеньев с переменными коэффициентами, разделенных интегрирующим звеном, представим корректирующую цепь схемой, показанной на рис. 6.4.2.

Нестационарные корректирующие цепи целесообразно применять при фиксированном моменте времени включения координатора, когда имеется возможность заранее определить приближенно начало отсчета и полное время работы системы.

По методике, изложенной в [1], § 14.6, получаем формулу для определения средней квадратической ошибки измерения угловой скорости координатором с оптимальными корректирующими цепями

$$\eta_{\dot{\varepsilon}} = \sigma_u^2 - \frac{\sigma_u^4 t^3}{6\pi s_x + \sigma_u^2 t^3}. \quad (6.4.34)$$

Формула (6.4.34) показывает, что в начале измерения ошибка близка к дисперсии σ_u^2, с увеличением времени измерения ошибка уменьшается, стремясь к нулю.

Пример. Найти k и T_y стационарного следящего координатора и определить ошибку измерения угловой скорости, если на вход координатора действует сигнал $z(t) = at + X(t)$. Известно, что $a = 8$ *град/сек*, $s_x = 10 \cdot 10^{-6}$ *рад² сек*.

По формуле (6.4.23) находим

$$k = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 196 \cdot 10^{-4}}{\pi \cdot 10 \cdot 10^{-6}}} = 10{,}1 \ 1/сек.$$

По формуле (6.4.24) находим

$$T_y = \frac{1}{1{,}96 \cdot 10{,}1} = 0{,}051 \ сек.$$

По формуле (6.4.22) для стационарного координатора без корректирующих цепей определяем

$$\eta_{\dot{\varepsilon}} = \frac{\pi \cdot 10{,}1^2 \cdot 10 \cdot 10^{-6}}{0{,}051} = 0{,}2 \ (рад/сек)^2$$

Следовательно, средняя квадратическая ошибка равна:

$$\sigma_{\dot{\varepsilon}} = \sqrt{\eta_{\dot{\varepsilon}}} = 0{,}45 \ рад/сек = 25{,}6 \ град/сек.$$

Полученное значение ошибки недопустимо велико. Уменьшим величину $\sigma_{\dot{\varepsilon}}$ до 1 *град/сек* с помощью стационарного корректирующего фильтра. Пользуясь равенством (6.4.27) при 1 *град/сек*, находим $T_ф = 0{,}95$ *сек*. Частота среза при полученных значениях параметров системы равна $\omega_{ср} \simeq 15$ *1/сек*. По формуле (6.4.28) находим $t_п \approx 0{,}2$ *сек*. Величина $t_п$ должна быть меньше времени $t_р$, характеризующего инерционность центра массы ракеты. Время $t_р$ исчисляется секундами. Следовательно, полученное значение $t_п$ вполне приемлемо. Характеристики качества переходного процесса можно изменять путем изменения коэффициента усиления фильтра.

Глава 7

МЕТОДЫ НАВЕДЕНИЯ ТЕЛЕУПРАВЛЯЕМЫХ РАКЕТ

§ 7.1. КИНЕМАТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЦЕНТРА МАССЫ ТЕЛЕУПРАВЛЯЕМОЙ РАКЕТЫ

Положение центра массы телеуправляемой ракеты определяется в системе координат, связанной с командным пунктом, вектором дальности ракеты $\boldsymbol{D}_\text{р}$. Очевидно, что скорость изменения вектора $\boldsymbol{D}_\text{р}$ равна скорости ракеты P относительно командного пункта K:

$$\dot{\boldsymbol{D}}_\text{р} = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}_\text{к}, \tag{7.1.1}$$

где в дополнение к предыдущим обозначениям через $\boldsymbol{v}_\text{к}$ обозначен вектор скорости командного пункта.

Если движение телеуправляемой ракеты рассматривается в системе координат, вращающейся с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}_\text{к}$, то, выражая абсолютную производную вектора $\boldsymbol{D}_\text{р}$ через его относительную (локальную) производную и угловую скорость системы координат известной формулой теоретической механики

$$\frac{d\boldsymbol{D}_\text{р}}{dt} = \frac{\tilde{d}\boldsymbol{D}_\text{р}}{dt} + \boldsymbol{\omega}_\text{к} \times \boldsymbol{D}_\text{р}, \tag{7.1.2}$$

можем переписать уравнение (7.1.1) в виде

$$\frac{\tilde{d}\boldsymbol{D}_\text{р}}{dt} + \boldsymbol{\omega}_\text{к} \times \boldsymbol{D}_\text{р} = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}_\text{к}. \tag{7.1.3}$$

Уравнение (7.1.1) [или (7.1.3)] является общим векторным кинематическим уравнением движения ракеты, из которого соответствующие скалярные уравнения могут быть получены путем проектирования всех входящих в это уравнение векторов на оси принятой системы координат.

Практически для получения кинематических уравнений в скалярной форме удобно характеризовать векторы их сферическими координатами, т. е. модулем и двумя углами, определяющими направление вектора. В § 1.1 мы определили направление вектора скорости ракеты $\boldsymbol{v}$ углами φ, θ относительно земной си-

стемы координат $Cx_g y_g z_g$. Совершенно так же мы определим направление вектора скорости командного пункта $\boldsymbol{v}_к$ углами $\varphi_к$, $\theta_к$ (рис. 7.1.1), а направление вектора дальности ракеты $\boldsymbol{D}_р$ двумя углами $\nu_р$, $\varepsilon_р$ (рис. 7.1.2). Для вывода скалярных кинематических уравнений, так же, как в § 3.1, выберем правую прямоугольную систему координат $K\xi\eta_1\eta_2$, направив ось ξ по вектору дальности ракеты, ось η_1 в плоскости ξy_g и ось η_2 в плоскости $x_g y_g$, как показано на рис. 7.1.2. Так как уравнение (7.1.3) ни-

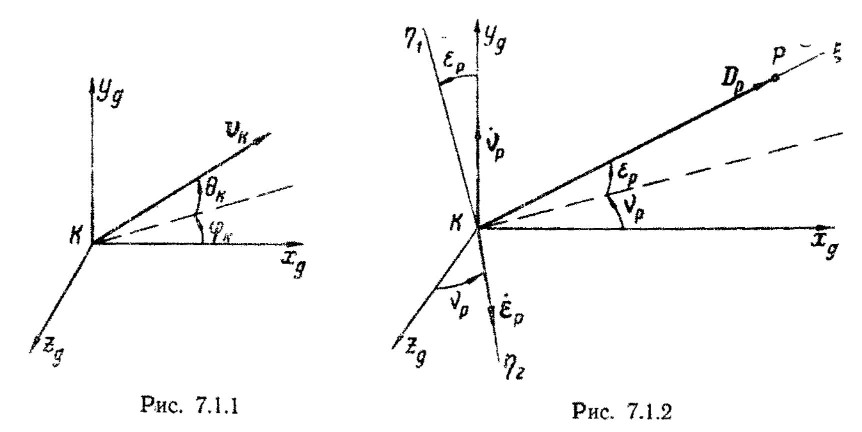


Рис. 7.1.1 Рис. 7.1.2

чем не отличается по форме от уравнения (3.1.3), то и проектирование его на оси ξ, η_1 и η_2 производится совершенно так же. Поэтому мы сразу напишем скалярные кинематические уравнения движения ракеты, предоставив читателю самостоятельно закончить их вывод

$$\left.\begin{aligned}\dot{D}_р &= \boldsymbol{v}\xi^0 - \boldsymbol{v}_к\xi^0,\\ D_р\dot{\varepsilon}_р &= \boldsymbol{v}\eta_1{}^0 - \boldsymbol{v}_к\eta_1{}^0,\\ D_р\dot{\nu}_р\cos\varepsilon_р &= -\boldsymbol{v}\eta_2{}^0 + \boldsymbol{v}_к\eta_2{}^0.\end{aligned}\right\} \qquad (7.1.4)$$

Входящие в эти уравнения скалярные произведения векторов выражаются формулами, аналогичными (3.1.5) и (3.1.6):

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{v}\xi^0 &= v\left[\cos\theta\cos\varepsilon_р\cos(\varphi-\nu_р)+\sin\theta\sin\varepsilon_р\right],\\ \boldsymbol{v}\eta_1{}^0 &= v\left[\sin\theta\cos\varepsilon_р-\cos\theta\sin\varepsilon_р\cos(\varphi-\nu_р)\right],\\ \boldsymbol{v}\eta_2{}^0 &= -v\cos\theta\sin(\varphi-\nu_р),\end{aligned}\right\} \qquad (7.1.5)$$

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{v}_к\xi^0 &= \boldsymbol{v}_к\left[\cos\theta_к\cos\varepsilon_р\cos(\varphi-\nu_р)+\sin\theta_к\sin\varepsilon_р\right],\\ \boldsymbol{v}_к\eta_1{}^0 &= v_к\left[\sin\theta_к\cos\varepsilon_р-\cos\theta_к\sin\varepsilon_р\cos(\varphi_к-\nu_р)\right],\\ \boldsymbol{v}_к\eta_2{}^0 &= -v_к\cos\theta_к\sin(\varphi_к-\nu_р).\end{aligned}\right\} \qquad (7.1.6)$$

В частном случае движения командного пункта и ракеты в одной плоскости (что практически может быть, когда цель и командный пункт движутся в одной плоскости), приняв эту плоскость за плоскость $x_g z_g$, будем иметь $\theta = \theta_к = \varepsilon_р = 0$. Тогда первое и третье уравнения (7.1.4) примут вид:

$$\left.\begin{aligned} \dot{D}_р &= v\cos(\varphi - \nu_р) - v_к\cos(\varphi_к - \nu_р), \\ D_р\dot{\nu}_р &= v\sin(\varphi - \nu_р) - v_к\sin(\varphi_к - \nu_р). \end{aligned}\right\} \qquad (7.1.7)$$

Эти уравнения справедливы также в качестве приближенных кинематических уравнений движения центра массы ракеты в случае, когда векторы скоростей ракеты и командного пункта составляют все время малые углы с плоскостью $x_g z_g$, так что можно принять $\cos\theta \approx \cos\theta_к \approx \cos\varepsilon \approx 1$ и пренебречь произведениями малых величин $\sin\theta \sin\varepsilon_р$ и $\sin\theta_к \sin\varepsilon_р$.

§ 7.2. МЕТОДЫ НАВЕДЕНИЯ И ПАРАМЕТРЫ УПРАВЛЕНИЯ

В случае телеуправления, так же, как и в случае самонаведения, связь может быть наложена на направление вектора скорости ракеты как непосредственно, так и косвенно. Непосредственное наложение связи на вектор скорости ракеты встречает большие трудности, хотя и возможно в системах телеуправления при современном уровне развития вычислительной техники и статистической теории обработки информации.

В простейших системах телеуправления можно измерять только координаты ракеты относительно командного пункта. Поэтому, как правило, связь при телеуправлении накладывается только на вектор дальности ракеты. Тем самым косвенно накладывается связь на направление вектора скорости ракеты.

Таким образом, в принципе существуют два типа идеальных связей, а следовательно, и методов наведения при телеуправлении: связи, накладываемые на направление вектора дальности ракеты, и связи, накладываемые на направление вектора скорости ракеты. Общие уравнения идеальной связи (2.2.6), записанные в § 2.2, охватывают оба типа идеальных связей при телеуправлении, так как в силу уравнения (7.1.1) вектор скорости ракеты $\boldsymbol{v}$ легко выражается через производную ее вектора дальности $\boldsymbol{D}_р$, а по условию § 2.2 в уравнения (2.2.6) могут входить также производные и интегралы векторов $\boldsymbol{D}_р$ и $\boldsymbol{D}_ц$.

Простейшим методом наведения телеуправляемых ракет является *трехточечный метод*, характеризуемый требованием, чтобы ракета все время находилась на прямой, соединяющей командный пункт с целью (рис. 7.2.1). Этот метод называется также *методом совмещения*, или *методом накрытия цели*.

Если командный пункт расположен на самолете или на космическом летательном аппарате, то, маневрируя движением командного пункта, можно обеспечить достаточно благоприятные

условия для наведения ракеты на воздушную или космическую цель трехточечным методом. В частности, если командный пункт маневрирует таким образом, что вектор дальности цели $\boldsymbol{D}_{ц}$ перемещается поступательно, оставаясь параллельным первоначально заданному направлению, то трехточечный метод обеспечивает параллельное сближение ракеты с целью. Таким образом, трехточечный метод превращается в метод параллельного сближения, если командный пункт наводится на цель методом параллельного сближения (или уводится от цели методом параллельного удаления) (рис. 7.2.2).

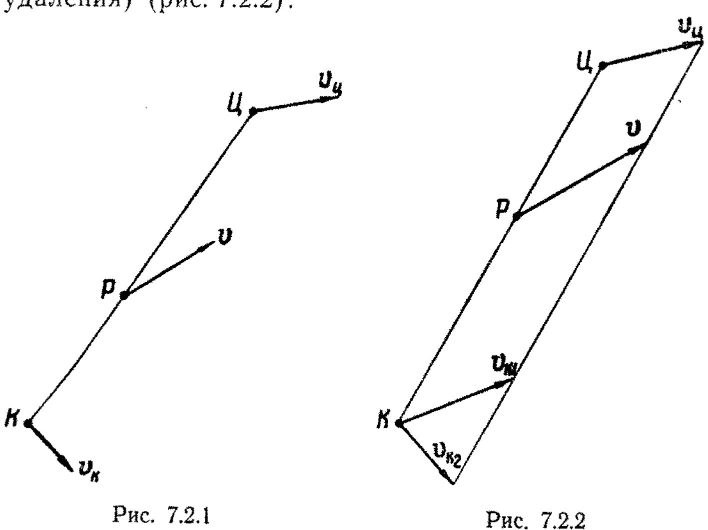


Рис. 7.2.1 Рис. 7.2.2

Если командный пункт неподвижен или его скорость мала по сравнению со скоростью цели, то трехточечный метод далеко не всегда выгодно применять. Так, например, при наведении зенитной управляемой ракеты, когда командный пункт находится на земной поверхности или на корабле, или на другой платформе, медленно движущейся по сравнению с целью, трехточечный метод требует большой маневренности ракеты, особенно при подходе к цели, т. е. главным образом на больших высотах, в разреженной атмосфере. В подобных случаях целесообразно применять метод наведения телеуправляемой ракеты с *углом упреждения*, называемый также *угловым методом*. Этот метод характеризуется требованием, чтобы углы, определяющие направление вектора дальности ракеты $\boldsymbol{D}_{р}$ относительно вектора дальности цели $\boldsymbol{D}_{ц}$, изменялись при наведении ракеты по заданному закону.

Метод наведения телеуправляемой ракеты с углом упреждения целесообразно применять также и при расположении командного пункта на самолете или на космическом летательном аппарате, если желательно обеспечить свободу маневрирования

командного пункта и не связывать его движение условиями наведения ракеты на цель.

Очевидно, что при наведении ракеты с углом упреждения необходимо, чтобы угол между векторами дальности цели $\boldsymbol{D}_ц$ и ракеты $\boldsymbol{D}_р$ становился равным нулю при $D_р = D_ц$, т. е. чтобы при равенстве модулей этих векторов их направления совпадали. Только при выполнении этого условия может быть обеспечено попадание ракеты в цель. Чтобы автоматически обеспечить совпадение направлений векторов $\boldsymbol{D}_р$ и $\boldsymbol{D}_ц$ при равенстве их модулей, можно задать разности угловых координат векторов $\boldsymbol{D}_р$ и $\boldsymbol{D}_ц$ как некоторые функции разности дальностей $D_ц - D_р$, обращающиеся в нуль при $D_ц - D_р = 0$. В этом случае разность между единичными векторами дальностей ракеты и цели $\boldsymbol{D}_р^0$ и $\boldsymbol{D}_ц^0$ также будет определенной функцией разности дальностей $D_ц - D_р$, обращающейся в нуль при $D_ц - D_р = 0$:

$$\boldsymbol{D}_р^0 = \mu\left[\boldsymbol{D}_ц^0 + \boldsymbol{\psi}(D_ц - D_р)\right], \quad \boldsymbol{\psi}(0) = 0, \qquad (7.2.1)$$

где μ — нормирующий множитель, определяемый условием, чтобы вектор $\boldsymbol{D}_р^0$ был единичным.

В частности, разности угловых координат векторов $\boldsymbol{D}_р$ и $\boldsymbol{D}_ц$ можно сделать пропорциональными разности дальностей $D_ц - D_р$. В простейшем случае коэффициенты пропорциональности могут быть постоянными. Однако углы упреждения, пропорциональные разности дальностей $D_ц - D_р$ с постоянными коэффициентами пропорциональности могут обеспечить спрямление траектории ракеты только при изменении скорости полета цели в небольшом диапазоне. Значительно более гибким с тактической точки зрения является метод наведения с углами упреждения, близкими к соответствующим угловым перемещениям цели за оставшееся время наведения до встречи ракеты с целью.

Мгновенная угловая скорость цели относительно командного пункта в каждый момент времени численно равна модулю производной единичного вектора дальности цели $\dot{\boldsymbol{D}}_ц^0$, и мгновенное угловое перемещение цели лежит в плоскости вектора $\boldsymbol{D}_ц^0$ и $\dot{\boldsymbol{D}}_ц^0$. Оставшееся время наведения до встречи ракеты с целью можно грубо оценить, разделив разность дальностей $D_ц - D_р$ на мгновенную скорость уменьшения этой разности дальностей

$$t_{ост} = \frac{D_ц - D_р}{\dot{D}_р - \dot{D}_ц}. \qquad (7.2.2)$$

Умножив производную $\dot{\boldsymbol{D}}_ц^0$ на оставшееся время наведения, мы получим грубую оценку приращения единичного вектора $\boldsymbol{D}_ц^0$ за время полета ракеты до момента ее встречи с целью, а следовательно, и направление единичного вектора точки встречи ракеты с целью. Направив вектор дальности ракеты в эту точку, мы можем получить движение ракеты в точку встречи, близкое к пря-

молинейному, независимо от того, с какой скоростью и в каком направлении движется неманеврирующая цель. В этом случае направление вектора дальности ракеты будет задано формулой

$$\boldsymbol{D}_р{}^0 = \mu\left(\boldsymbol{D}_ц{}^0 + \frac{D_ц - D_р}{\dot{D}_р - \dot{D}_ц}\dot{\boldsymbol{D}}_ц{}^0\right) \qquad (7.2.3)$$

или более общей формулой

$$\boldsymbol{D}_р{}^0 = \mu\left[\boldsymbol{D}_ц{}^0 + \psi\left(\frac{D_ц - D_р}{\dot{D}_р - \dot{D}_ц}\dot{\boldsymbol{D}}_ц{}^0\right)\right], \qquad (7.2.4)$$

где ψ — некоторая функция (конечно, векторная), равная нулю при нулевом значении аргумента: $\psi(0) = 0$.

Очевидно, что для реализации любой разновидности метода наведения с углом упреждения необходимо измерение не только угловых координат цели и ракеты, но и дальностей $D_ц$ и $D_р$.

Уравнения (7.2.1), (7.2.3) и (7.2.4) представляют собой различные формы векторного уравнения идеальной связи при наведении телеуправляемой ракеты с упреждением. Для трехточечного метода наведения уравнение идеальной связи имеет вид:

$$\boldsymbol{D}_р{}^0 = \boldsymbol{D}_ц{}^0. \qquad (7.2.5)$$

Чтобы получить уравнения идеальной связи в скалярной форме и найти соответствующие функции F_1 и F_2, достаточно заменить во всех написанных уравнениях все векторы их координатами в соответствующей системе координат и перенести в полученных уравнениях все члены в левую часть.

Очевидно, что уравнения идеальной связи (7.2.1), (7.2.3), (7.2.4) и (7.2.5) можно объединить одним общим уравнением

$$\boldsymbol{D}_р{}^0 = \boldsymbol{D}^0_{рп}, \qquad (7.2.6)$$

где через $\boldsymbol{D}^0_{рп}$ обозначен единичный вектор программного направления вектора дальности ракеты, определяемого методом наведения. В зависимости от того, как задано программное направление вектора дальности ракеты, из уравнения (7.2.6) получится уравнение идеальной связи для трехточечного метода наведения или для любой разновидности метода наведения с углом упреждения.

В качестве параметров управления при телеуправлении можно взять любые две независимые функции разности векторов $\boldsymbol{D}_р{}^0 - \boldsymbol{D}^0_{рп}$. Практически в качестве таких функций целесообразно выбирать разности соответствующих угловых координат векторов $\boldsymbol{D}_р{}^0$ и $\boldsymbol{D}^0_{рп}$. При малом угловом отклонении ракеты от заданного направления модуль разности $\boldsymbol{D}_р{}^0 - \boldsymbol{D}^0_{рп}$ можно считать равным углу между векторами $\boldsymbol{D}_р{}^0$ и $\boldsymbol{D}^0_{рп}$, а разности угловых координат векторов $\boldsymbol{D}_р{}^0$ и $\boldsymbol{D}^0_{рп}$ — пропорциональными проекци-

ям вектора $D_р{}^0 - D^0_{рп}$ на соответствующие направления. В таком случае за параметры управления можно принять величины, пропорциональные проекциям вектора $D_р{}^0 - D^0_{рп}$ на соответственно выбранные оси. Так, например, связав с программным направлением вектора дальности ракеты прямоугольную декартову систему координат, ось ξ которой направлена по вектору $D^0_{р=}$ (рис. 7.2.3), а оси η_1 и η_2 — в соответствии с системой координат, в

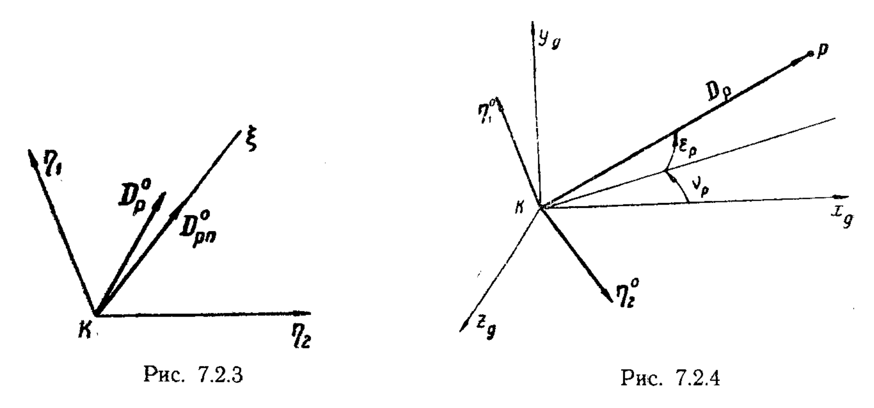


Рис. 7.2.3 Рис. 7.2.4

которой определяется положение ракеты, можем определить параметры управления как проекции вектора $D_р{}^0 - D^0_{рп}$ или, что одно и то же, вектора $D_р{}^0$ на оси η_1 и η_2:

$$\left.\begin{aligned} \Delta_1 &= (D_р{}^0 - D^0_{рп})\,\eta_1{}^0 = D_р{}^0\,\eta_1{}^0, \\ \Delta_2 &= (D_р{}^0 - D^0_{рп})\,\eta_2{}^0 = D_р{}^0\,\eta_2{}^0. \end{aligned}\right\} \qquad (7.2.7)$$

В частности, если положение ракеты определяется в сферической системе координат ($\nu_р$, $\varepsilon_р$, $D_р$) (рис. 7.2.4), то, выбрав ось $\eta_2{}^0$ в плоскости угла $\nu_р$, получим для параметров управления формулы

$$\Delta_1 = \varepsilon_р - \varepsilon_{рп}, \quad \Delta_2 = -(\nu_р - \nu_{рп})\cos\varepsilon_{рп}, \qquad (7.2.8)$$

где через $\varepsilon_{рп}$ и $\nu_{рп}$ обозначены программные значения углов $\varepsilon_р$ и $\nu_р$ соответственно. Если наведение ракеты организовано так, что угол $\varepsilon_р$ не превосходит по абсолютной величине 30°, то можно принять за параметр управления, соответствующий отклонению в плоскости угла $\nu_р$, непосредственно разность $\nu_р - \nu_{рп}$. Тогда вторая формула (7.2.8) упростится, и параметры управления выразятся формулами:

$$\Delta_1 = \varepsilon_р - \varepsilon_{рп}, \quad \Delta_2 = -(\nu_р - \nu_{рп}). \qquad (7.2.9)$$

Все рассмотренные методы наведения телеуправляемых ракет, соответствующие заданию программного направления вектора дальности ракеты (или, что то же, программного упрежде-

ния), в форме уравнений (7.2.1), (7.2.3), (7.2.4) и (7.2.5), относятся к методам наведения, для которых функции F_1 и F_2 в уравнениях (2.2.6) являются только функциями текущих значений векторов $\boldsymbol{D}_р$, $\boldsymbol{D}_ц$ и их производных. Простейшим из этих методов наведения является трехточечный метод, требующий измерения только угловых координат цели и ракеты. Любой метод наведения с углом упреждения требует измерения не только угловых координат, но и дальностей цели и ракеты. При этом метод наведения, определяемый уравнением вида (7.2.1), не требует дифференцирования координат цели и ракеты. Метод наведения, определяемый уравнением (7.2.3) или более общим уравнением (7.2.4), требует дифференцирования координат цели и ракеты. Эта операция, как известно, связана с большими ошибками, возникающими вследствие дифференцирования ошибок измерения координат. Поэтому наряду с дифференцированием координат цели и ракеты необходимо одновременно обеспечить и сглаживание — фильтрацию производных от помех. Для решения этих задач необходимо проектировать дифференцирующие устройства на основе статистической теории оптимальных систем, обеспечивающей максимальную возможную точность определения производных при данной точности измерения координат (см., например, [1], гл. 14, 15 и 16).

Однако измерение производных координат цели и ракеты при применении методов наведения, соответствующих уравнениям (7.2.3) и (7.2.4), необходимо только для того, чтобы приближенно экстраполировать координаты цели на время ее движения и направить ракету возможно точнее в точку ее встречи с целью. Экстраполяцию же координат цели можно осуществить непосредственно, не прибегая к их дифференцированию. Эту задачу также можно решить с помощью статистической теории оптимальных систем.

Экстраполятор (или дифференциатор), спроектированный на основе статистической теории оптимальных систем, дает на выходе упрежденные координаты цели (соответственно производные координат цели), полученные с учетом всего закона изменения координат цели до данного момента, т. е. определяет упрежденные координаты цели (производные координат цели) как результат преобразования закона изменения координат цели некоторым оператором. Поэтому в случае применения экстраполяторов и дифференциаторов, спроектированных методами статистической теории оптимальных систем, программное значение единичного вектора дальности ракеты, а следовательно, и функции F_1 и F_2 в уравнениях (2.2.6) зависят не только от текущих значений координат цели, но и от всего закона движения цели.

Все рассмотренные методы наведения обеспечивают возвращение ракеты на заданное программное направление в случае ее отклонения от него. Однако это совершенно не необходимо. Очевидно, что теоретически наилучшим будет такой метод наве-

дения телеуправляемых ракет, который обеспечивает в каждый момент времени направление вектора скорости ракеты в точку встречи ее с целью, независимо от того, где в этот момент находится ракета. Для такой организации наведения необходимо предусмотреть в системе управления не только оптимальную экстраполяцию координат цели, но и оптимальное дифференцирование координат ракеты с целью определения направления единичного вектора $\boldsymbol{v}^0$. В этом случае уравнение идеальной связи будет иметь вид:

$$\boldsymbol{v}^0 = \frac{\boldsymbol{D}_{цу} - \boldsymbol{D}_р}{|\boldsymbol{D}_{цу} - \boldsymbol{D}_р|}, \tag{7.2.10}$$

где через $\boldsymbol{D}_{цу}$ обозначено экстраполированное (упрежденное) значение вектора дальности цели.

За параметры управления при этом можно принять проекции вектора разности между левой и правой частями равенства (7.2.10) на соответствующие оси, например, на единичные векторы осей поточной системы координат $\boldsymbol{y}^0$, $\boldsymbol{z}^0$

$$\Delta_1 = \left(\boldsymbol{v}^0 - \frac{\boldsymbol{D}_{цу} - \boldsymbol{D}_р}{|\boldsymbol{D}_{цу} - \boldsymbol{D}_р|}\right)\boldsymbol{y}^0, \quad \Delta_2 = \left(\boldsymbol{v}^0 - \frac{\boldsymbol{D}_{цу} - \boldsymbol{D}_р}{|\boldsymbol{D}_{цу} - \boldsymbol{D}_р|}\right)\boldsymbol{z}^0. \tag{7.2.11}$$

В этом случае функции F_1 и F_2 в уравнениях идеальной связи зависят не только от всего закона движения цели, но и от закона движения ракеты, так как вектор $\boldsymbol{v}^0$ определяется системой управления по результатам наблюдения движения ракеты (вектора $\boldsymbol{D}_р$).

Еще лучше будет, очевидно, такой метод наведения телеуправляемой ракеты, который обеспечивает в каждый момент времени прохождение баллистической траектории ракеты через упрежденную точку. Для осуществления этого метода необходимо направить вектор скорости ракеты не в упрежденную точку, а несколько выше, чтобы учесть действие силы тяжести.

Рассмотренные методы наведения можно назвать *методом наведения вектора скорости ракеты в упрежденную точку* и *методом наведения траектории ракеты в упрежденную точку.*

§ 7.3. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ НАВЕДЕНИЯ

Согласно изложенному в § 3.3, для сравнительного анализа методов наведения необходимо определить требуемые нормальные ускорения ракеты.

Как и для самонаводящихся ракет, требуемые нормальные ускорения для телеуправляемых ракет определяются при допущении, что система управления обеспечивает точное выполнение идеальной связи, соответствующей рассматриваемому методу наведения. Тогда получим пять скалярных уравнений: три кине-

матических уравнения и два уравнения идеальной связи, связывающих шесть составляющих векторов $\boldsymbol{D}_\text{р}$ и $\boldsymbol{v}$. Задав скорость ракеты как функцию времени (в частном случае постоянную), можно будет определить остальные пять неизвестных как функции времени, т. е. полностью определить движение ракеты. В частности, можно будет определить нормальные ускорения ракеты без интегрирования кинематических уравнений.

Для вывода общей формулы для нормального ускорения ракеты воспользуемся формулой (3.3.2):

$$\boldsymbol{a}_N = v\dot{\boldsymbol{v}}^0 = \dot{\boldsymbol{v}} - \dot{v}\boldsymbol{v}^0 = \dot{\boldsymbol{v}} - \frac{\dot{v}}{v}\boldsymbol{v}. \qquad (7.3.1)$$

Подставляя в эту формулу выражение вектора скорости ракеты $\boldsymbol{v}$ из кинематического уравнения (7.1.1), получим

$$\boldsymbol{a}_N = \dot{\boldsymbol{v}}_\text{к} + \ddot{\boldsymbol{D}}_\text{р} - \frac{\dot{v}}{v}(\boldsymbol{v}_\text{к} + \dot{\boldsymbol{D}}_\text{р}). \qquad (7.3.2)$$

Но

$$\dot{\boldsymbol{D}}_\text{р} = \frac{d}{dt}(D_\text{р}\boldsymbol{D}_\text{р}^0) = \dot{D}_\text{р}\boldsymbol{D}_\text{р}^0 + D_\text{р}\dot{\boldsymbol{D}}_\text{р}^0,$$

$$\ddot{\boldsymbol{D}}_\text{р} = \frac{d^2}{dt^2}(D_\text{р}\boldsymbol{D}_\text{р}^0) = \ddot{D}_\text{р}\boldsymbol{D}_\text{р}^0 + 2\dot{D}_\text{р}\dot{\boldsymbol{D}}_\text{р}^0 + D_\text{р}\ddot{\boldsymbol{D}}_\text{р}^0.$$

Подставляя эти выражения в (7.3.2), получим окончательно

$$\boldsymbol{a}_N = \dot{\boldsymbol{v}}_\text{к} - \frac{\dot{v}}{v}\boldsymbol{v}_\text{к} + \left(\ddot{D}_\text{р} - \frac{\dot{v}}{v}\dot{D}_\text{р}\right)\boldsymbol{D}_\text{р}^0 + \left(2\dot{D}_\text{р} - \frac{\dot{v}}{v}D_\text{р}\right)\dot{\boldsymbol{D}}_\text{р}^0 + D_\text{р}\ddot{\boldsymbol{D}}_\text{р}^0. \qquad (7.3.3)$$

Эта формула дает возможность определить требуемое нормальное ускорение ракеты для трехточечного метода наведения и для любого метода наведения с углом упреждения, если подставить в нее программное значение единичного вектора дальности ракеты $\boldsymbol{D}_\text{р}^0$ и соответствующие выражения $\dot{D}_\text{р}$ и $\ddot{D}_\text{р}$ из кинематического уравнения (7.1.1).

Для определения требуемого нормального ускорения ракеты, для метода наведения вектора скорости ракеты в упрежденную точку и для метода наведения траектории ракеты в упрежденную точку следует подставить в формулу (3.3.2) выражение единичного вектора $\boldsymbol{v}^0$ из уравнения связи (7.2.10) или из аналогичного уравнения связи с учетом понижения траектории.

Формула (7.3.3) позволяет сравнивать и оценивать различные методы наведения с углом упреждения по требуемой маневренности ракеты. При этом необходимо учитывать возможность уменьшить требуемую маневренность ракеты путем соответственной организации маневрирования командного пункта (т. е.

путем выбора значений $\boldsymbol{v}_к$ и $\boldsymbol{a}_к$), если командный пункт расположен на подвижной платформе. Мы видели в начале предыдущего параграфа, что маневрирование командного пункта может существенно видоизменить процесс наведения телеуправляемой ракеты, на примере организации параллельного сближения ракеты с целью с помощью трехточечного метода наведения.

Чтобы дать конкретный пример сравнительного анализа методов наведения, сравним требуемые нормальные ускорения для трехточечного метода наведения и нескольких вариантов метода наведения с углом упреждения для телеуправляемых зенитных ракет. В этом случае $\boldsymbol{v}_к \equiv \boldsymbol{a}_к \equiv 0$, и формула (7.3.3) принимает вид

$$\boldsymbol{a}_N = \left(\ddot{D}_р - \frac{\dot{v}}{v}\dot{D}_р\right)\boldsymbol{D}_р^0 + \left(2\dot{D}_р - \frac{\dot{v}}{v}D_р\right)\dot{\boldsymbol{D}}_р^0 + D_р\ddot{\boldsymbol{D}}_р^0. \qquad (7.3.4)$$

В случае трехточечного метода наведения $\boldsymbol{D}_р^0 \equiv \boldsymbol{D}_ц^0$, и формула (5.3.4) дает

$$\boldsymbol{a}_N = \left(\ddot{D}_р - \frac{\dot{v}}{v}\dot{D}_р\right)\boldsymbol{D}_ц^0 + \left(2\dot{D}_р - \frac{\dot{v}}{v}D_р\right)\dot{\boldsymbol{D}}_ц^0 + D_р\ddot{\boldsymbol{D}}_ц^0. \qquad (7.3.5)$$

Если скорость ракеты велика по сравнению со скоростью цели, то угол между вектором скорости ракеты и вектором дальности цели будет малым (рис. 7.3.1), и величины $\dot{D}_р$ и $\ddot{D}_р$ будут близки соответственно к v и $\dot{v}$. Поэтому первое слагаемое в правой части формулы (7.3.5) обычно бывает мало по сравнению с двумя другими. Последние два слагаемых могут иметь довольно значительную величину и возрастают по мере приближения ракеты к цели, когда $D_р \to D_ц$, а величина $\dot{v}$ на пассивном участке траектории отрицательна. Таким образом, требуемые нормальные ускорения зенитной ракеты в случае трехточечного метода наведения могут быть значительными и имеют наибольшие значения у цели, т. е. на больших высотах, в разреженной атмосфере, когда располагаемая маневренность ракеты минимальна. В результате трехточечный метод наведения требует от ракеты высокой маневренности, которая совершенно не используется на большей части траектории, что приводит к значительному увеличению стартового веса ракеты, расхода топлива и стоимости изготовления и эксплуатации. Поэтому, несмотря на ряд достоинств трехточечного метода (отсутствие необходи-

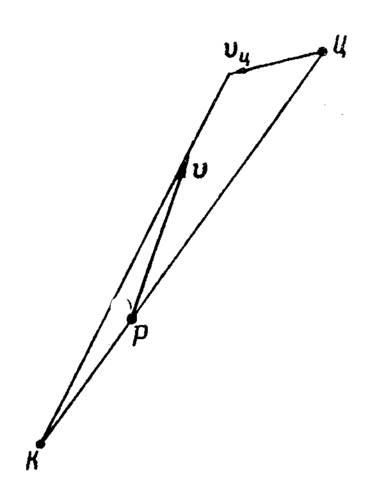


Рис. 7.3.1

мости измерять дальности цели и ракеты, отсутствие необходимости в вычислительных устройствах и, как следствие, простота системы управления), для наведения зенитных телеуправляемых ракет обычно применяются различные варианты метода наведения с углом упреждения.

В случае наведения зенитной телеуправляемой ракеты точно в упрежденную точку программное значение единичного вектора дальности ракеты $\boldsymbol{D}^0_{рп}$ постоянно, вследствие чего $\dot{\boldsymbol{D}}^0_{рп}=\ddot{\boldsymbol{D}}^0_{рп}=0$, и вектор скорости ракеты направлен в течение всего времени наведения по программному направлению вектора дальности ракеты $\boldsymbol{D}^0_{рп}$ (рис. 7.3.2). В этом случае $\dot{D}_р=v$, $\ddot{D}_р=\dot{v}$, и первое слагаемое в правой части формулы (7.3.4) равно нулю. Таким образом, при идеально точном определении точки встречи ракеты с целью требуемое нормальное ускорение ракеты равно нулю при любых условиях, и ракета всегда летит прямолинейно в точку встречи с целью. Однако идеально точная экстраполяция координат цели принципиально невозможна (идеальный экстраполятор является физически невозможной системой, [1], гл. 2). Поэтому практически всегда направление на точку встречи будет уточняться в процессе наведения ракеты. Это уточнение приведет к тому, что $\dot{\boldsymbol{D}}^0_{рп}$ и $\ddot{\boldsymbol{D}}^0_{рп}$ будут отличаться от нуля, хотя и будут малыми по модулю. В результате от ракеты потребуется некоторая маневренность (не считая той маневренности, которая при любом методе наведения необходима для исправления отклонений от программного направления вектора $\boldsymbol{D}_р^0$, в том числе и отклонений вследствие случайных возмущений).

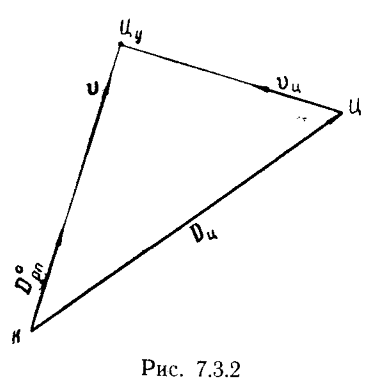


Рис. 7.3.2

Наибольшую точность определения точки встречи ракеты с целью можно получить, применяя экстраполяторы координат цели, спроектированные на основе статистической теории оптимальных систем. В этом случае можно получить минимальные возможные значения модулей вектора $\dot{\boldsymbol{D}}_р^0$ и $\ddot{\boldsymbol{D}}_р^0$, а следовательно, и минимальные требуемые нормальные ускорения ракеты. При этом достигается и минимум случайных возмущений программного направления вектора $\boldsymbol{D}_р^0$ вследствие ошибок измерения координат цели, а следовательно, и минимум случайных возмущений в параметрах управления, и минимум маневренности ракеты, необходимой для ликвидации отклонений, вызываемых случайными возмущениями.

Изложенное показывает, что наилучшим методом наведения для телеуправляемых зенитных ракет является метод наведения

с углом упреждения, основанный на оптимальной экстраполяции координат цели. Однако этот метод требует применения в системе управления сложных вычислительных устройств.

Для сравнительного анализа методов наведения с углом упреждения при более простых способах определения программного направления вектора дальности ракеты мы сохраним в формуле (7.3.4) лишь два последних слагаемых, имея в виду, что при любом методе определения угловых координат точки встречи ракеты с целью угол между вектором скорости ракеты и программным вектором дальности ракеты мал и вследствие этого величины $\dot{D}_р$ и $\ddot{D}_р$ близки к v и $\dot{v}$ соответственно. Кроме того, ограничимся сравнением только таких методов наведения, которым соответствует угол упреждения, лежащий в плоскости векторов $\boldsymbol{D}_ц$ и $\boldsymbol{v}_ц$. Для всех таких методов наведения программное значение единичного вектора дальности ракеты определяется формулой

$$\boldsymbol{D}^0_{рп} = \mu\,(\boldsymbol{D}_ц{}^0 + k\dot{\boldsymbol{D}}_ц{}^0), \tag{7.3.6}$$

где k — некоторый коэффициент, равный нулю при $D_р = D_ц$.

Имея в виду, что сравнение методов наведения следует производить в наиболее тяжелых условиях для ракеты, т. е. на участке, когда ракета подходит к цели и летит на наибольших высотах, мы будем считать k малой величиной. При этом коэффициент μ будет близок к единице, и его производные будут малыми величинами. Поэтому для простоты положим в (7.3.6) $\mu = 1$. Тогда будем иметь

$$\dot{\boldsymbol{D}}^0_{рп} = (1 + \dot{k})\,\dot{\boldsymbol{D}}_ц{}^0 + k\ddot{\boldsymbol{D}}_ц{}^0,$$
$$\ddot{\boldsymbol{D}}^0_{рп} = \ddot{k}\dot{\boldsymbol{D}}_ц{}^0 + (1 + 2\dot{k})\,\ddot{\boldsymbol{D}}_ц{}^0 + k\,\dddot{\boldsymbol{D}}_ц{}^0.$$

Подставляя эти выражения в (7.3.4) и отбрасывая малое первое слагаемое и малые величины, содержащие множителем k, получим

$$\boldsymbol{a}_N \approx \left[(1 - \dot{k})\left(2\dot{D}_р - \frac{\dot{v}}{v}D_р\right) + \ddot{k}D_р\right]\dot{\boldsymbol{D}}_ц{}^0 + (1 + 2\dot{k})\,D_р\,\ddot{\boldsymbol{D}}_ц{}^0. \tag{7.3.7}$$

Рассмотрим теперь разные способы выбора коэффициента пропорциональности k.

Если угол упреждения пропорционален разности дальностей $\delta = D_ц - D_р$ с постоянным коэффициентом пропорциональности, то при малых значениях δ модуль вектора $k\dot{\boldsymbol{D}}_ц{}^0$ должен быть равен произведению некоторой постоянной c на δ. Но он равен $k\,|\dot{\boldsymbol{D}}_ц{}^0|$. Следовательно, в этом случае

$$k\,|\,\dot{\boldsymbol{D}}_ц{}^0\,| = c\delta. \tag{7.3.8}$$

Отсюда, принимая во внимание, что скорость конца единичного вектора $\boldsymbol{D}_ц{}^0$ равна:

$$\dot{\boldsymbol{D}}_ц{}^0 = \boldsymbol{\omega}_{D_ц} \times \boldsymbol{D}_ц{}^0,$$

вследствие чего $|\dot{\boldsymbol{D}}_ц{}^0| = |\boldsymbol{\omega}_{D_ц}|\ |\boldsymbol{D}_ц{}^0| = \omega_{D_ц}$, найдем

$$k = c\frac{\delta}{\omega_{D_ц}}. \qquad (7.3.9)$$

Дифференцируя эту формулу, будем иметь

$$\dot{k} = c\frac{\dot{\delta}}{\omega_{D_ц}} - c\frac{\dot{\omega}_{D_ц}\delta}{\omega^2_{D_ц}},$$

$$\ddot{k} = c\frac{\ddot{\delta}}{\omega_{D_ц}} - 2c\frac{\dot{\omega}_{D_ц}\dot{\delta}}{\omega^2_{D_ц}} - c\frac{\ddot{\omega}_{D_ц}\delta}{\omega^2_{D_ц}} + 2c\frac{\dot{\omega}^2_{D_ц}\delta}{\omega^3_{D_ц}}.$$

При малых значениях $\delta = D_ц - D_р$, т. е. при подходе ракеты к цели, слагаемыми, содержащими δ множителем, можно пренебречь. Подставляя полученные таким образом выражения $\dot{k}$ и $\ddot{k}$ в (7.3.7), получим

$$a_N \approx \left[\left(1 + c\frac{\dot{\delta}}{\omega_{D_ц}}\right)\left(2\dot{D}_р - \frac{\dot{v}}{v}D_р\right) + \frac{c\dot{\delta}}{\omega_{D_ц}}\left(\frac{\ddot{\delta}}{\dot{\delta}} - \frac{\dot{\omega}_{D_ц}}{\omega_{D_ц}}\right)D_р\right]\dot{\boldsymbol{D}}_ц{}^0 +$$

$$+ \left(1 + 2c\frac{\dot{\delta}}{\omega_{D_ц}}\right)D_р\ddot{\boldsymbol{D}}_ц{}^0. \qquad (7.3.10)$$

Сравнивая эту формулу с (7.3.5), видим, что выбором постоянного коэффициента c можно добиться значительного снижения нормального ускорения ракеты при подходе к цели по сравнению с трехточечным методом наведения для некоторых средних условий стрельбы, характеризуемых некоторым средним значением отношения $\dot{\delta}/\omega_{D_ц}$. Так, например, если принять $c = -1/2\,(\dot{\delta}/\omega_{D_ц})_{ср}$, то коэффициент при $\dot{\boldsymbol{D}}_ц{}^0$ для средних условий стрельбы уменьшится более чем в два раза по сравнению с соответствующим коэффициентом в (7.3.5), а коэффициент при $\ddot{\boldsymbol{D}}_ц{}^0$ станет близким к нулю. Однако для условий стрельбы, значительно отличающихся от средних, требуемые нормальные ускорения ракеты могут быть при этом методе наведения значительными. Таким образом, метод наведения с углом упреждения, пропорциональным разности дальностей с постоянным коэффициентом пропорциональности, практически может дать хорошие результаты лишь в том случае, когда диапазон изменения условий стрельбы невелик, как уже и отмечалось в пре-

дыдущем параграфе. Чтобы этот метод наведения был применимым и при изменении условий стрельбы в широком диапазоне, необходимо обеспечить в системе управления возможность изменения коэффициента c в зависимости от условий стрельбы перед пуском ракеты.

Перейдем к методам наведения с углом упреждения, пропорциональным разности дальностей и угловой скорости цели. Так как модуль вектора $\dot{\boldsymbol{D}}_ц^0$, как мы видели, равен угловой скорости цели $\omega_{D_ц}$, то в данном случае коэффициент k в формуле (7.3.6) должен быть приблизительно равен оставшемуся времени полета ракеты до цели $t_{ост}=\delta/|\dot\delta|=-\delta/\dot\delta$. Для общности мы примем

$$k=-c\frac{\delta}{\dot\delta},\tag{7.3.11}$$

где c — некоторый постоянный коэффициент. Дифференцируя формулу (7.3.11), найдем

$$\dot k=-c+c\frac{\delta\ddot\delta}{\dot\delta^2},\quad \ddot k=c\frac{\ddot\delta}{\dot\delta}+c\frac{\delta\dddot\delta}{\dot\delta^2}-2c\frac{\delta\ddot\delta^2}{\dot\delta^3}.$$

Пренебрегая слагаемыми, содержащими малую величину δ множителем, и подставляя полученные выражения $\dot k$ и $\ddot k$ в (7.3.7), получим для нормального ускорения ракеты вблизи цели приближенную формулу

$$\boldsymbol{a}_N\approx\left[(1-c)\left(2\dot D_р-\frac{\dot v}{v}D_р\right)+c\frac{\ddot\delta}{\dot\delta}D_р\right]\dot{\boldsymbol{D}}_ц^0+(1-2c)D_р\ddot{\boldsymbol{D}}_ц^0.\tag{7.3.12}$$

Отсюда видно, что выбором коэффициента c можно обеспечить значительное уменьшение требуемых нормальных ускорений ракеты в широком диапазоне условий стрельбы. Так, если принять $c=1$, что соответствует методу наведения, для которого программное направление вектора дальности ракеты определяется формулой (7.2.3), то коэффициент при $\dot{\boldsymbol{D}}_ц^0$ будет малым в широком диапазоне условий стрельбы, а коэффициент при $\ddot{\boldsymbol{D}}_ц^0$ изменит знак по сравнению с соответствующим коэффициентом в формуле (7.3.5). В результате требуемое нормальное ускорение ракеты определится для этого метода наведения формулой

$$\boldsymbol{a}_N\cong\frac{\ddot\delta}{\dot\delta}D_р\dot{\boldsymbol{D}}_ц^0-D_р\ddot{\boldsymbol{D}}_ц^0.\tag{7.3.13}$$

Если принять $c=1/2$, то коэффициент при $\ddot{\boldsymbol{D}}_ц^0$ станет равным нулю, а коэффициент при $\dot{\boldsymbol{D}}_ц^0$ уменьшится приблизительно вдвое по сравнению с соответствующим коэффициентом в фор-

муле (7.3.5) для всех условий стрельбы. В результате требуемое нормальное ускорение ракеты определится формулой

$$\boldsymbol{a}_N \approx \frac{1}{2}\left(2\dot{D}_{\text{р}} - \frac{\dot{v}}{v} D_{\text{р}} + \frac{\ddot{\delta}}{\dot{\delta}} D_{\text{р}}\right) \dot{\boldsymbol{D}}_{\text{ц}}^{0}. \qquad (7.3.14)$$

Выведенные формулы дают возможность произвести сравнительную численную оценку рассмотренных методов наведения телеуправляемых ракет.

Сравнение рассмотренных методов наведения показывает, в частности, что простейший метод наведения — трехточечный, позволяющий ограничиться лишь простейшей аппаратурой, дающей возможность оценивать отклонение ракеты от прямой, соединяющей командный пункт с целью, т. е. разности угловых координат ракеты и цели, оказывается невыгодным для зенитных управляемых ракет с точки зрения требуемых нормальных ускорений ракеты.

Метод наведения с углами упреждения, пропорциональными разности дальностей с постоянными коэффициентами пропорциональности, требует сравнительно небольшого усложнения системы управления, а именно, введения каналов измерения дальностей цели и ракеты и вычислителя углов упреждения. Однако этот метод дает значительное уменьшение требуемых нормальных ускорений ракеты по сравнению с трехточечным методом только в узком диапазоне условий стрельбы. Для расширения области применения этого метода наведения и придания ему большей тактической гибкости необходимо дополнительно ввести в систему управления вычислитель коэффициентов пропорциональности по данным начальным условиям стрельбы (высота, скорость полета, курс цели, начальная дальность).

Еще более гибкими в тактическом отношении являются различные варианты метода наведения с углом упреждения, пропорциональным разности дальностей и угловой скорости вектора дальности цели. Однако и эти методы наведения не обеспечивают минимальных требуемых нормальных ускорений ракеты. Кроме того, они требуют ввода в систему управления дополнительных вычислительных устройств, определяющих производные угловых координат цели. Эта операция всегда связана с потерей точности, если не применять оптимальных методов обработки информации. Поэтому при применении этих методов наведения параметры управления определяются с высоким уровнем шумов (помех), что приводит к увеличению рассеивания ракет. Применение же оптимальных методов обработки информации для определения производных угловых координат цели значительно менее выгодно, чем их применение для непосредственной экстраполяции координат цели.

Если возможно применение в системе управления цифровой вычислительной машины, то наилучшим методом наведения

телеуправляемых зенитных ракет, требующим минимальных нормальных ускорений ракеты, будет метод наведения вектора скорости ракеты в точку встречи с целью, определяемую в системе управления на основе оптимальной обработки информации. Наилучшим из методов наведения с углом упреждения будет метод, основанный на определении углов упреждений путем оптимальной экстраполяции координат цели.

§ 7.4. ПРИНЦИПЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ УПРАВЛЕНИЯ. ТИПЫ СИСТЕМ ТЕЛЕУПРАВЛЕНИЯ

Основными источниками информации о цели и о поведении ракеты в системах телеуправления служат измерители координат цели и ракеты. Хотя в принципе для измерения координат цели и ракеты может быть использован любой тип контраста цели, в настоящее время в системах телеуправления авиационных и космических ракет применяются практически только радиолокационные измерители.

Для измерения координат цели всегда применяется радиолокатор того или иного типа. Координаты ракеты можно измерять независимо от координат цели тем же или другим локатором. В этом случае параметры управления формируются на командном пункте вычислительными устройствами. Этими же вычислительными устройствами могут быть выполнены и все преобразования параметров управления, необходимые для организации управления и для обеспечения необходимого качества процесса управления. Таким образом, при независимом измерении координат цели и ракеты формирование параметров управления и все необходимые преобразования их могут быть выполнены на командном пункте. В таком случае возникает необходимость передачи на ракету команд управления, сформированных вычислительными устройствами. Для передачи команд приходится применять радиолинии связи или проводные линии связи. Проводные линии связи более помехоустойчивы, чем радиолинии. Однако их конструктивное оформление связано со значительными трудностями. Вследствие этого проводные линии связи значительно реже применяются в системах телеуправления, чем радиолинии.

Системы телеуправления с независимым измерением координат цели и ракеты и линиями связи для передачи команд на ракету называются *командными системами телеуправления.*

Для реализации трехточечного метода наведения или метода наведения с углом упреждения измерение угловых координат ракеты можно производить в системе координат, определенным образом связанной с целью. Так, например, можно измерять углы отклонения ракеты от требуемого методом наведения направления вектора дальности ракеты. Для этого достаточно применить радиолокатор с узким лучом, ось которого (ось рав-

носигнальной зоны) совпадает с требуемым направлением вектора дальности ракеты, вычисленным по измеренным координатам цели и дальности ракеты в соответствии с принятым методом наведения. Такой локатор дает возможность измерять угловые координаты ракеты в луче (т. е. относительно оси луча), которые, согласно изложенному в § 7.2, могут быть приняты за параметры управления. Таким образом, в отличие от системы телеуправления с независимым измерением координат ракеты и цели, при применении для измерения координат ракеты системы координат, связанной с требуемым направлением вектора дальности ракеты, параметры управления могут быть измерены непосредственно. При этом измерение параметров управления может быть осуществлено на самой ракете путем приема и соответствующей обработки сигнала, излучаемого радиолокатором. Таким образом, отпадает необходимость в линии связи для передачи команд и в устройствах для измерения координат ракеты и вычисления параметров управления на командном пункте. Естественно, что в этом случае и все необходимые преобразования параметров управления приходится осуществлять на борту ракеты.

Системы телеуправления с непосредственным измерением параметров управления как углов отклонения вектора дальности ракеты $\boldsymbol{D}_{\text{р}}$ от оси равносигнальной зоны радиолокатора, задающего требуемое направление вектора дальности ракеты $\boldsymbol{D}^{0}_{\text{рп}}$, называются *системами телеуправления по равносигнальной зоне.*

В системах телеуправления по равносигнальной зоне на командном пункте осуществляется только измерение координат цели и дальности ракеты $D_{\text{р}}$, вычисление требуемого направления вектора дальности ракеты и совмещение с этим направлением равносигнальной зоны радиолокатора, управляющего ракетой. Измерение параметров управления осуществляется на борту ракеты. В частном случае трехточечного метода наведения для управления полетом ракеты можно использовать непосредственно радиолокатор, следящий за целью. В этом случае отпадает необходимость в явном измерении координат цели и дальности ракеты и в вычислении требуемого направления вектора дальности ракеты. В результате система управления значительно упрощается. Этим и объясняется широкое применение трехточечного метода наведения.

Для управления баллистической ракетой на активном участке траектории телеуправление обычно применяется только для корректирования боковых отклонений ракеты от заданной вертикальной плоскости, а для управления вертикальным движением применяется автономная система. В таких случаях достаточно сформировать равносигнальную зону в форме равносигнальной плоскости. Равносигнальная плоскость может также

применяться для корректирования боковых отклонений крылатой ракеты от заданного направления полета.

Таким образом, существуют два вида телеуправления по равносигнальной зоне — *телеуправление по равносигнальной линии*, называемое обычно *телеуправлением по лучу*, и *телеуправление по равносигнальной плоскости*.

Следует подчеркнуть, что телеуправление по равносигнальной зоне можно применять только при трехточечном методе наведения и при различных вариантах метода наведения с углом упреждения, в то время как командное телеуправление можно применять при любом методе наведения.

Глава 8

КАНАЛЫ ПЕРЕДАЧИ КОМАНД В СИСТЕМАХ ТЕЛЕУПРАВЛЕНИЯ

§ 8.1. СОСТАВ И НАЗНАЧЕНИЕ АППАРАТУРЫ КАНАЛА ПЕРЕДАЧИ КОМАНД

Из § 7.4 следует, что при командном телеуправлении параметры управления формируются вычислительным устройством по сигналам измерителей координат цели и ракеты соответствующим образом преобразуются, а затем в виде команд передаются с командного пункта на ракету (рис. 8.1.1).

Команда зависит от элементов, определяющих положение и движение цели и ракеты. Цель и ракета являются весьма инерционными объектами. Поэтому команда представляет собой медленно изменяющуюся функцию времени.

Для передачи команд обычно используется радиосвязь. Непосредственная передача по радио медленно изменяющихся сигналов практически невозможна из-за неприемлемых размеров антенных систем. Непосредственная передача команд невозможна еще и потому, что ракета управляется по нескольким каналам. Телеуправляемая крестокрылая ракета, например, управляется с помощью команд по курсу и тангажу. Команды, предназначенные для управления ракетой по курсу, по спектральным характеристикам практически не отличаются от команд, предназначенных для управления ракетой по тангажу. Если такие команды передавать одновременно, то на ракете нельзя будет их разделить по соответствующим каналам управления.

Таким образом, возникает необходимость преобразовать команды в высокочастотный сигнал и снабдить их определенными признаками, которые однозначно определяют, к какому каналу относится та или иная команда. Эти задачи решаются с помощью шифратора и передатчика. Шифратор определенным образом «окрашивает» команды, относящиеся к различным каналам управления. Кроме того, шифратор может придавать сигналам свойства, повышающие помехоустойчивость системы связи. Передатчик генерирует высокочастотные колебания, которые модулируются сигналами шифратора и передаются на ракету. Радиосвязь осуществляется на частотах, в $10^4 \div 10^{10}$ раз боль-

ших частот, которые имеет смысл учитывать в спектрах команд.

Носителями команд могут быть непрерывные синусоидальные колебания или периодические последовательности коротких импульсов. С помощью шифратора непрерывный или импульсный носитель модулируется командами. Модуляцией, как известно, называется изменение того или иного параметра носителя в соответствии с передаваемым сигналом. Если, например, командой модулируется амплитуда синусоидального колебания, то при этом в соответствии с текущим значением команды изменяется амплитуда синусоиды. При импульсной модуляции в зависимости от команды изменяется какой-либо параметр периодически повторяющихся импульсов, например, длительность или амплитуда импульсов.

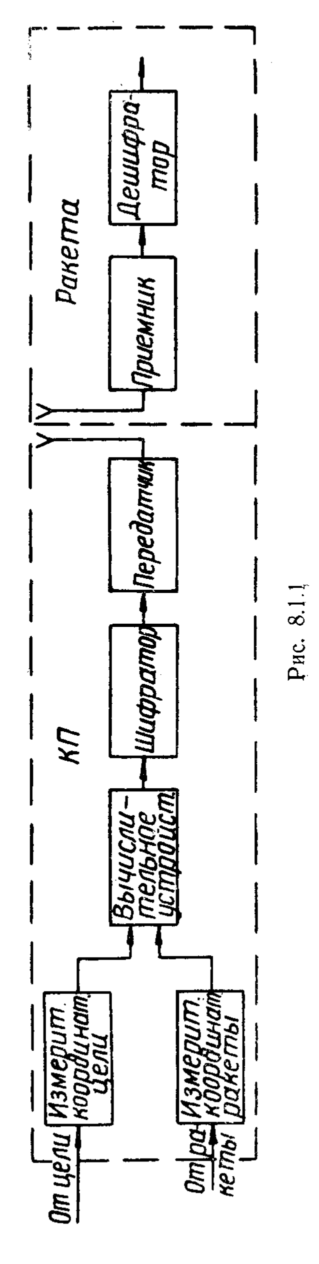


Рис. 8.1.1

Для разделения каналов можно использовать различные свойства носителей полезной информации. В случае, когда носителем является непрерывное синусоидальное колебание, для разделения каналов можно использовать частоту синусоиды. В этом случае в шифраторе должны генерироваться синусоидальные колебания, частоты которых для различных каналов различны. В принципе можно было бы выбирать частоты носителей команд настолько высокими, чтобы можно было непосредственно передавать генерируемые сигналы на ракету. Однако при этом потребуется столько передатчиков, сколько каналов управления. Это не выгодно как по энергетическим, так и по конструктивным соображениям. Целесообразно иметь один высокочастотный передатчик. При этом высокочастотный сигнал передатчика модулируется сразу всеми командами, т. е. командами, соответствующими всем каналам. Сложение носителей, модулированных командами различных каналов управления, также осуществляется в шифраторе.

Из сказанного следует, что при командном телеуправлении необходима по крайней мере двойная модуляция — первый раз носитель полезной информации модулируется командой, второй раз высокочастотные колебания передатчика модулируются уже промодулированными синусоидальными колебаниями или импульсами. Синусоидальные колебания и импульсы, которые непосредственно модулируются командами, принято называть поднесущими сигналами или просто поднесущими. Высокочастотные колебания передатчика называются несущими. В ряде случаев осуществляется более чем двукратная модуляция.

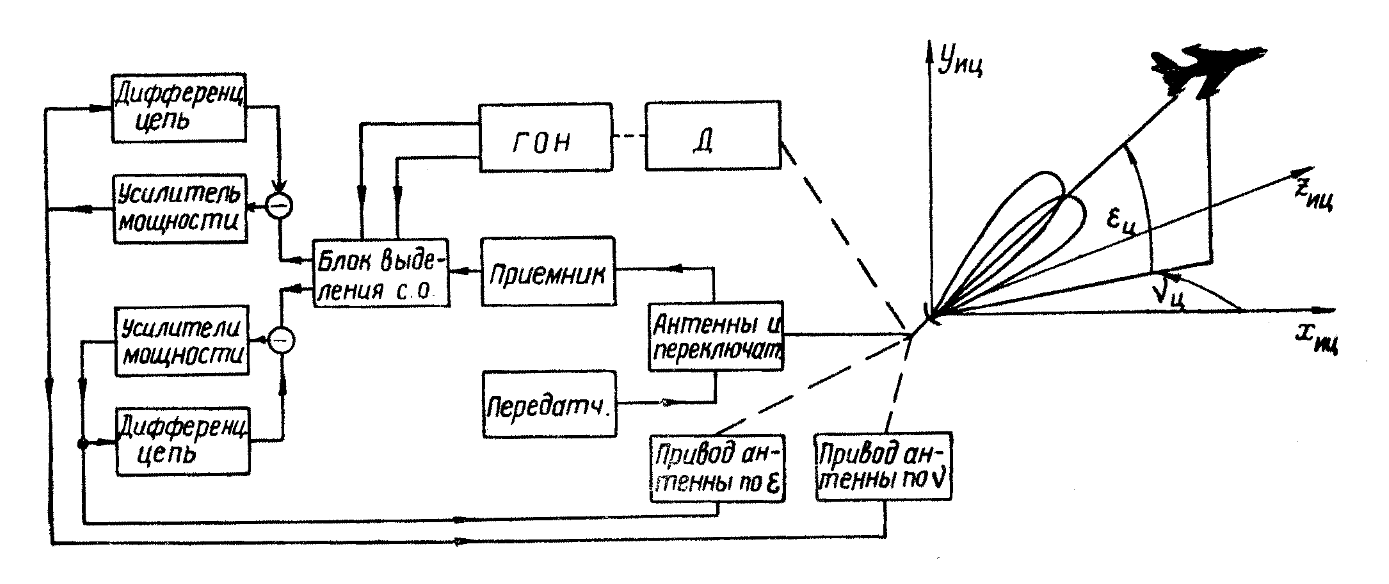
Высокочастотный сигнал принимается приемником ракеты. В приемнике производится первичная демодуляция сигнала. Вторичную демодуляцию и разделение команд по каналам осуществляет дешифратор.

§ 8.2. ИЗМЕРИТЕЛИ КООРДИНАТ ЦЕЛИ И РАКЕТЫ

В качестве измерителей координат цели и ракеты в командных системах телеуправления обычно применяются радиолокаторы. Измерение координат цели и ракеты осуществляется соответственно в измерительных системах координат $O_{иц} x_{иц} y_{иц} z_{иц}$ и $O_{ир} x_{ир} y_{ир} z_{ир}$, связанных с командным пунктом. В авиационных системах телеуправления положение осей координат может быть стабилизировано с помощью гироплатформ. При этом начала измерительных систем координат (точки $O_{иц}$ и $O_{ир}$) совпадают.

Радиолокационные измерители обеспечивают непосредственное измерение угловых координат, дальностей и, если необходимо, радиальных скоростей, связанных известными соотношениями с допплеровскими частотами радиосигналов.

На рис. 8.2.1 показана одна из возможных функциональных схем измерителя координат цели. Измеритель представляет собой следящую систему, обеспечивающую угловое сопровождение цели с помощью сканирующего луча. Сканирование луча производится с помощью двигателя *Д*. Сигнал передатчика излучается антенной в направлении к цели. Отраженный сигнал принимается той же антенной и через антенный переключатель направляется к приемнику. После усиления и первичного детектирования производится вторичное детектирование и выделение сигнала ошибки, который несет информацию об отклонении цели от оси равносигнальной зоны. Для определения составляющих ошибки по углу места ε и по азимуту ν в блок выделения сигнала ошибки подается опорное напряжение, генерируемое специальным генератором ГОН. Усиленные по мощности сигналы рассогласования подаются на входы соответствующих исполнительных устройств (приводов), с помощью которых изменяется положение антенной системы и обеспечивается слежение за целью. Усилители мощности охвачены отрицательной обратной



$y_{иц}$
$z_{иц}$
$x_{иц}$
$\varepsilon_ц$
$\nu_ц$
Дифференц цепь
Усилитель мощности
ГОН
Д
Блок выделения с.о.
Приемник
Усилители мощности
Антенны и переключат
Передатч.
Дифференц цепь
Привод антенны по ε
Привод антенны по ν

Рис. 8.2.1

связью, с помощью которой корректируются динамические свойства следящей системы. Сигналы, пропорциональные углам $\varepsilon_ц$ и $\gamma_ц$, снимаются с потенциометрических датчиков. Движки потенциометрических датчиков перемещаются совместно с антенной системой, а каркасы потенциометров закреплены неподвижно относительно измерительной системы координат.

Для определения текущего значения $D_ц$ измеритель имеет систему автоматического сопровождения цели по дальности.

В рассмотренном примере для определения угловых координат цели используется сканирующий луч. Могут быть и другие измерители. В частности, в случаях, когда необходимо измерять только азимут цели, могут использоваться разностно-дальномерные, фазовые и другие многоканальные системы, известные в радиолокации.

Особенностью измерителей координат цели является то, что они используют энергию, отраженную от цели. Измерители координат ракеты принципиально не отличаются от измерителей координат цели, но в отличие от последних они используют энергию, излучаемую специальными передатчиками, устанавливаемыми на ракете. Это устраняет потребность в высокой чувствительности и большом коэффициенте усиления приемников. Стабильность сигналов, излучаемых передатчиком ракеты, обеспечивает высокую точность измерения координат.

Применяются два типа измерителей координат ракеты: измерители «без запроса» и измерители «с запросом». В первом случае передатчик, установленный на ракете, работает в заданном режиме независимо от командного пункта. Во втором—передатчик работает только тогда, когда получает с командного пункта запрос в виде специального сигнала. В первом случае измеритель координат ракеты на командном пункте имеет только приемные устройства, во-втором — на командном пункте, кроме приемника, нужен передатчик для посылки запроса на ракету. В первом случае на ракете установлен только передатчик, во втором — не только передатчик, но и приемник, необходимый для получения запроса.

Блок приемника и передатчика, установленный на ракете, называется *ответчиком*. Обычно запрос производится на одной волне, а ответ — на другой. Это позволяет устранить вредное влияние радиоволн, отраженных от ракеты и от других предметов.

Как видно, измеритель координат ракеты «без запроса» проще. Кроме того, отсутствие приемника на ракете исключает один вход для помех и повышает помехоустойчивость измерителя в целом. Существенным недостатком измерителей «без запроса» является то, что они не могут производить измерение дальности до ракеты. Вследствие этого измерители координат ракеты «без запроса» могут применяться практически только для наведения трехточечным методом.

§ 8.3. ПЕРЕДАЧА КОМАНД ПРИ НЕПРЕРЫВНОЙ ПОДНЕСУЩЕЙ

Непрерывная поднесущая обычно представляет собой синусоидальное колебание, характеризуемое амплитудой, частотой и фазой. Каждый из этих параметров может изменяться в соответствии с текущим значением команды. Если в соответствии с командой изменяется амплитуда, то модуляция называется *амплитудной* (АМ). При изменении частоты или фазы модуляция называется соответственно *частотной* (ЧМ) или *фазовой* (ФМ).

Представим поднесущую в виде

$$u_п = U_п \cos \omega_п t. \tag{8.3.1}$$

Для простоты начальное значение фазы φ_0 принято равным нулю.

Командный сигнал $u_к$ представляет собой медленно изменяющуюся функцию времени, выраженную в вольтах. Эту функцию следует считать случайной, так как вследствие действия на ракету и систему управления случайных возмущений, а также непредвиденных маневров цели закон изменения команды во времени будет изменяться от пуска одной ракеты к пуску другой. На сравнительно небольших участках времени функцию $u_к(t)$ можно считать стационарной.

Амплитудная модуляция состоит в том, что амплитуда поднесущей $U_п$ получает приращение, пропорциональное командному сигналу. При этом амплитудно-модулированная поднесущая представляется в виде

$$u_{ам} = (U_п + k_a u_к) \cos \omega_п t. \tag{8.3.2}$$

Безразмерный коэффициент k_a характеризует крутизну модуляционной характеристики амплитудного модулятора. Отношение $k_a \sigma_к / U_п = m_a$, в котором $\sigma_к$ является средним квадратическим значением команды, называется *эффективным коэффициентом амплитудной модуляции.* При $k_a u_к/U_п > 1$ возникают специфические искажения, называемые *перемодуляцией.* Поэтому при передаче команды стремятся обеспечить выполнение условия $k_a \sigma_к < U_п$.

При фазовой модуляции фаза поднесущей изменяется в соответствии с командой, то есть $\varphi = \omega_п t + k_ф u_к$. Коэффициент $k_ф$ характеризует крутизну модуляционной характеристики фазового модулятора и имеет размерность радиан/вольт. При фазовой модуляции

$$u_{фм} = U_п \cos (\omega_п t + k_ф u_к). \tag{8.3.3}$$

Среднее квадратическое отклонение фазы от начального значения, вызванное изменением команды, называется *эффективным индексом фазовой модуляции* $m_ф = k_ф \sigma_к$.

При частотной модуляции частота поднесущей получает приращение, пропорциональное командному сигналу, то есть $\omega = \omega_п + k_ч u_к$. Коэффициент $k_ч$ характеризует крутизну модуляционной характеристики частотного модулятора и имеет размерность — угловая частота/вольт. Фаза поднесущей равна интегралу от частоты ω. Следовательно, при частотной модуляции

$$u_{чм} = U_п \cos\left(\omega_п t + k_ч \int_0^t u_к \, dt\right). \qquad (8.3.4)$$

Среднее квадратическое отклонение частоты модулированной поднесущей от величины $\omega_п$, называется *эффективной девиацией частоты* $\sigma_ч = k_ч \sigma_к$. Отношение $\sigma_ч$ к максимальной частоте $\Omega_к$, которую имеет практический смысл включать в спектр команды, принято называть *эффективным индексом частотной модуляции* $m_ч = \sigma_ч/\Omega_к$. Очевидно, $m_ч = k_ч \sigma_к/\Omega_к$. При передаче команд принимают $m_ч \gg 1$.

Сравнивая равенства (8.3.3), (8.3.4), можно заметить, что отличие ФМ от ЧМ состоит в том, что при ФМ фаза поднесущей изменяется в соответствии с модулирующей функцией, а при ЧМ — в соответствии с интегралом от модулирующей функции.

Помехоустойчивость, пропускная способность и другие характеристики, определяющие эффективность канала связи командного пункта с ракетой, зависят от ширины спектра модулированной поднесущей. Под шириной спектра поднесущей будем понимать величину Ω, определяемую равенством

$$\Omega = \sigma^2 / 2s_0, \qquad (8.3.5)$$

где σ^2 — дисперсия модулированной поднесущей, s_0 — значение спектральной плотности флуктуаций модулированной поднесущей на некоторой характерной частоте. При определении ширины спектра, начинающегося с нулевых частот, обычно принимают $s_0 = s(0)$. Иногда за величину s_0 принимают максимальное значение спектральной плотности.

Будем полагать, что команда $u_к$ является стационарной случайной функцией времени с равным нулю математическим ожиданием, корреляционной функцией $k_к(\tau)$ и спектральной плотностью $s_к(\omega)$. Ширина спектра команды равна:

$$\Omega_к = \sigma_к^2 / 2s_к(0). \qquad (8.3.6)$$

Корреляционная функция амплитудно-модулированной поднесущей (8.3.2) равна:

$$k_{ам}(\tau) = \frac{1}{2} k_a^2 k_к(\tau) \cos \omega_п \tau. \qquad (8.3.7)$$

По формуле (4.4.5) находим спектральную плотность флуктуаций поднесущей

$$s_{ам}(\omega) = \frac{k_a^2}{4}\left[s_к(\omega_п - \omega) + s_к(\omega_п + \omega)\right]. \qquad (8.3.8)$$

Принимая в качестве характерной частоту поднесущей, на которой значение $s_{ам}(\omega)$ максимально, определим ширину спектра поднесущей $\Omega_{ам}$. Из (8.3.7), положив $\tau = 0$ и имея в виду, что $k_{ам}(0) = \sigma^2_{ам}$, $k_к(0) = \sigma_к^2$, находим дисперсию поднесущей $\sigma^2_{ам} = k_a^2 \sigma_к^2 / 2$. Из (8.3.8), положив $\omega = \omega_п$ и имея в виду, что $s_к(0) \gg s_к(2\omega_п)$, находим $s_0 = k_a^2 s_к(0)/4$. По формуле (8.3.5) определяем ширину спектра

$$\Omega_{ам} = \sigma_к^2 / s_к(0). \qquad (8.3.9)$$

Сравнивая правые части равенств (8.3.6) и (8.3.9), замечаем, что

$$\Omega_{ам} = 2\Omega_к. \qquad (8.3.10)$$

При фазовой и частотной модуляции амплитуда поднесущей не изменяется и средняя мощность модулированной поднесущей равна мощности немодулированной поднесущей. Имея в виду, что дисперсия равна средней мощности случайного процесса, запишем

$$\sigma^2_{фм} = \sigma^2_{чм} = U_п^2 / 2. \qquad (8.3.11)$$

Спектральная плотность поднесущей, модулированной по фазе командой $u_к$, имеющей нормальный закон распределения и одинаковую спектральную плотность в полосе частот от 0 до $\Omega_к$, выражается формулой

$$s_{фм}(\omega) = \frac{U_п^2}{4k_ф \sigma_к \Omega_к}\sqrt{\frac{3}{2\pi}} \exp\left[-\frac{3(\omega - \omega_п)^2}{2\Omega_к^2 k_ф^2 \sigma_к^2}\right]. \qquad (8.3.12)$$

Из (8.3.12) при $\omega = \omega_п$ находим

$$s_0 = \frac{U_п^2}{4k_ф \sigma_к \Omega_к}\sqrt{\frac{3}{2\pi}}. \qquad (8.3.13)$$

По формуле (8.3.5) определяем ширину спектра поднесущей, модулированной по фазе

$$\Omega_{фм} = k_ф \sigma_к \Omega_к \sqrt{\frac{2\pi}{3}}. \qquad (8.3.14)$$

Учитывая, что $k_ф \sigma_к = m_ф$, запишем

$$\Omega_{фм} = m_ф \sqrt{\frac{2\pi}{3}}\, \Omega_к. \qquad (8.3.15)$$

Спектральная плотность поднесущей, модулированной по частоте, выражается формулой

$$s_{\text{чм}}(\omega) = \frac{U_{\text{п}}^2}{4k_{\text{ч}}\sigma_{\text{к}}\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\omega-\omega_{\text{п}})^2}{2k_{\text{ч}}^2\sigma_{\text{к}}^2}\right]. \qquad (8.3.16)$$

Из (8.3.16) при $\omega = \omega_{\text{п}}$ находим

$$s_0 = \frac{U_{\text{п}}^2}{4k_{\text{ч}}\sigma_{\text{к}}\sqrt{2\pi}}. \qquad (8.3.17)$$

По формуле (8.3.5) определяем ширину спектра поднесущей, модулированной по частоте

$$\Omega_{\text{чм}} = k_{\text{ч}}\sigma_{\text{к}}\sqrt{2\pi}. \qquad (8.3.18)$$

Учитывая, что $k_{\text{ч}}\sigma_{\text{к}} = m_{\text{ч}}\Omega_{\text{к}}$, запишем

$$\Omega_{\text{чм}} = m_{\text{ч}}\sqrt{2\pi}\,\Omega_{\text{к}}. \qquad (8.3.19)$$

Следует иметь в виду, что поднесущая, модулированная командой, в общем случае не является стационарной случайной функцией времени. Это хорошо видно по выражениям (8.3.2), (8.3.4). При приближенном анализе вероятностные характеристики поднесущей осредняются по времени в пределах периода. Так Б. Р. Левиным получены формулы для спектральных плотностей, которыми мы пользовались при определении ширины спектра.

Из формул (8.3.8), (8.3.12), (8.3.16) видно, что спектр модулированной поднесущей сосредоточен симметрично относительно частоты поднесущей. Формулы (8.3.10), (8.3.14), (8.3.18) показывают, что ширина спектра амплитудно-модулированной поднесущей в два раза больше ширины спектра команды. Ширина спектра поднесущей, модулированной по фазе, зависит не только от ширины спектра, но и от дисперсии команды. Ширина спектра поднесущей, модулированной по частоте, определяется дисперсией команды и не зависит от ширины спектра команды. Ширина спектра поднесущей, модулированной по фазе и частоте, может значительно превосходить ширину спектра поднесущей, модулированной по амплитуде. Это достигается путем соответствующего выбора коэффициентов $k_{\text{ф}}$ и $k_{\text{ч}}$, а также путем изменения мощности команды.

При управлении с помощью интерцепторов или виброрулей команда по каждому каналу может принимать только два значения, соответствующие двум крайним положениям соответствующего интерцептора или виброруля. В таких случаях для передачи команды целесообразно использовать частотную манипуляцию, которая состоит в том, что при одном значении модулирующей функции генерируется поднесущая одной частоты, а при другом — поднесущая другой частоты. На рис. 8.3.1

показан частотно-манипулированный сигнал для случая, когда командой являются импульсы одинаковой амплитуды разной длительности и разной полярности (рис. 8.3.1,*а*). Эффективная величина команды при этом выражается через длительности импульсов двух видов t_1 и t_2 формулой

$$\xi_к = \frac{t_1 - t_2}{t_1 + t_2}. \quad (8.3.20)$$

Эта величина обычно называется *коэффициентом команды.*

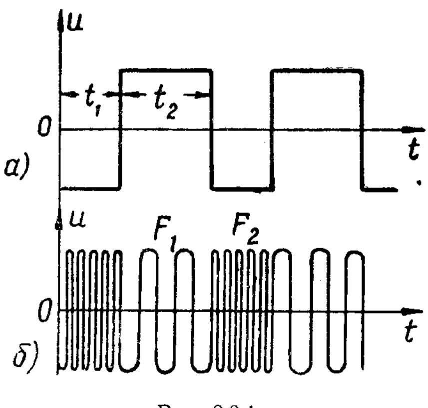


Рис. 8.3.1

Модулированная командой поднесущая является в свою очередь модулирующей функцией для несущей, генерируемой высокочастотным генератором передатчика. При сокращенном обозначении вида модуляции сигналов, передаваемых с командного пункта на ракету, сначала указывается первичная модуляция, а затем вторичная. Если, например, производится частотная модуляция поднесущей и амплитудная модуляция несущей, то сигнал обозначается ЧМ-АМ. При непрерывной поднесущей, кроме ЧМ-АМ, возможны АМ-АМ и ФМ-АМ. Вторичная модуляция может быть не только амплитудной. Однако в настоящее время из-за простоты чаще всего применяется амплитудная модуляция сигналов высокочастотного генератора.

§ 8.4. ПЕРЕДАЧА КОМАНД ПРИ ИМПУЛЬСНОЙ ПОДНЕСУЩЕЙ

Периодическая последовательность прямоугольных импульсов (рис. 8.4.1) характеризуется амплитудой импульса U_m, длительностью (широтой) импульса $T_и$, периодом повторения импульсов $T_п$ и смещением (фазой) импульсов относительно некоторого первоначального положения. Каждый из этих параметров можно сделать носителем команды. Команда может передаваться путем модуляции амплитуды (АИМ), длительности (ШИМ), частоты повторения (ЧИМ) и фазы (ФИМ) импульсов. Частотная импульсная модуляция и фазовая импульсная модуляция по существу являются разновидностями временной импульсной модуляции (ВИМ). Особое место занимает кодовая импульсная модуляция (КИМ).

При АИМ амплитуда импульсов изменяется в соответствии с командой (рис. 8.4.2) и приобретает вид $U_m + k_m u_к$. Безразмерный коэффициент k_m определяет крутизну модуляционной

характеристики импульсного амплитудного модулятора. Для уменьшения искажений, связанных с перемодуляцией, при передаче команд стремятся обеспечить выполнение неравенства $k_m \sigma_к < U_m$. Поднесущую можно представить в виде

$$u_{аим} = \begin{cases} U_m + k_m u_к(t_n) & \text{при } t_n = \tau_1 + nT_п < t < \tau_2 + nT_п \\ & \text{при } \tau_2 + nT_п < t < \tau_1 + (n+1)T_п, \end{cases} \quad (8.4.1)$$

где n — номер импульса, τ_1 и τ_2 — моменты, определяющие положение первого импульса периодической последовательности. Из рис. 8.4.1 видно, что $\tau_2 - \tau_1 = T_и$.

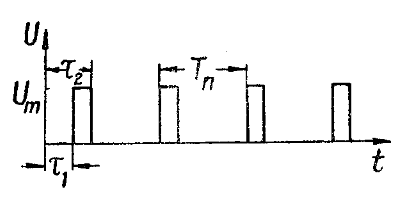


Рис. 8.4.1

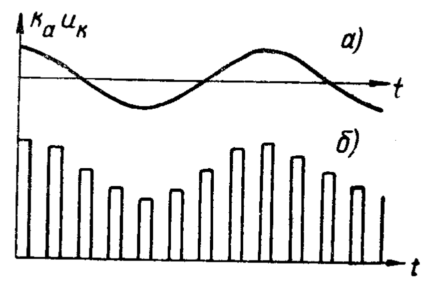


Рис. 8.4.2

При ШИМ длительность импульсов изменяется по закону, определяемому командой. Длительность импульсов часто изменяется путем изменения положения его заднего фронта. Передние фронты импульсов при этом следуют равномерно с частотой

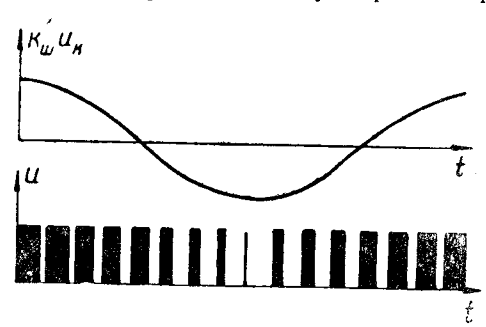


Рис. 8.4.3

повторения $F_п = 1/T_п$ (рис. 8.4.3). При модуляции командой $u_к(t)$ положения задних фронтов соответствуют моментам времени

$$t_n = \tau_1 + nT_п + T_и + k_ш u_к(t_n). \quad (8.4.2)$$

Коэффициент $k_ш$ определяет крутизну модуляционной характеристики импульсного модулятора, изменяющего ширину импульсов, и имеет размерность время/вольт. Имея в виду, что макси-

мальное изменение длительности импульса не может превосходить величину $T_и$, при передаче команд стремятся обеспечить выполнение условия $k_ш э_к < T_и$. Модулированную последовательность импульсов при ШИМ можно записать в виде

$$u_{шим} = \begin{cases} U_m & \text{при } \tau_1 + nT_п < t < \tau_1 + nT_п + T_и + k_ш u_к(t_n) \\ 0 & \text{при } \tau_1 + nT_п + T_и + k_ш u_к(t_n) < t < \tau_1 + (n+1)\, T_п. \end{cases} \quad (8.4.3)$$

Сущность ФИМ состоит в изменении в соответствии с командой временного сдвига каждого импульса модулированной последовательности по отношению к периодической последовательности немодулированных импульсов (рис. 8.4.4). Импульсы не-

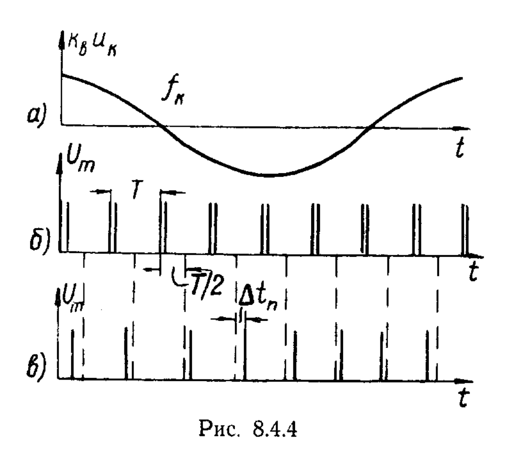


Рис. 8.4.4

модулированной последовательности называют тактовыми или опорными, а импульсы модулированной последовательности — рабочими. Полезная информация заключена во взаимном положении тактовых и рабочих импульсов. Следовательно, при ФИМ нужно передавать импульсы как тактовые, так и рабочие. Тактовые импульсы по какому-либо признаку должны отличаться от рабочих, в противном случае импульсы нельзя будет различить на приемной стороне. На рис. 8.4.4 тактовыми являются сдвоенные импульсы. Положение тактовых импульсов определяется положением переднего фронта первого импульса. Положение каждого рабочего импульса определяется также его передним фронтом. Обычно временной сдвиг рабочих импульсов Δt_n отсчитывается от моментов времени, равных $t_0 + nT_п + \frac{T_п}{2}$,

где t_0 — момент времени, определяющий положение первой пары тактовых импульсов. При нулевой команде передний фронт рабочего импульса находится в середине между парами тактовых импульсов. Моменты времени, соответствующие посылкам рабо-

чих импульсов при модуляции командой $u_к(t)$, выражаются в виде

$$t_n = t_0 + nT_п + \frac{T_п}{2} + k_в u_к(t_n). \quad (8.4.4)$$

Коэффициент $k_в$ характеризует крутизну модуляционной характеристики импульсного модулятора и имеет размерность — время/вольт. Чтобы уменьшить искажения, при передаче команды стремятся обеспечить выполнение условия $k_в \sigma_к < T_п / 2$.

Амплитуда рабочих импульсов в процессе модуляции не изменяется, длительность также постоянна. Совокупность рабочих импульсов можно записать в виде

$$u_{вим} = \begin{cases} U_m \text{ при } t_0 + nT_п + \frac{T_п}{2} + k_в u_к(t_n) < t < t_0 + \\ \qquad + nT_п + \frac{T_п}{2} + k_в u_к(t_n) + T_и \\ 0 \text{ при } t_0 + nT_п + \frac{T_п}{2} + k_в u_к(t_n) + \\ \qquad + T_и < t < t_0 + (n+1)T_п + \frac{T_п}{2} + k_в u_к(t_n). \end{cases} \quad (8.4.5)$$

Отличие ЧИМ от ФИМ по существу сводится к отличию ЧМ от ФМ. Поэтому выражение для импульсной поднесущей, модулированной командой по частоте повторения импульсов, может быть получено из (8.4.5) путем замены модулирующей функции интегралом от нее.

Модулированную по амплитуде импульсную поднесущую можно представить в виде суммы двух составляющих, одна из которых $u_1(t)$ является периодической последовательностью импульсов постоянной амплитуды, равной U_m, а другая $u_2(t)$ является периодической последовательностью импульсов, имеющих случайную амплитуду. Среднее значение составляющей $u_2(t)$ равно нулю. Дисперсии амплитуд импульсов постоянны и равны дисперсии команды $\sigma_к^2$, так как команда является стационарной случайной функцией времени. Спектральная плотность поднесущей равна:

$$s_a(\omega) = s_1(\omega) + s_2(\omega), \quad (8.4.6)$$

где $s_1(\omega)$, $s_2(\omega)$ — спектральные плотности составляющих. Можно показать, что

$$s_1(\omega) = \frac{U_m^2 T_и^2}{T_п^2} |s(i\omega)|^2 \sum_{r=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - \frac{2\pi r}{T_п}\right), \quad (8.4.7)$$

$$s_2(\omega) = \frac{T_и^2 D_к}{2\pi T_п} |s(i\omega)|^2, \quad (8.4.8)$$

где $|s(i\omega)|^2 = (\sin \omega\tau_и / \omega\tau_и)^2$, $\tau_и = T_и / 2$.

Из равенств (8.4.7), (8.4.8) видно, что $s_1(\omega)$ является импульсной, а $s_2(\omega)$ — непрерывной функцией частоты. Нулевые значения огибающих функций $s_1(\omega)$ и $s_2(\omega)$ соответствуют частотам, равным $\omega_n = 2n\pi / T_и$, где n — целое число. Первый нуль огибающих соответствует частоте, равной:

$$F_a = 1 / T_и \ [герц]. \quad (8.4.9)$$

На рис. 8.4.5 показана функция $s_a(\omega)$. Из рис. 8.4.5 видно, что основная мощность импульсной поднесущей сосредоточена в полосе частот от 0 до F_a. Поэтому величину F_a принято считать шириной спектра импульсной поднесущей. Как видно, ширина спектра определяется длительностью импульсов и практически не зависит от команды.

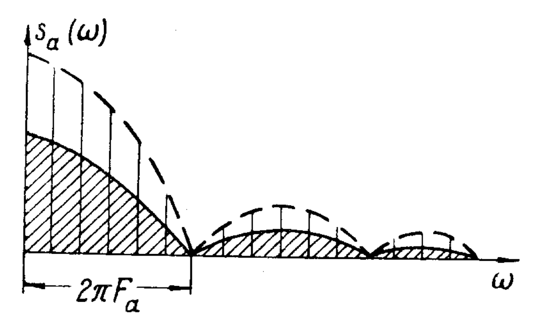


Рис. 8.4.5

Рис. 8.4.5 соответствует случаю, когда спектральная плотность команды постоянна в полосе частот $\Omega_к > \pi / T_п$. Если $\Omega_к < \pi / T_п$, спектральная плотность $s_1(\omega)$ преобразуется в периодически повторяющиеся полосы, симметрично расположенные относительно дискретных значений функции $s_1(\omega)$. Ширина полос равна $2\Omega_к$. Первая полоса с нулевой центральной частотой совпадает со спектральной плотностью команды.

Анализ показывает, что ширина спектра импульсной поднесущей при ШИМ, ФИМ, ЧИМ также определяется формулой (8.4.9). При ШИМ за длительность импульса в формуле (8.4.9) следует принимать величину $T_ш = T_и - k_ш \sigma_к$.

Импульсной поднесущей модулируется сигнал высокочастотного генератора передатчика (несущая). При этом обычно формируются АИМ-АМ, ШИМ-АМ, ФИМ-АМ, ЧИМ-АМ сигналы.

§ 8.5. КОДОВАЯ ПЕРЕДАЧА КОМАНД

Команда управления формируется по сигналам измерителей координат цели и ракеты. Измерители работают с ошибками. Следовательно, и команда формируется не точно. Если на команду наложена помеха с нормальным законом распределения, рав-

ным нулю математическим ожиданием и средним квадратическим отклонением σ, то отклонения команды от ее точного значения практически ограничиваются диапазоном $\pm 3\sigma$. Этот диапазон по существу является зоной чувствительности аппаратуры, формирующей команду. Изменения команды на величину, меньшую, чем 6σ, не имеет смысла учитывать и передавать на ракету, так как они могут быть вызваны помехой. Поэтому целесообразно диапазон всех возможных значений команды разделить на уровни (рис. 8.5.1), отстоящие друг от друга на величину

$$\delta = 6\sigma, \tag{8.5.1}$$

и передавать на ракету не значение команды, соответствующее данному моменту времени, а ближайший к этому значению уро-

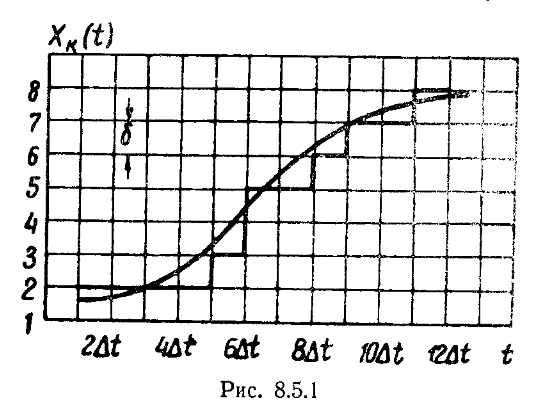


Рис. 8.5.1

вень. Таким образом, непрерывно изменяющаяся команда заменяется ступенчатой. Эта замена называется *квантованием по уровню.*

Необходимо подчеркнуть, что при квантовании помеха, наложенная на команду при ее формировании, не исключается, а заменяется другой, которую принято называть помехой квантования. Помеха квантования искажает команду не меньше, чем помеха, наложенная на команду при ее формировании. Однако, несмотря на это, квантование команды полезно. Дело в том, что передача квантованного сигнала может быть организована с гораздо большей точностью, чем сигнала непрерывного. При передаче квантованного сигнала практически исключается накопление помехи. Ошибка воспроизведения команды на ракете вызывается только помехой квантования и не зависит от помех, действующих на канал управления при передаче команды.

При квантовании бесчисленное множество непрерывных значений команды сводится к сравнительно небольшому числу фиксированных дискретных значений и тем самым обеспечивается возможность применять для передачи команды на ракету

кодовую импульсную модуляцию (КИМ). Суть КИМ состоит в том, что каждому передаваемому на ракету уровню ставится в соответствие определенная комбинация импульсов и пауз. Совокупность комбинаций, соответствующих всем уровням, используемым для передачи команды, называется *кодом*. Импульс и пауза являются *элементами кода*. Как видно, код составляется из двух элементарных сигналов. Предпочтение двоичному коду при телеуправлении отдается прежде всего по двум причинам: для фиксации любого элемента такого кода достаточно иметь простейшее устройство (типа реле), имеющее два устойчивых состояния; при приеме легче различить — есть сигнал или нет сигнала, чем определять его величину, знак или другие параметры.

При кодовой передаче команд каждому уровню команды необходимо поставить в соответствие определенную кодовую комбинацию, причем различным уровням должны соответствовать и различные кодовые комбинации. Если N есть число уровней квантования, то код должен содержать N различных комбинаций. Различные кодовые комбинации могут содержать одинаковые или различные числа элементов (импульсов и пауз). В первом случае код будет равномерным, во втором — неравномерным. Формирование кодовых комбинаций может быть произведено следующим образом.

Все уровни делятся на две группы так, чтобы суммы вероятностей появления команд в каждой из групп были по возможности одинаковыми. Одной группе присваивается цифра 1 (импульс) в качестве первого элемента кодовой комбинации, а другой — 0 (пауза). Затем каждая из групп аналогичным образом разбивается на две подгруппы с одинаковыми суммарными вероятностями, причем одним подгруппам в обеих группах присваивается цифра 1 (в качестве второго элемента кодовой комбинации), а другим — цифра 0. Процесс заканчивается, когда в каждой подгруппе останется по одному уровню. Пример такого составления кодовых комбинаций дан в табл. 8.5.1.

Таблица 8.5.1

Комбинация		Кодовое обозначение	Число знаков в коде r_i	$r_i P_i$
N	вероятность P_i			
1	0,30	11	2	0,60
2	0,25	10	2	0,50
3	0,15	011	3	0,45
4	0,10	010	3	0,30
5	0,10	001	3	0,30
6	0,05	0001	4	0,20
7	0,03	00001	5	0,15
8	0,02	00000	5	0,10

Для 1 и 2 уровней, имеющих наибольшие вероятности появления, получены кодовые комбинации, состоящие из двух элементов, тогда как наименее вероятному уровню 8 соответствует комбинация из пяти элементов.

Из теории информации известно, что лучшим, с точки зрения пропускной способности канала связи, является код с наименьшим средним числом двоичных знаков (1 и 0), приходящихся на одну комбинацию. Если P_i — вероятность появления i-го уровня, а r_i — число двоичных знаков в кодовой комбинации i-го уровня, то среднее число (математическое ожидание числа) двоичных знаков, приходящихся на кодовую комбинацию (на уровень), определится формулой

$$H_к = \sum_{i=1}^{N} P_i r_i \ [д.з./ур.].$$

Из табл. 8.5.1 находим, что при кодировании изложенным способом $H_к$ = 2,6 *д.з./ур.* Следует иметь в виду, что при любом кодировании среднее число двоичных знаков, приходящихся на уровень, не может быть сделано меньше энтропии квантованной команды.

Существуют способы кодирования, обеспечивающие высокую (в принципе как угодно высокую) помехоустойчивость системы связи. Но повышение помехоустойчивости достигается путем увеличения среднего числа двоичных знаков, необходимых для передачи одного значения команды. При этом усложняется код и уменьшается скорость передачи данных на ракету. Кроме того, увеличивается время на декодирование и усложняется аппаратура. Все это является препятствием для широкого применения **кодовой импульсной модуляции (КИМ)** в системах телеуправления. Тем не менее, в случае интенсивных помех, действующих на канал управления, командное телеуправление с КИМ может быть самым надежным видом управления ракетами.

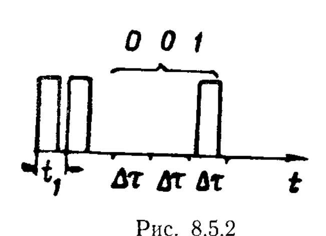


Рис. 8.5.2

При формировании кода на каждую комбинацию выделяются несколько следующих друг за другом интервалов времени $\Delta\tau$ (рис. 8.5.2). Эти интервалы образуют позиции для элементов кода. Каждая из позиций соответствует определенному разряду двоичных чисел. Наличие импульса на позиции означает единицу в данном разряде, а отсутствие — нуль. Например, уровень 5 в табл. 8.5.1 закодирован комбинацией 001, соответствующей трехразрядному двоичному числу. В первом и во втором разрядах стоят нули, в третьем — единица. На рис. 8.5.2 показана структура сигнала при посылке команды, соответствующей уровню 5. Пара импульсов, следующих друг за другом через время,

равное t_1, является стартовой посылкой, предназначенной для подготовки приемного устройства к приему кодовой комбинации.

Частота посылок кодовых комбинаций определяется теоремой Котельникова (см. [1], § 13.2), согласно которой команда полностью определяется своими значениями, отсчитанными через интервалы времени $\Delta t = 1/2F_к$, если $F_к$ — ширина спектра команды, выраженная в герцах. Практически ширина спектра команды ограничена величиной $F_к$, не превосходящей 10 герц. Таким образом, для передачи команды необходимо передавать соответствующие комбинации через интервалы времени $\Delta t = 1/20$ сек., т. е. с частотой $2F_к$, равной примерно 20 герцам.

При кодовой модуляции элементы кода могут выражаться не только импульсом постоянного тока и отсутствием импульса. Можно, например, импульс постоянного тока заменить радиоимпульсом с одной частотой колебаний, а паузу — радиоимпульсом с другой частотой колебаний. В этом случае модуляция называется кодово-частотной.

В соответствии с кодовыми комбинациями модулируется сигнал высокочастотного генератора передатчика (несущая), который затем передается на ракету.

§ 8.6. ПРИЕМ КОМАНД И РАЗДЕЛЕНИЕ ИХ ПО КАНАЛАМ

На вход приемника телеуправляемой ракеты действует высокочастотный сигнал, модулированный непрерывной или импульсной поднесущей, которая в свою очередь модулирована командой. Приемник должен принять сигналы, посылаемые с командного пункта, усилить их и произвести первичное детектирование. Задачей приемно-усилительного тракта приемника является оптимальное выделение сигнала передатчика на фоне помех. При этом не обязательно точное воспроизведение сигнала передатчика. Важно обеспечить сохранность полезной информации, которая передается с командного пункта, и возможность ее выделения путем последующей обработки выходного сигнала приемника. За критерий оптимальности в данном случае целесообразно принять критерий максимального отношения сигнала к шуму (отношение средней мощности сигнала к средней мощности шума). Если помеха является белым шумом со спектральной плотностью $s_ш$, то частотная характеристика $\Psi(i\omega)$ оптимального фильтра, обеспечивающего максимум отношения сигнала к шуму, связана с амплитудным спектром полезного сигнала $s_u(\omega)$ соотношением

$$|\Psi(i\omega)|^2 = \frac{T}{4\pi^2 {s_ш}^2} |s_u(\omega)|^2, \qquad (8.6.1)$$

в котором T является произвольной постоянной. Если $\Psi(\lambda)$ представляет собой передаточную функцию оптимального фильтра, то близость реального приемно-усилительного трак-

та к оптимальному определяется степенью приближения передаточной функции его линейной части к $\Psi(\lambda)$. Нелинейные преобразования в приемно-усилительном тракте связаны с преобразованием несущей частоты в частоту промежуточную.

Первичное детектирование по существу является первичной демодуляцией. В результате первичного детектирования и фильтрации принятый сигнал преобразуется в сигнал, подобный сигналу, действующему на вход модулятора передатчика на командном пункте. Иначе говоря, выходным сигналом приемника являются поднесущие. Чаще всего несущая модулируется по амплитуде. В таких случаях первичное детектирование производится амплитудным детектором.

Каждая поднесущая несет информацию о команде, предназначенной для вполне определенного канала управления. Следовательно, каждая поднесущая должна быть направлена в свой канал для дальнейшей обработки. В современной технике связи наибольшее применение находят частотное и временное разделение сигналов по каналам.

При частотном разделении сигналы, предназначенные для различных каналов, стремятся формировать так, чтобы их спектры не перекрывались. Разделение выполняется набором полосовых фильтров, каждый из которых пропускает только полосу частот, относящуюся к данному каналу (рис. 8.6.1).

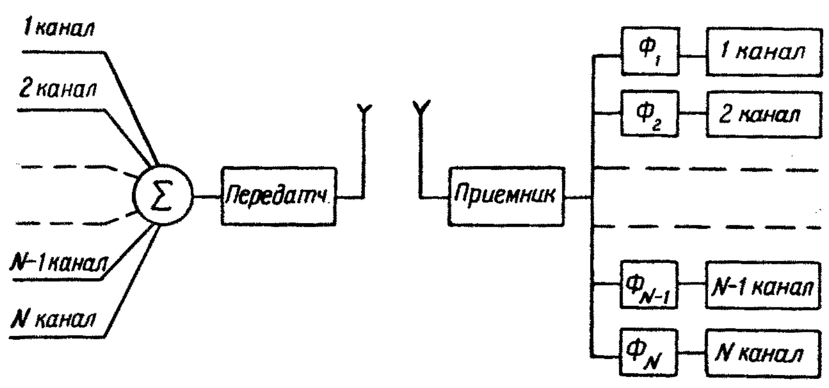


Рис. 8.6.1

Идея временного разделения состоит в том, что для каждого канала отводится определенный интервал времени, в течение которого передаются и принимаются сигналы, относящиеся только к данному каналу. Временное разделение осуществляется с помощью коммутирующих устройств, которые подключают соответствующий канал на приемной стороне в момент, когда ведется передача для этого канала (рис. 8.6.2).

Частотное разделение целесообразно производить при непрерывной поднесущей, а временное — при импульсной. Применение непрерывных поднесущих при временном разделении не

имеет смысла потому, что в этом случае в каждый момент времени из всех непрерывно генерируемых поднесущих используется только одна. При импульсной поднесущей можно организовать поочередную связь пункта управления с различными каналами управления. При этом сигналы, принадлежащие данному каналу, передаются в интервалы времени, свободные от сигналов других каналов. Частотное разделение каналов при импульсной поднесущей нецелесообразно, так как спектры поднесущих перекрываются.

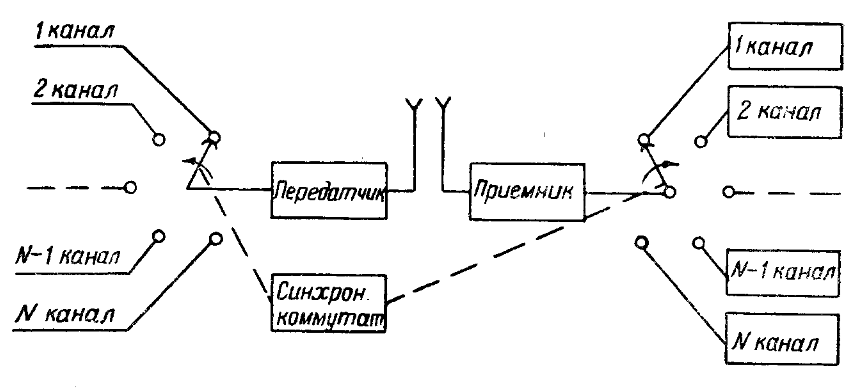


Рис. 8.6.2

При разделении возникают искажения сигналов, то есть сигнал, предназначенный для данного канала, на выходе разделительного устройства воспроизводится с ошибкой. Величина ошибки определяется характером сигнала, действующего на вход разделительного устройства, и динамическими характеристиками этого устройства.

Частотное разделение основывается на предположении, что сигнал данного канала занимает ограниченную полосу частот и что имеется полосовой фильтр, способный выделить эту полосу. Но всякий сигнал имеет конечную длительность, а следовательно, должен иметь бесконечно протяженный спектр. Таким образом, локализация спектра сигнала конечной длительности в конечной полосе частот принципиально невозможна. Если же искусственно ограничить спектр сигнала, то сигнал будет искажен.

При временном разделении предполагается, что каждый элемент сигнала локализован во времени в пределах некоторого интервала и имеет вид импульса, равного нулю вне этого интервала. Но импульс имеет бесконечный спектр, который не может быть точно передан по каналу связи. Результатом ограничения спектра является расплывание импульса во времени. При расплывании импульс попадает в соседние, подключаемые вслед за данным, каналы управления и действует на них как помеха.

Общая постановка задачи разделения каналов состоит в следующем. На вход устройства действует сигнал

$$Z(t) = W(t) + X(t), \tag{8.6.2}$$

состоящий из полезной части $W(t)$ и помехи $X(t)$. Выходным сигналом разделительного устройства является сигнал $W^*(t)$. Необходимо определить динамическую характеристику устройства, обеспечивающего такое разделение входного сигнала, при котором $W^*(t)$ лучшим образом приближается к $W(t)$. Иначе говоря, необходимо определить оптимальную динамическую характеристику разделительного устройства. За критерий оптимальности здесь лучше принять минимум средней квадратической ошибки воспроизведения полезного сигнала на выходе разделительного устройства, так как искажение формы поднесущей оказывает большее влияние на команду по сравнению с несущей.

Как видно, задача разделения каналов сводится к задаче выделения полезного сигнала из шума. Однако в поставленной задаче есть некоторые особенности. Они главным образом сводятся к следующему. Помеха $X(t)$ состоит из двух частей. Одна часть—шум. В эту часть входят шумы передатчика и приемника, искусственные и естественные шумы, примешавшиеся к сигналу на пути от передатчика к приемнику. Во вторую часть входят все сигналы, предназначенные для других каналов. В отличие от шума эта часть помехи обладает признаками, которые мы сами ей задаем, чтобы было возможно разделение каналов.

Заметим, что при частотном и временном разделении каналов разделительные устройства являются линейными элементами системы управления. Они не преобразовывают сигнал, а лишь направляют его в соответствующий канал.

Полезный сигнал $W(t)$ при частотном разделении каналов представляет собой непрерывную поднесущую, модулированную командой. Ввиду того, что разделительное устройство должно быть быстродействующим, т. е. время переходных процессов в нем должно быть малым по сравнению со временем работы системы управления, полезный сигнал $W(t)$ и помеху $X(t)$ можно считать стационарными случайными функциями времени в течение отрезков времени, рассматриваемых при изучении работы разделительного устройства. Постоянные составляющие сигналов, действующих на разделительные устройства, не несут информации о команде и могут быть легко отделены с помощью емкостей или индуктивностей. Поэтому будем считать, что математические ожидания случайных функций $W(t)$ и $X(t)$ равны нулю, т. е. $m_W = m_x = 0$. Корреляционные функции полезного сигнала $k_W(\tau)$ и помехи $k_x(\tau)$ могут быть определены экспериментально. Полагая, что в каждом канале есть свой генератор поднесущей, который работает независимо от других генераторов, и что модулирующие функции в каналах статистически не-

зависимы, можно допустить, что взаимная корреляция между полезным сигналом и помехой не существует, т. е. $k_{Wx}(\tau)=0$.

Из теории оптимальных систем известно (см. [1], § 15.2), что в указанных условиях оптимальное выделение сигнала из шума производит стационарный фильтр, передаточная функция которого определяется равенством

$$\Psi_0(\lambda)=\frac{1}{2\pi\,\Phi_0(\lambda)}\int_0^{\infty} e^{-\lambda\xi}\,d\xi\int_{-\infty}^{\infty}\frac{s_W(\mu)}{\Phi_0(-i\mu)}\,e^{i\mu\xi}\,d\mu, \qquad (8.6.3)$$

где $\Phi_0(\lambda)$ — передаточная функция фильтра, преобразующего белый шум с единичной спектральной плотностью в случайную функцию $Z(t)$, действующую на вход разделительного устройства; $s_W(\omega)$ — спектральная плотность полезного сигнала. Обычно $s_W(\omega)$ является дробно-рациональной функцией. Это обстоятельство позволяет достаточно легко вычислить двойной интеграл в формуле (8.6.3) (см. [1], стр. 535). Из равенства

$$s_Z(\omega)=s_W(\omega)+s_x(\omega)=|\Phi_0(i\omega)|^2 \qquad (8.6.4)$$

по заданным спектральным плотностям полезного сигнала $s_W(\omega)$ и помехи $s_x(\omega)$ можно определить передаточную функцию $\Phi_0(\lambda)$ (см. [1], стр. 276—279). Таким образом, передаточная функция оптимального фильтра при частотном разделении каналов может быть представлена в явном виде, если известны выражения для спектральных плотностей полезного сигнала и помехи.

При временном разделении в каждый канал поступает своя последовательность импульсов.

Оптимальное выделение любых последовательностей импульсов обеспечивают устройства с гребенчатой частотной характеристикой, которые называются гребенчатыми фильтрами.

Кроме частотного и временного разделения каналов, применяется разделение каналов по уровню, комбинационное разделение и другие способы разделения. Подробно с этими способами можно познакомиться в специальной литературе [25 и др.].

В каналах управления производится вторичное детектирование и выделение команды. При АМ производится амплитудное детектирование, при ФМ — фазовое, при ЧМ — частотное. В соответствии с этим применяются амплитудные, фазовые и частотные детекторы. Следует отметить, что для работы фазового детектора необходимо опорное напряжение. Опорным называется переменное напряжение с постоянной амплитудой, частотой, равной частоте поднесущей, и нулевой начальной фазой. Опорное напряжение необходимо передавать на ракету с командного пункта. При вторичном детектировании формируется сигнал, содержащий команду, передаваемую по данному каналу. Выделение команды осуществляется с помощью фильтров, стоящих на выходе детекторов.

Из § 8.4 следует, что в спектрах модулированной импульсной поднесущей есть спектр модулирующей функции. Следовательно, при временном разделении каналов команда может быть выделена с помощью фильтра низких частот без детектирования. Однако выходной сигнал при демодуляции с помощью фильтров получается маломощным. Мало эффективно выделение команды с помощью фильтров при АИМ при большой скважности и, особенно, при ФИМ и ЧИМ. Поэтому практически всегда импульсная поднесущая также детектируется.

Для демодуляции АИМ поднесущей применяется пиковый детектор. С помощью пикового детектора можно произвести также демодуляцию ЧИМ и ШИМ поднесущей. Для выделения команды при ФИМ поднесущей производят предварительное преобразование ФИМ в ШИМ. При преобразовании используются опорные или тактовые импульсы, которые должны передаваться с командного пункта на ракету.

Необходимость передачи на ракету опорного напряжения при ФМ и тактовых импульсов при ФИМ значительно ограничивает возможность применения ФМ и ФИМ для передачи команд при телеуправлении.

§ 8.7. ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ КОМАНДНОГО КАНАЛА

Помехоустойчивость командного канала определяется его способностью противостоять вредному влиянию помех. Количественной мерой помехоустойчивости является точность воспроизведения команды на ракете. Критерием точности воспроизведения может быть средний квадрат ошибки

$$\eta_к = M\,[u_к(t) - u_к^*(t)]^2, \qquad (8.7.1)$$

в котором $u_к(t)$ — команда, переданная с командного пункта, $u_к^*(t)$ — команда, принятая на ракете. Если $P_к$ — средняя мощность принятой команды, то относительная ошибка равна $\eta_к / P_к$ или $N_m^* / P_к$, где N_m^* — средняя мощность помехи на выходе командного канала. Таким образом, относительная ошибка определяется отношением средних мощностей помехи и сигнала. Обычно при оценке помехоустойчивости пользуются не отношением $N_m^* / P_к$, а отношением сигнала к шуму, равным

$$E_m = P_к / N_m, \qquad (8.7.2)$$

где $N_m = N_m^* / \Omega_m$, Ω_m — полоса частот, в которой измерена мощность помехи. Практически помехоустойчивость оценивается величиной

$$B = E_m / E, \qquad (8.7.3)$$

где E_m — отношение сигнала к шуму на выходе канала (части канала), E — отношение сигнала к шуму на входе канала (части канала). Величину B далее будем называть характеристикой помехоустойчивости.

Помехоустойчивость командного канала при различных способах передачи команд различна. Определим и сравним величину B при различных способах передачи команд в случае, когда команда передается с помощью непрерывной поднесущей.

Представим команду $u_к$ разложением

$$u_к(t) = \sum_{\nu=1}^{n} U_\nu \varphi_\nu(t), \qquad (8.7.4)$$

в котором функции $\varphi_\nu(t)$ являются ортонормированными на отрезке времени [0, T],

$$\int_0^T \varphi_\nu(t)\varphi_\mu(t)\,dt = 0 \text{ при } \nu \neq \mu, \quad \int_0^T \varphi_\nu^2(t)\,dt = 1. \qquad (8.7.5)$$

Команда $u_к$ для передачи преобразуется в сигнал $A = A(U_\nu, \varphi_\nu, t)$. На ракете принимается сигнал

$$Z = A + Y, \qquad (8.7.6)$$

в котором Y является помехой.

Помеха Y может быть представлена каноническим разложением по координатным функциям $\varphi_\nu(t)$

$$Y(t) = \sum_{\nu=1}^{\infty} V_\nu \varphi_\nu(t), \qquad (8.7.7)$$

в котором случайные коэффициенты V_ν определяются по формуле

$$V_\nu = \int_0^T Y(t)\varphi_\nu(t)\,dt. \qquad (8.7.8)$$

Из сигнала (8.7.6) на ракете формируется команда $u_к^*$, которую можно представить разложением

$$u_к^*(t) = \sum_{\nu=1}^{n} (U_\nu - \Delta U_\nu)\varphi_\nu(t), \qquad (8.7.9)$$

в котором ΔU_ν — приращения коэффициентов ряда (8.7.4), вызванные действием помехи Y. Вычитая ряд (8.7.9) из ряда (8.7.4), находим ошибку воспроизведения команды

$$\Delta u_к = \sum_{\nu=1}^{n} \Delta U_\nu \varphi_\nu(t). \qquad (8.7.10)$$

Приращениям ΔU_ν соответствует приращение сигнала A, равное

$$\Delta A = \sum_{\nu=1}^{n} \frac{\partial A}{\partial U_\nu} \Delta U_\nu .$$

При малой по сравнению с сигналом A помехе можно считать, что $\Delta A \simeq Y$. Поэтому, обозначив $\partial A / \partial U_\nu = f_\nu(t)$, представим помеху в виде

$$Y(t) = \sum_{\nu=1}^{n} \Delta U_\nu f_\nu(t). \qquad (8.7.11)$$

Сигнал A выбирается так, что функции $f_\nu(t)$ являются ортогональными, но не нормированными, т. е.

$$\int_0^T f_\nu(t) f_\mu(t)\,dt = 0 \text{ при } \nu \neq \mu, \quad \int_0^T f_\nu^2(t)\,dt = \lambda_\nu, \qquad (8.7.12)$$

и связанными с функциями $\varphi_\nu(t)$ соотношением $f_\nu(t) = \varphi_\nu(t)\sqrt{\lambda_\nu}$. Коэффициенты ΔU_ν ряда (8.7.11) определяются по формуле

$$\Delta U_\nu = \frac{1}{\lambda_\nu} \int_0^T Y(t) f_\nu(t)\,dt. \qquad (8.7.13)$$

Подставляя значение $f_\nu(t)$ в (8.7.13) и имея в виду равенство (8.7.8), получаем $\Delta U_\nu = V_\nu / \sqrt{\lambda_\nu}$. Теперь ошибку (8.7.10) представим в виде

$$\Delta u_\text{к} = \sum_{\nu=1}^{n} \frac{V_\nu}{\sqrt{\lambda_\nu}} \varphi_\nu(t). \qquad (8.7.14)$$

Полоса пропускания фильтра, обеспечивающего выделение команды, примерно равна ширине спектра команды $\Omega_\text{к}$. Следовательно, спектр ошибки (8.7.14) практически ограничивается полосой частот от 0 до $\Omega_\text{к}$.

Заменяя ν непрерывно изменяющимся параметром ω, представим дисперсию ошибки (8.7.14) в виде

$$\sigma_m^2 = \int_0^{\Omega_\text{к}} \frac{G(\omega)\,\varphi(t,\omega)\,\overline{\varphi(t,\omega)}\,d\omega}{\lambda(\omega)},$$

где $G(\omega)$ — интенсивность белого шума $V(\omega)$, $\overline{\varphi(t,\omega)}$ — функция комплексно-сопряженная с $\varphi(t,\omega)$. Полагаем, что помеха

стационарна и имеет постоянную спектральную плотность $s_п$ в полосе частот от 0 до $\Omega_п \gg \Omega_к$. Тогда формула для дисперсии ошибки преобразуется к виду

$$\sigma_m^2 = N_m^* = 2s_п \int_0^{\Omega_к} \frac{d\omega}{\lambda(\omega)} . \qquad (8.7.15)$$

Поделив левую и правую части равенства (8.7.15) на $\Omega_m = \Omega_к$, получим

$$N_m = \frac{2s_п}{\Omega_к} \int_0^{\Omega_к} \frac{d\omega}{\lambda(\omega)} . \qquad (8.7.16)$$

В системах с АМ-АМ, ФМ-АМ, ЧМ-АМ принципиальное отличие, оказывающее решающее влияние на помехоустойчивость и связанное со структурой поднесущей, начинается со второго демодулятора. При АМ-АМ вторым демодулятором является амплитудный детектор, при ФМ-АМ — фазовый детектор, при ЧМ-АМ — частотный дискриминатор (детектор). Для сравнительной оценки помехоустойчивости командного канала при различных способах передачи команд достаточно оценить помехоустойчивость части канала, производящей демодуляцию поднесущей. При этом входным сигналом будет сигнал (8.7.6). Полагая, что полоса пропускания приемника равна $\Omega_п$, мощность помехи на входе в демодулятор определим выражением $N^* = 2s_п \Omega_п$, следовательно,

$$N_п = 2s_п . \qquad (8.7.17)$$

Для определения мощностей полезных сигналов на входе и выходе необходимо задать функциям $u_к$ и A конкретные выражения. Будем полагать, что $u_к$ является стационарной функцией времени, тогда ряд (8.7.4) представится в виде

$$u_к(t) = \sum_{\nu=1}^{n} \left(U_{1\nu} \sqrt{\frac{2}{T}} \sin \omega_\nu t + U_{2\nu} \sqrt{\frac{2}{T}} \cos \omega_\nu t \right), \qquad (8.7.18)$$

где $\omega_\nu = \nu\omega$, $T = 2\pi / \omega$.

Средняя мощность команды $u_к$ равна ее дисперсии

$$P_к = \sigma_к^2. \qquad (8.7.19)$$

При АМ поднесущая имеет вид (8.3.2). Обычно $\omega_п \gg \Omega_к$. Поэтому

$$P_{ам} = \frac{1}{T} \int_0^T [U_п + k_a u_к]^2 \cos^2 \omega_п t \, dt = \frac{1}{2} (U_п^2 + k_a^2 \sigma_к^2). \qquad (8.7.20)$$

При максимально допустимой глубине амплитудной модуляции $m_a = 1$ и $k_a^2 \sigma_к^2 = U_п^2$. Тогда

$$P_{ам} = k_a^2 \sigma_к^2 = U_п^2. \qquad (8.7.21)$$

При ФМ и ЧМ средняя мощность поднесущей равна мощности немодулированной поднесущей

$$P_{фм} = P_{чм} = U_п^2 / 2. \qquad (8.7.22)$$

Пользуясь формулой (8.7.16), определим N_m при различных способах передачи команды. При АМ $A = u_{ам}$. Имея в виду равенства (8.3.2) и (8.7.18), находим частные производные

$$[f_{1\nu}(t)]_{ам} = \frac{\partial u_{ам}}{\partial U_{1\nu}} = k_a \sqrt{\frac{2}{T}} \sin \omega_\nu t,$$

$$[f_{2\nu}(t)]_{ам} = \frac{\partial u_{ам}}{\partial U_{2\nu}} = k_a \sqrt{\frac{2}{T}} \cos \omega_\nu t.$$

Подставляя $[f_{1\nu}(t)]_{ам}$ или $[f_{2\nu}(t)]_{ам}$ вместо $f_\nu(t)$ в равенство (8.7.12), после интегрирования получим

$$\lambda_{ам} = k_a^2 / 2. \qquad (8.7.23)$$

По формуле (8.7.16) находим

$$N_m = N_{ma} = 4s_п / k_a^2. \qquad (8.7.24)$$

При ФМ $A = u_{фм}$. Имея в виду равенства (8.3.3) и (8.7.18), находим частные производные

$$[f_{1\nu}(t)]_{фм} = \frac{\partial u_{фм}}{\partial U_{1\nu}} = -k_ф U_п \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(\omega_п t + k_ф u_к) \sin \omega_\nu t,$$

$$(f_{2\nu}(t)]_{фм} = \frac{\partial u_{фм}}{\partial U_{2\nu}} = -k_ф U_п \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(\omega_п t + k_ф u_к) \cos \omega_\nu t.$$

Подставляя $[f_{1\nu}(t)]_{фм}$ или $[f_{2\nu}(t)]_{фм}$ вместо $f_\nu(t)$ в равенство (8.7.12), после интегрирования получим

$$\lambda_{фм} = k_ф^2 U_п^2 / 2. \qquad (8.7.25)$$

При интегрировании учитывалось, что команда $u_к$ за время $T_п = 2\pi/\omega_п$ практически не изменяется. По формуле (8.7.16) находим

$$N_m = N_{mф} = 4s_п / k_ф^2 U_п^2. \qquad (8.7.26)$$

При ЧМ $A = u_{чм}$. Имея в виду равенства (8.3.4) и (8.7.18), находим частные производные

$$[f_{1\nu}(t)]_{чм} = \frac{\partial u_{чм}}{\partial U_{1\nu}} = -\frac{k_ч U_п}{\omega_\nu}\sqrt{\frac{2}{T}}\sin\left(\omega_п t + k_ч\int_0^t u_к(t)\,dt\right)\cos\omega_\nu t,$$

$$[f_{2\nu}(t)]_{чм} = \frac{\partial u_{чм}}{\partial U_{2\nu}} = \frac{k_ч U_п}{\omega_\nu}\sqrt{\frac{2}{T}}\sin\left(\omega_п t + k_ч\int_0^t u_к(t)\,dt\right)\sin\omega_\nu t.$$

Подставляя $[f_{1\nu}(t)]_{чм}$ или $[f_{2\nu}(t)]_{чм}$ вместо $f_\nu(t)$ в равенство (8.7.12), после интегрирования получим

$$\lambda_{чм} = k_ч^2 U_п^2 / 2\omega_\nu^2. \qquad (8.7.27)$$

При интегрировании учитывалось, что интеграл от $u_к$ за время $T_п$ практически не изменяется. По формуле (8.7.16), полагая $\omega_\nu = \omega$, находим

$$N_m = N_{mч} = 4s_п\,\Omega_к^2 / 3k_ч^2 U_п^2. \qquad (8.7.28)$$

В соответствии с (8.7.21), (8.7.17), (8.7.19), (8.7.24) находим отношение сигнала к шуму на входе амплитудного демодулятора $E_{ам} = k_a^2\sigma_к^2 / 2s_п$ и на выходе $E_{mA} = k_a^2\sigma_к^2 / 4s_п$. По формуле (8.7.3) находим характеристику помехоустойчивости при АМ

$$B_{ам} = 1/2. \qquad (8.7.29)$$

В соответствии с (8.7.22), (8.7.17), (8.7.19), (8.7.26) находим отношение сигнала к шуму на входе фазового демодулятора $E_{фм} = U_п^2 / 4s_п$ и на выходе $E_{mф} = k_ф^2 U_п^2\sigma_к^2 / 4s_п$. По формуле (8.7.3) находим характеристику помехоустойчивости при ФМ

$$B_{фм} = k_ф^2\sigma_к^2 = m_ф^2. \qquad (8.7.30)$$

В соответствии с (8.7.22), (8.7.17), (8.7.19), (8.7.28) находим отношение сигнала к шуму на входе частотного демодулятора $E_{чм} = U_п^2 / 4s_п$ и на выходе $E_{mч} = 3k_ч^2 U_п^2\sigma_к^2 / 4s_п\,\Omega_к^2$. По формуле (8.7.3) находим характеристику помехоустойчивости при ЧМ

$$B_{чм} = 3k_ч^2\sigma_к^2 / \Omega_к^2 = 3m_ч^2. \qquad (8.7.31)$$

Из (8.7.29) видно, что значение коэффициента, характеризующего помехоустойчивость при АМ, ограничено постоянной величиной, которая не зависит от команды. С другой стороны, коэффициенты (8.7.30), (8.7.31) показывают, что помехоустойчивость при ФМ и ЧМ зависит от эффективных индексов модуляции $m_ф$ и $m_ч$, которые в свою очередь определяются мощностью и шириной спектра команды. Обычно выбирают $m_ф \gg 1$, $m_ч \gg 1$ и тем самым обеспечивают высокую по сравнению с АМ помехоустойчивость командного канала.

Следует, однако, заметить, что сделанные выводы справедливы в случае, когда помеха Y мала по сравнению с сигналом A. Равенство (8.7.11) приближенно выполняется, когда амплитуда поднесущей не менее чем в четыре раза больше среднего квадратического значения шума. При малых значениях отношения сигнала к шуму на входе преимущество ФМ и ЧМ по сравнению с АМ становится менее значительным или вообще пропадает.

Ограничимся рассмотрением непрерывной поднесущей. Подробный анализ помехоустойчивости канала связи пункта управления с ракетой при других способах передачи команды произведен в специальной литературе [14, 25 и др.].

§ 8.8. СОДЕРЖАТЕЛЬНОСТЬ СИГНАЛОВ

Команда как сообщение, передаваемое с командного пункта на ракету, характеризуется количеством информации $I_к$. Величина $I_к$ определяется по формуле ([1], § 13.4)

$$I_к = T_к F_к \log_2\left(1 + \frac{P_к}{N_к}\right), \qquad (8.8.1)$$

где $T_к$ — длительность, $F_к = \Omega_к / 2\pi$ — ширина спектра, $P_к$ — средняя мощность команды, $N_к$ — средняя мощность помехи.

Для передачи на ракету команда преобразуется в сигнал, который может иметь свою длительность $T_с$, ширину спектра $F_с$ и среднюю мощность $P_с$. При преобразовании возникают шумы, которые совместно с шумами команды характеризуются средней мощностью $N_с$. По аналогии с (8.8.1) можно записать

$$V_с = T_с F_с \log_2\left(1 + \frac{P_с}{N_с}\right). \qquad (8.8.2)$$

Характеристику $V_с$ называют [25] объемом сигнала. Объем является важной технической характеристикой сигнала. В общем случае количество информации $I_с$, содержащейся в сигнале, не равно объему сигнала. Чтобы подчеркнуть этот факт, объем в отличие от количества информации обозначается буквой V с соответствующими индексами.

Отношение

$$\nu = I_с / V_с \qquad (8.8.3)$$

можно назвать удельной содержательностью сигнала. Величина удельной содержательности показывает, насколько эффективно используется сигнал данного объема для передачи данного сообщения. Чем больше удельная содержательность, тем плотнее упаковка сообщения в сигнале, тем лучше.

Из § 8.3, 8.4, 8.5 следует, что команда с командного пункта на ракету передается по-разному. Различным видам модуляции соответствуют разные сигналы. Объем модулированной поднесу-

щей не равен количеству информации, содержащейся в команде. Удельная содержательность сигнала при различных способах передачи команды различна.

Оценим для примера удельную содержательность сигнала при амплитудной и частотной модуляции поднесущей. Для этого определим количество информации, содержащейся в поднесущей, модулированной командой, и объемы сигналов при АМ и ЧМ.

Неопределенность модулированной поднесущей определяется неопределенностью модулирующей функции. Следовательно, энтропия поднесущей равна энтропии команды. Если в процессе генерирования, транспортировки, модуляции и других преобразований к поднесущей не добавляются шумы, то количество информации, содержащейся в поднесущей, будет равно количеству информации, заключенной в команде. В действительности шумы накапливаются и количество информации, содержащейся в поднесущей, уменьшается. Будем для простоты полагать, что команда и шумы имеют нормальные законы распределения. Допустим также, что мощность полезных сигналов значительно превосходит мощность шумов. С учетом сделанных замечаний количество информации в поднесущей определим формулой

$$I_п = T_к F_к \log_2 \frac{P_к}{N_п}, \qquad (8.8.4)$$

где $N_п$ — средняя мощность шумов поднесущей, а формулу (8.8.2) представим в виде

$$V_с = T_с F_с \log_2 \frac{P_с}{N_с}. \qquad (8.8.5)$$

При АМ $N_п = N_{ам}$, при ЧМ $N_п = N_{чм}$.

Длительность поднесущей при АМ и ЧМ равна длительности команды $T_к$. Ширина спектра поднесущей при АМ определяется формулой (8.3.10), а при ЧМ — формулой (8.3.19). Мощность поднесущей при АМ определяется формулой (8.7.21), а при ЧМ — формулой (8.7.22).

В соответствии с формулами (8.8.5), (8.3.10), (8.7.21) определяем объем поднесущей при АМ

$$V_{ам} = 2T_к F_к \log_2 \frac{k_a^2 D_к}{N_{ам}}. \qquad (8.8.6)$$

По формулам (8.8.5), (8.3.19), (8.7.22) определяем объем поднесущей при ЧМ

$$V_{чм} = m_ч \sqrt{2\pi}\, T_к F_к \log_2 \frac{U_п^2}{2N_{чм}}. \qquad (8.8.7)$$

В соответствии с формулами (8.8.3), (8.8.4), (8.8.6), положив $k_a = 1$ и имея в виду, что $P_к = \sigma_к^2$, определяем удельную содержательность при АМ

$$\nu_{ам} = 1/2. \tag{8.8.8}$$

По формулам (8.8.3), (8.8.4), (8.8.7), полагая, что мощность команд при ЧМ равна ее мощности при АМ, определяем удельную содержательность при ЧМ

$$\nu_{чм} = \frac{1}{m_ч \sqrt{2\pi}} \frac{\log_2 \frac{U_п^2}{N_{чм}}}{\log_2 \frac{U_п^2}{2N_{чм}}}. \tag{8.8.9}$$

Из (8.8.8) и (8.8.9) получаем

$$\frac{\nu_{ам}}{\nu_{чм}} = \frac{m_ч \sqrt{2\pi}}{2} \frac{\log_2 \frac{U_п^2}{2N_{чм}}}{\log_2 \frac{U_п^2}{N_{чм}}}. \tag{8.8.10}$$

При большом отношении $U_п^2 / N_{чм}$ будем иметь

$$\nu_{ам} \approx \frac{m_ч \sqrt{2\pi}}{2} \nu_{чм}, \tag{8.8.11}$$

то есть удельная содержательность при АМ приблизительно в $m_ч \sqrt{2\pi}/2$ раз больше удельной содержательности при ЧМ. Обычно $m_ч \gg 1$. Следовательно, $\nu_{ам}$ значительно больше $\nu_{чм}$. Как видно, амплитудная модуляция в этом отношении выглядит предпочтительнее. Однако уменьшение содержательности при ЧМ окупается повышением помехоустойчивости. Другими словами, повышение помехоустойчивости при ЧМ достигается путем увеличения объема сигнала.

Как техническое устройство канал связи пункта управления с ракетой по аналогии с сигналом также характеризуется тремя параметрами: временем T, в течение которого канал представлен для работы; полосой частот F, которую канал способен пропустить, и отношением P/N, которое при известной мощности шумов N, возникающих в канале, характеризует допустимую мощность полезного сигнала P, которую канал способен пропустить без ограничения (или с допустимым ограничением). По аналогии с (8.8.2) величину V, равную:

$$V = TF \log_2 \left(1 + \frac{P}{N}\right), \tag{8.8.12}$$

можно назвать емкостью канала связи. Для неискаженной передачи команды на ракету необходимо выполнение неравенства

$$V \geqslant V_c, \tag{8.8.13}$$

где V_c — объем сигнала, с помощью которого передается данная команда. Из неравенства (8.8.13) следует, в частности, что для передачи сигнала с полосой частот F_c не обязательно нужен канал с полосой пропускания $F \geqslant F_c$. Уменьшение полосы пропускания канала можно компенсировать увеличением времени передачи или мощности полезного сигнала. При соответствующем выборе длительности сигнала и полосы частот сигнал заданного объема можно передать при отношении полезного сигнала к шуму, меньшем единицы. Наибольшие возможности такого «обмена» открываются при применении квантования и кодовой модуляции.

Глава 9

ИЗМЕРИТЕЛИ ПАРАМЕТРОВ УПРАВЛЕНИЯ В СИСТЕМАХ ТЕЛЕУПРАВЛЕНИЯ ПО РАВНОСИГНАЛЬНОЙ ЗОНЕ

§ 9.1. ИЗМЕРЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ УПРАВЛЕНИЯ ПРИ НАВЕДЕНИИ ПО РАДИОЛУЧУ

Радиолуч образуется путем вращения (сканирования) узкого лепестка диаграммы направленности относительно оси, не совпадающей с осью симметрии лепестка. Луч имеет равносигнальную зону. Осью равносигнальной зоны является ось вращения лепестка. Из § 7.4 следует, что телеуправление ракетой с помощью радиолуча состоит, с одной стороны, в организации движения луча по закону, соответствующему принятому методу наведения, с другой, — в организации движения ракеты по лучу. Положение оси равносигнальной зоны определяется вектором $\boldsymbol{D}^0_{\text{рл}}$. Следовательно, для организации требуемого движения луча необходим комплекс аппаратуры, включающий измерители координат цели и ракеты, а также вычислительные устройства, которые решают зависимости, определяющие метод наведения. Для организации движения ракеты по лучу необходимо измерять отклонения ракеты от оси равносигнальной зоны и обеспечивать управление движением ракеты в соответствии с этими отклонениями.

Отклонения ракеты от оси равносигнальной зоны (рис. 9.1.1) характеризуются вектором $\boldsymbol{D}^0_{\text{р}} - \boldsymbol{D}^0_{\text{рл}} = \boldsymbol{\Delta}$, который в § 7.2 принимается за векторный параметр управления. Вследствие малости отклонений ракеты от оси равносигнальной зоны модуль вектора $\boldsymbol{\Delta}$ можно с достаточной точностью считать равным углу Δ и определить вектор $\boldsymbol{\Delta}$ углами Δ и φ. Из рис. 9.1.1 видно, что за параметры управления можно также принять углы Δ_1 и Δ_2, равные:

$$\Delta_1 = \Delta \sin \varphi, \quad \Delta_2 = \Delta \cos \varphi. \tag{9.1.1}$$

Таким образом, для измерения параметров управления достаточно измерить углы Δ и φ или Δ_1 и Δ_2. Углы Δ, Δ_1, Δ_2 принято называть *углами рассогласования*, а φ — *углом фазирования*.

Для организации движения ракеты по лучу на борту ракеты формируется сигнал ошибки u_c, который функционально связан с углами Δ, φ. Из u_c получаются сигналы, пропорциональные углам рассогласования Δ_1, Δ_2. Эти сигналы используются для управления движением ракеты.

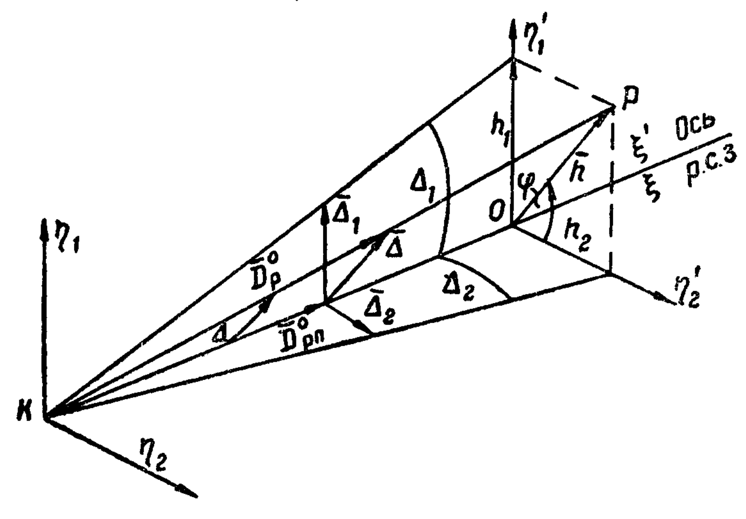


Рис. 9.1.1

Формирование сигнала ошибки u_c производится с помощью сканирующего луча. Если ракета находится на оси равносигнальной зоны, то приемник, расположенный на ракете, принимает с командного пункта сигналы одинаковой амплитуды. Если же ракета отклонится от оси равносигнальной зоны, то сигналы, принимаемые на ракете, модулируются по амплитуде периодической функцией, частота которой равна частоте сканирования ω_0, амплитуда пропорциональна углу рассогласования Δ, а начальная фаза равна углу фазирования φ. В § 4.2 показано, что модулирующая функция имеет вид

$$u = U_0 \left[1 - \mu \Delta \cos(\omega_0 t - \varphi)\right], \qquad (9.1.2)$$

где U_0 — амплитуда сигнала в случае, когда ракета находится на оси равносигнальной зоны; μ — коэффициент, характеризующий крутизну сканирующего лепестка диаграммы направленности в точке пересечения с осью равносигнальной зоны.

Функцией u модулируется непрерывный или импульсный сигнал, излучаемый передатчиком. Если передатчик работает в режиме непрерывного излучения, то на вход бортового приемника ракеты действует АМ сигнал. Если же передатчик работает в импульсном режиме, то на вход приемника будет поступать АИМ-АМ сигнал. При АМ сигнале огибающая (9.1.2) выделяет-

ся при однократной демодуляции (однократное детектирование). При АИМ-АМ для выделения огибающей (9.1.2) необходима двукратная демодуляция. Из (9.1.2) видно, что постоянная составляющая огибающей U_0 не несет полезной информации, поэтому ее отделяют. Это делается с помощью разделительных емкостей или трансформаторов. В результате получается сигнал ошибки

$$u_c = k\,\Delta \cos(\omega_0 t - \varphi), \tag{9.1.3}$$

в котором $k = \mu U_0$.

Имея в виду равенства (9.1.1), сигнал ошибки (9.1.3) можно представить в виде

$$u_c = k\,\Delta_1 \sin \omega_0 t + k\,\Delta_2 \cos \omega_0 t. \tag{9.1.4}$$

Умножая (9.1.4) на

$$u_{01} = 2U_0 \sin \omega_0 t, \tag{9.1.5}$$

после осреднения по времени, которое практически осуществляется с помощью фильтров, не пропускающих гармоники удвоенной частоты сканирования, получим

$$u_1 = k\,\Delta_1. \tag{9.1.6}$$

Умножение (9.1.4) на

$$u_{02} = 2U_0 \cos \omega_0 t \tag{9.1.7}$$

и осреднение по времени дает

$$u_2 = k\,\Delta_2. \tag{9.1.8}$$

Так из сигнала ошибки u_c получаются сигналы (9.1.6), (9.1.8), пропорциональные углам рассогласования Δ_1, Δ_2.

Формирование сигналов (9.1.6), (9.1.8) осуществляется с помощью двух фазовых коммутаторов электронного или электромеханического типа, на выходах которых стоят сглаживающие низкочастотные фильтры. Фазовые коммутаторы по существу являются множительными устройствами, обеспечивающими преобразование углов Δ, φ, определяющих параметр управления, измеренный в полярной системе координат, в углы Δ_1, Δ_2, определяющие параметр управления, измеренный в декартовой системе координат. Иначе говоря, фазовые коммутаторы по существу являются преобразователями систем координат.

Сигналы (9.1.5), (9.1.7) называются *опорными*. По существу они определяют положение осей $O\eta_1'$, $O\eta_2'$. Система координат $O\eta_1'\eta_2'$ должна быть стабилизирована относительно оси равносигнальной зоны. Практически для этого достаточно стабилизировать одну из двух взаимно перпендикулярных плоскостей, например плоскость $KO\eta_2'$, которая определяет начало отсчета угла фазирования. Стабильным относительно оси равносигналь-

ной зоны является положение любой точки невращающейся части антенной системы. Поэтому за плоскость $KO\eta_2'$ можно принять плоскость, проходящую через ось равносигнальной зоны и выбранную точку антенной системы. Обозначить плоскость $KO\eta_2'$ можно путем фиксации момента времени, когда ось лепестка диаграммы направленности проходит через эту плоскость. Практически это можно сделать с помощью генератора синусоидального напряжения, если согласовать частоту и фазу синусоиды с частотой и фазой вращения излучателя (или зеркала) антенной системы. Синусоидальное напряжение, фаза и частота которого согласованы с фазой и частотой вращения лепестка, будет являться *опорным сигналом* (9.1.5) или (9.1.7). Как видно, опорное напряжение создается на носителе. Но сигналы (9.1.6) и (9.1.8) формируются на ракете. Поэтому на ракету необходимо передавать опорное напряжение.

Для передачи опорного напряжения можно создать специальный канал связи с отдельными передатчиком и приемником. В этом случае передача опорного напряжения могла бы быть организована способами, аналогичными тем, которые используются в командном телеуправлении для передачи команд (АИМ-АМ, ЧИМ-АМ, КИМ-АМ и др.). Однако создавать специальный канал связи со всеми его элементами нецелесообразно. Для передачи опорного напряжения и формирования сигнала ошибки можно использовать один передатчик на командном пункте (КП) и один приемник на ракете. При этом из большого многообразия возможных способов передачи ОН остаются только те, которые обеспечивают наибольшую простоту аппаратуры и позволяют надежно разделять сигналы ОН и рассогласования. Мы остановимся для примера на способе кодовых групп импульсов.

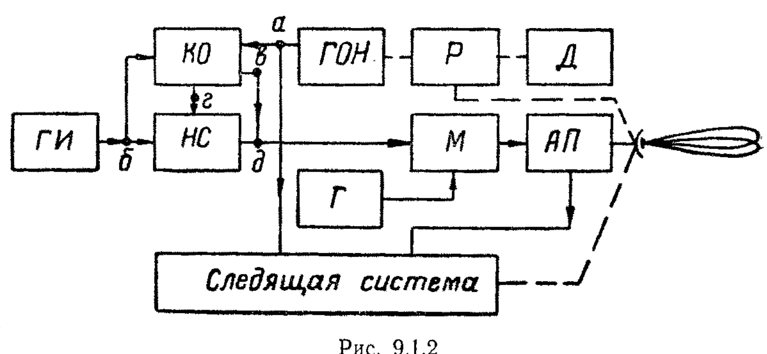


Рис. 9.1.2

На рис. 9.1.2 представлена функциональная схема аппаратуры системы телеуправления по лучу, расположенной на КП для случая, когда ОН передается способом кодовых групп импульсов. На рис. 9.1.3 показаны временные диаграммы, показываю-

щие характер сигналов в точках, обозначенных на рис. 9.1.2 соответствующими буквами (*а, б, в, г, д*). Двигатель Д через редуктор Р приводит во вращение излучатель параболической антенны и генератор опорного напряжения ГОН. При этом излучатель вращается с угловой скоростью, равной угловой частоте опорного напряжения. Опорное напряжение подается в кодообразователь КО и в систему автоматического углового сопровождения цели. С другой стороны, в кодообразователь поступает периодическая последовательность импульсов с генератора импульсов ГИ. В моменты, соответствующие нулям синусоиды ОН, кодообразователь формирует парные импульсы. При положительной производной синусоиды формируется пара импульсов с временной задержкой второго импульса относительно первого, равной t_1, при отрицательной производной — с временной задержкой $t_2 \neq t_1$. Таким образом, фиксируются моменты времени, определяющие положение лепестка диаграммы направленности, например, слева и справа относительно оси равносигнальной зоны. Тем самым определяется положение плоскости $KO\eta_2'$. «Меченые» импульсы замешиваются в периодическую последовательность импульсов генератора ГИ, которые через лампу несовпадения НС поступают к модулятору М. Лампа несовпадения закрывается широкими импульсами, вырабатываемыми кодообразователем во время формирования парных импульсов. Высокочастотные колебания несущей, генерируемые генератором Г, модулируются последовательностью импульсов, через антенный переключатель АП поступают в антенну и излучаются в пространство.

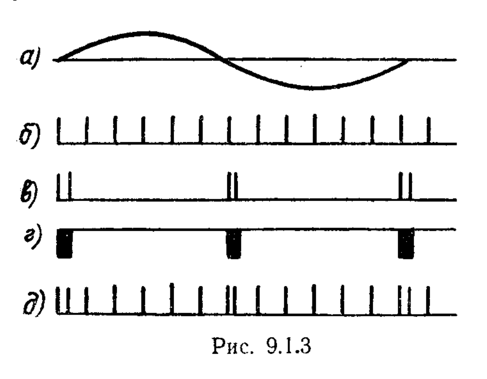


Рис. 9.1.3

На рис. 9.1.4 представлена функциональная схема бортовой аппаратуры системы телеуправления по лучу, расположенной на ракете. На рис. 9.1.5 показаны временные диаграммы сигналов, принимаемых бортовой аппаратурой. На вход приемника действуют радиоимпульсы, промодулированные по амплитуде сигналом ошибки. Радиоимпульсы детектируются видеодетектором ВД, преобразуясь в видеоимпульсы. Усиленные видеоусилителем ВУ импульсы поступают на вход детектора сигнала рассогласования ДСР. В § 8.4 указывалось, что в спектре амплитудно-модулированных импульсов содержатся гармоники модулирующей функции. Однако мощность их слаба. Поэтому нецелесообразно производить выделение модулирующей функции с помощью непосредственной фильтрации. Производят детектирование. Про-

стейшим детектором сигнала рассогласования является пиковый детектор. Наряду с диодным применяется сеточный пиковый детектор, в котором для детектирования используется промежуток сетка—катод многосеточной лампы. На выходе детектора сигнала рассогласования формируется огибающая импульсов.

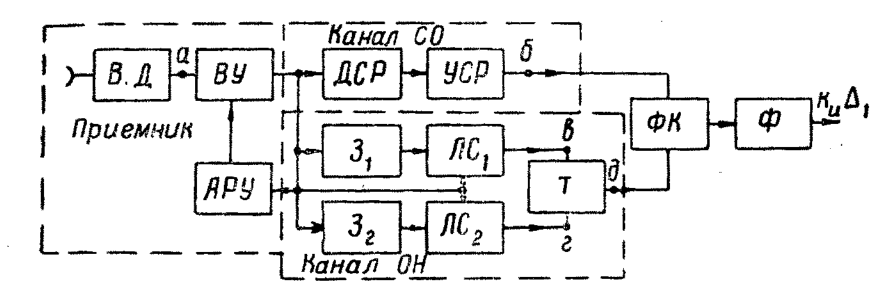


Рис. 9.1.4

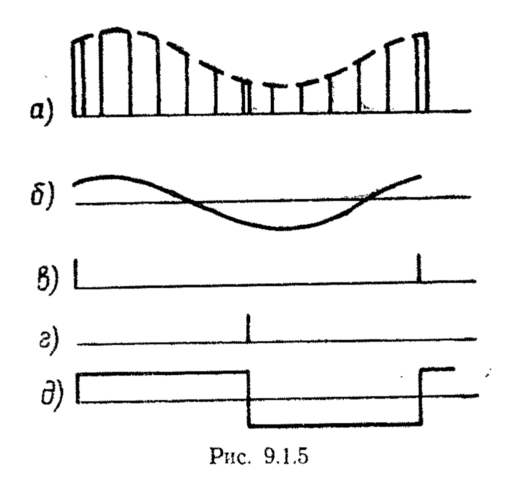


Рис. 9.1.5

Полосовой усилитель сигнала рассогласования УСР настраивается на частоту сканирования. С помощью него производится отделение постоянной составляющей, фильтрация и усиление сигнала ошибки. Выходной сигнал усилителя можно записать в виде (9.1.3), если k учитывает коэффициенты передачи всех элементов до УСР включительно.

Цепи $З_1$ и $З_2$ осуществляют задержку импульсов, соответственно на время, равное t_1 и t_2. Благодаря этому на выходах ламп совпадения $ЛС_1$ и $ЛС_2$ появляются импульсы в моменты прихода соответствующих кодовых пар. При этом триггер опрокидывается из одного устойчивого положения в другое. На выходе триггера формируется опорное напряжение прямоугольной формы. Практически чаще всего опорное напряжение использует-

ся именно в таком виде. При необходимости из периодической последовательности прямоугольных импульсов можно выделить опорное напряжение синусоидальной формы. Опорное напряжение поступает на один вход фазового коммутатора ФК. На другой вход действует сигнал ошибки. На выходе фазового коммутатора стоит фильтр, который выделяет сигнал (9.1.6). Сигнал (9.1.8) формируется аналогичным образом.

Изменение дальности D_p от нуля до максимального значения приводит к большому диапазону изменения мощности сигналов, действующих на вход бортового приемника. Поэтому приемник должен иметь сильно развитую автоматическую регулировку усиления. Часто в помощь АРУ на начальном участке наведения применяются аттенюаторы с поглощением, изменяющимся во времени.

В системах, рассчитанных на небольшую дальность действия, первичное детектирование осуществляется без предварительного усиления принятого сигнала (рис. 9.1.4). В других случаях, когда дальность телеуправления велика, на борту стоит супергетеродинный приемник. При нестабильной работе передатчика применяют автоматическую регулировку частоты колебаний, генерируемых гетеродином.

Бортовой приемник обычно имеет диэлектрическую антенну с широкой диаграммой направленности ($40 \div 70°$), благодаря чему устраняется паразитная модуляция сигналов, связанная с колебанием ракеты относительно центра массы.

Плоскость поляризации сигнала, действующего на вход бортового приемника, вращается с частотой сканирования. Этот признак является характерной особенностью сканирующего луча. Вращение плоскости поляризации приводит к дополнительной амплитудной модуляции высокочастотного входного сигнала. Устранение мешающего действия этого явления производится элементами антенного узла бортового приемника.

§ 9.2. ИЗМЕРЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ УПРАВЛЕНИЯ ПРИ НАВЕДЕНИИ ПО РАВНОСИГНАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ

Равносигнальная плоскость применяется для наведения крылатых и баллистических ракет на неподвижные и малоподвижные цели. В этом случае, как правило, управление движением ракеты в вертикальной плоскости производится автономной системой. Телеуправление по равносигнальной плоскости применяется только для управления по курсу.

Параметром управления по курсу является угол

$$\Delta_1 = \nu - \nu_п, \qquad (9.2.1)$$

где $\nu_п$ — программное значение угла, определяющего положение равносигнальной плоскости; ν — соответствующий угол, определяющий положение ракеты.

Сигнал, содержащий информацию о параметре управления Δ_1, формируется с помощью радиотехнической аппаратуры, расположенной на КП и на ракете. Аппаратура КП формирует равносигнальную плоскость, задающую программное значение угла $\nu_п$. Аппаратура ракеты измеряет величину и знак отклонения ракеты от равносигнальной плоскости Δ_1.

Равносигнальная плоскость создается с помощью одной антенны с двумя облучателями, симметрично смещенными относительно центра, или с помощью двух разнесенных антенн. В первом случае при переключении передатчика с одного облучателя на другой лепесток диаграммы направленности с фиксированной частотой ω_0 перебрасывается из положения I в положение II (рис. 9.2.1,*а*); во втором случае — с частотой ω_0 производится попеременное включение передатчиков (рис. 9.2.1,*б*). Положение равносигнальной линии относительно направления на максимум определяется углом α_0.

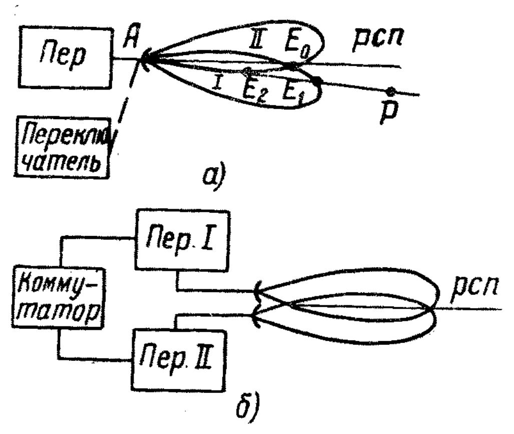


Рис. 9.2.1

При отклонении ракеты от равносигнальной плоскости на угол Δ_1 сигнал, действующий на вход бортового приемника, модулируется по амплитуде. В течение полупериода, когда луч находится в положении I, на вход приемника действует сигнал, амплитуда которого пропорциональна отрезку AE_1. В течение другого полупериода, когда луч находится в положении II, на вход приемника будет действовать сигнал, амплитуда которого пропорциональна отрезку AE_2. Амплитуда немодулированного сигнала пропорциональна отрезку AE_0.

Модулирующую функцию можно записать в виде

$$f(t) = \left\{ \begin{array}{l} k_E(AE_1 - AE_0) \text{ при } nT < t < nT + \frac{T}{2}, \\ k_E(AE_2 - AE_0) \text{ при } nT + \frac{T}{2} < t < (n+1)T, \end{array} \right\} \quad (9.2.2)$$

где k_E — коэффициент пропорциональности; n — целые числа; $T = 2\pi / \omega_0$ — период переключения излучателей или передатчиков. Если $F(\alpha)$ является функцией, описывающей диаграмму направленности антенны в горизонтальной плоскости, то

$$AE_1 = F(\alpha_0 + \Delta_1), \quad AE_2 = F(\alpha_1 - \Delta_1).$$

Угол Δ_1 мал, поэтому функцию F можно представить двумя членами ее разложения в ряд Тейлора по степеням Δ_1. Тогда получим

$$AE_0 = F(\alpha_0), \; AE_1 = F(\alpha_0) + \Delta_1 F'(\alpha_0), \; AE_2 = F(\alpha_0) - \Delta_1 F'(\alpha_0).$$

Следовательно,

$$AE_1 - AE_0 = \Delta_1 F'(\alpha_0), \; AE_2 - AE_0 = -\Delta_1 F'(\alpha_0),$$
$$AE_1 + AE_2 = 2F(\alpha_0). \tag{9.2.3}$$

Имея в виду равенства (9.2.3), представим периодическую функцию (9.2.2) рядом Фурье

$$f(t) = 2k_E F(\alpha_0)\left[1 + \frac{4\mu \Delta_1}{T}\left(\sin \omega_0 t + \frac{1}{3} \sin 3\omega_0 t + \ldots\right)\right], \tag{9.2.4}$$

где $\mu = F'(\alpha_0) / F(\alpha_0)$ — коэффициент, характеризующий крутизну диаграммы направленности.

Ряд (9.2.4) показывает, что информация о величине рассогласования заключена в амплитудах гармоник с частотами $(2n - 1)\,\omega_0$ спектра огибающей. Из (9.2.4) видно также, что наибольшей мощностью обладает гармоника с частотой ω_0. Поэтому в качестве сигнала ошибки целесообразно использовать сигнал

$$u_ф = k_ф \Delta_1 \sin \omega_0 t, \tag{9.2.5}$$

который можно выделить фильтром, настроенным на частоту ω_0. Для получения сигнала, пропорционального параметру управления Δ_1, напряжение (9.2.5) необходимо умножить на опорное напряжение

$$u_0 = U_0 \sin \omega_0 t, \tag{9.2.6}$$

которое по существу определяет начало отсчета фазы сигнала ошибки, а затем осреднить по времени. В результате получается

$$u_2 = k_2 \Delta_1 . \tag{9.2.7}$$

Если ракета отклонится от равносигнальной плоскости в противоположную сторону, то фаза сигнала ошибки (9.2.5) изменится на 180°. Это приведет к изменению знака напряжения u_2. Опорное напряжение формируется на командном пункте и передается на ракету. При этом используются способы, позволяющие от-

личить, в каком из двух возможных положений находится диаграмма направленности антенны (рис. 9.2.1,*а*) или какой из двух передатчиков подключен к антенной системе (рис. 9.2.1,*б*). В частности, для передачи опорного напряжения на ракету можно применять частотную манипуляцию, сущность которой изложена в § 8.3.

На рис. 9.2.2 показана функциональная схема аппаратуры, расположенной на командном пункте, которая формирует опорное напряжение и передает его на ракету путем частотной манипуляции. На рис. 9.2.3 показаны соответствующие временные диаграммы. Равносигнальная плоскость создается за счет периодических переключений диаграммы направленности передающей антенны, осуществляемых переключателем П. Генераторы $Г_1$ и $Г_2$ непрерывно генерируют поднесущие колебания соответственно с частотой F_1 и F_2 [герц]. Поднесущие с помощью модулятора М модулируют по амплитуде высокочастотный сигнал генератора Г передатчика. В течение полупериода, когда луч находится

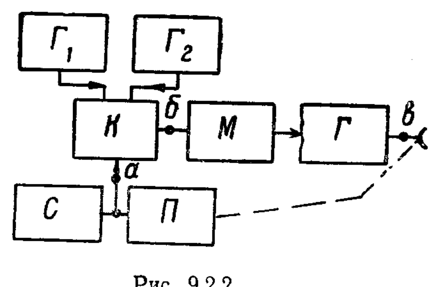


Рис. 9.2.2

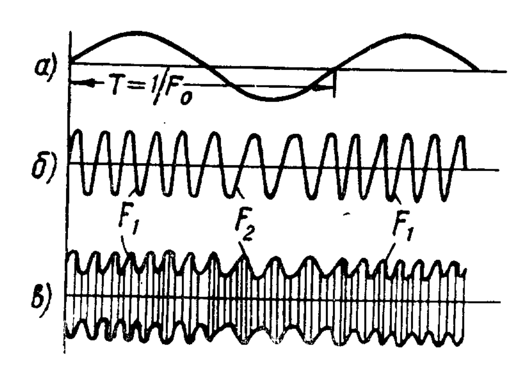


Рис. 9.2.3

в положении I, к передатчику подключен генератор $Г_1$. В течение полупериода, когда луч находится в положении II, к передатчику подключен генератор $Г_2$. Подключение генераторов $Г_1$ и $Г_2$ к передатчику осуществляется с помощью коммутатора *К*. Синхронность подключения генераторов и переключения диаграмм направленности обеспечивается с помощью синхронизатора *С*, который генерирует задающие колебания с частотой манипуляции $F_0 = \omega_0 / 2\pi$.

На рис. 9.2.4 показана функциональная схема бортовой аппаратуры, а на рис. 9.2.5 представлены соответствующие временные диаграммы. После первичного детектирования в приемнике Пр. выделяется огибающая. Из спектра огибающей фильтрами, настроенными на частоты F_0, F_1, F_2, выделяются сигнал ошибки и поднесущие. Выпрямители B_1 и B_2 преобразуют радиоимпульсы поднесущих в импульсы с формой, близкой к прямоугольной,

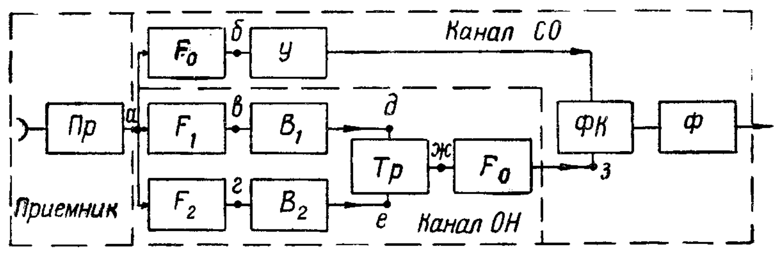


Рис. 9.2.4

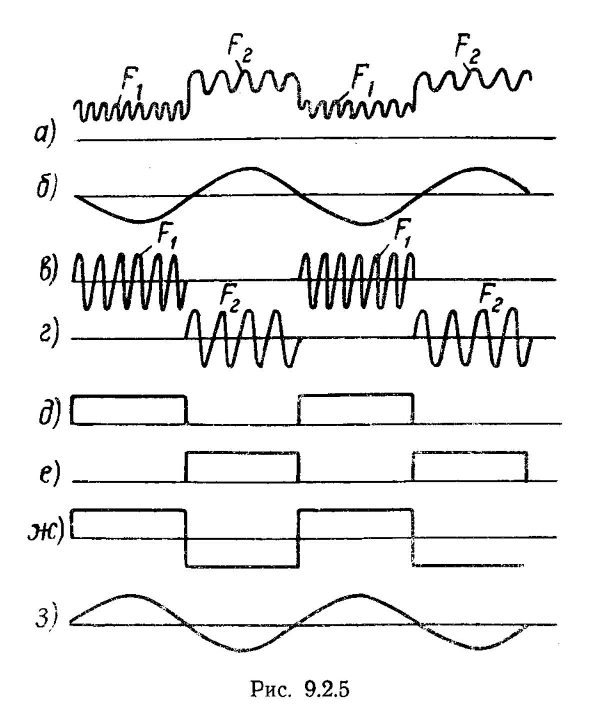


Рис. 9.2.5

которые поступают на сетки триггера Тр. На выходе триггера образуются прямоугольные импульсы постоянной амплитуды, из которых с помощью полосового фильтра F_0 выделяется опорный сигнал. Благодаря применению триггера амплитуда опорного сиг-

нала не зависит от глубины амплитудной модуляции на входе приемника. Частота опорного сигнала равна частоте сигнала ошибки, фаза не зависит от знака рассогласования. Сигнал ошибки и опорный сигнал поступают на фазовый коммутатор ФК (рис. 9.2.4), который осуществляет перемножение сигналов. Фильтр Ф выделяет сигнал, пропорциональный параметру управления.

§ 9.3. ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕМЕНТОВ СИСТЕМ ТЕЛЕУПРАВЛЕНИЯ

В состав систем телеуправления входят радиотехнические, электрические, электромеханические и другие элементы. Радиотехнические элементы, предназначенные для передачи, приема и выделения команд в командной системе телеуправления, образуют радиоканал. В радиоканал входит также среда, в которой происходит распространение электромагнитных волн от передающей антенны к приемной. Радиоканал входит в систему управления как звено, обладающее определенными динамическими характеристиками. Входным сигналом радиоканала является команда, сформированная на КП, выходным — команда, выделенная на ракете. В радиоканал входят линейные и нелинейные, импульсные и непрерывные, стационарные и нестационарные элементы. Подробное описание динамических свойств всех элементов радиоканала является задачей специальных радиотехнических курсов. Оно необходимо при исследовании физических процессов, происходящих в радиоканале, при выборе различных элементов или схем, входящих в радиоканал, и при оценке их параметров. Для решения задач, связанных с анализом и синтезом системы управления в целом, чаще всего бывает достаточно приближенное выражение динамических характеристик радиоканала. Эксперименты показывают, что с достаточной степенью точности радиоканал в целом можно считать стационарной линейной системой с передаточной функцией вида

$$\Phi_р(\lambda) = k_р e^{-\lambda t_з} \Phi_ф(\lambda), \qquad (9.3.1)$$

где $k_р$ — коэффициент усиления команды; $t_з$ — время задержки, вызванное временем распространения радиоволн и дешифровкой кодов при КИМ; $\Phi_ф(\lambda)$ — передаточная функция инерционной части радиоканала.

Инерционность всего радиоканала определяется в основном инерционностью выходного низкочастотного фильтра, являющегося апериодическим звеном с постоянной времени $T_ф$, равной примерно 0,05 — 0,2 сек. Поэтому обычно принимают

$$\Phi_ф(\lambda) = \frac{1}{T_ф \lambda + 1}. \qquad (9.3.2)$$

В системах без кодовой импульсной модуляции, рассчитанных на небольшую дальность действия, временем задержки $t_з$ можно пренебречь, так как $t_з \ll T_ф$. В этом случае

$$\Phi_р(\lambda) = \frac{k_р}{T_ф \lambda + 1}. \qquad (9.3.3)$$

При больших дальностях, в частности при телеуправлении с земли космическими летательными аппаратами, запаздывание оказывает существенное влияние на динамические свойства системы управления в целом. В этом случае

$$\Phi_р(\lambda) = \frac{k_р}{T_ф \lambda + 1} e^{-\lambda t_з}. \qquad (9.3.4)$$

Измерители координат цели и ракеты являются следящими системами, динамические свойства которых в каждом конкретном случае определяются типом усилительных и исполнительных элементов, составляющих систему. Динамические свойства измерителя координат, рассмотренного в качестве примера в § 8.2, хорошо описываются передаточной функцией вида

$$\Phi(\lambda) = \frac{W(\lambda)}{1 + W(\lambda)}, \qquad (9.3.5)$$

где

$$W(\lambda) = \frac{k_1 k_2 k_3 (T_4 \lambda + 1) e^{-\lambda t_з}}{\lambda (T_1 \lambda + 1)(T_3 \lambda + 1)[k_4 k_2 \lambda + (T_4 \lambda + 1)(T_2 \lambda + 1)]},$$

k_1, k_2, k_3, k_4 — коэффициенты усиления радиоканала, усилителей мощности, привода и дифференцирующей цепи соответственно; T_1, T_2, T_3, T_4 — их постоянные времени; $t_з$ — время распространения радиоволн от цели (или ракеты) до измерителя.

Блок формирования команд производит линейные и нелинейные преобразования. Он может содержать элементы с постоянными времени, равными примерно 1 *сек*.

Динамические характеристики блоков, формирующих параметры управления при телеуправлении по равносигнальной зоне, достаточно хорошо описываются функцией вида (9.3.3) или (9.3.4). Аппаратура, формирующая равносигнальную зону, не входит в замкнутую систему наведения ракеты. Это является характерной особенностью систем телеуправления по радиолучу и равносигнальной плоскости.

§ 9.4. ТОЧНОСТЬ ФОРМИРОВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ УПРАВЛЕНИЯ ПРИ ТЕЛЕУПРАВЛЕНИИ

Сформировать параметры управления — это значит сформировать сигналы, являющиеся мерой отклонения ракеты от заданного метода наведения по двум взаимно перпендикулярным на-

правлениям. В системах телеуправления формируются электрические сигналы, пропорциональные составляющим вектора $\boldsymbol{D}_{р}^{0} - \boldsymbol{D}_{рп}^{0}$.

В командных системах телеуправления параметры управления формируются с ошибками, которые определяются главным образом ошибками измерения координат цели и ракеты. Ошибки измерения координат определяются динамическими свойствами измерителей, движением цели или ракеты относительно командного пункта и действующими помехами. Для приближенной оценки точности измерителей в качестве их динамической характеристики можно брать передаточную функцию (9.3.5). При телеуправлении дальность до цели (до ракеты) измеряется километрами или десятками километров. По сравнению с такими дальностями размеры целей (и ракет) пренебрежимо малы. Это позволяет не учитывать действие естественных помех типа блуждания центра отражения.

Если координаты измеряются с помощью сканирующего луча, то помехой будет фединг—стационарная случайная функция. В § 4.5 показано, что в этом случае спектральная плотность помехи, приведенной ко входу измерителя углов, представляется в виде

$$s_x = \frac{2}{\mu^2} s_{ф}(\omega_0) \; [градус^2.сек], \qquad (9.4.1)$$

где $s_{ф}(\omega_0)$ — спектральная плотность фединга на частоте сканирования в [*сек*]; μ — коэффициент, определяющий крутизну диаграммы направленности в точке пересечения с осью равносигнальной зоны. Величина μ приближенно может быть определена по формуле

$$\mu = \frac{1{,}2}{\theta^\circ} \; [1/градус], \qquad (9.4.2)$$

если известна ширина диаграммы направленности θ° в градусах.

Если измерителями координат цели и ракеты являются измерители с мгновенной равносигнальной зоной, то влиянием фединга, так же как и влиянием блуждания центра отражения, можно пренебречь. В этом случае необходимо учитывать только искусственные помехи. Влиянием естественных помех можно пренебречь также при измерении координат ракеты, имеющей ответчик.

При телеуправлении по лучу точность формирования параметров управления определяется, с одной стороны, точностью задания требуемого положения оси равносигнальной зоны, с другой — точностью измерения отклонения ракеты от оси равносигнальной зоны.

Отклонение ракеты от оси равносигнальной зоны измеряется с большой точностью. Это объясняется тем, что углы Δ_1 и Δ_2 из-

меняются медленно, а действием помех на бортовую часть системы управления можно пренебречь. Естественные помехи типа фединга и блуждания центра отражения непосредственного влияния на работу измерителя отклонений не оказывают, так как на бортовой приемник действует прямой, а не отраженный сигнал передатчика. На точность измерения углов Δ_1 и Δ_2 оказывает влияние факел работающего двигателя, который приводит к искажению сигналов, действующих на приемник ракеты. Как правило, на конечном участке траектории полета ракеты, который по существу определяет точность ее наведения на цель, двигатели не работают. Поэтому влияние факелов на точность формирования параметров управления при оценке точности наведения по лучу также можно не учитывать. Следовательно, точность формирования параметров управления при телеуправлении по лучу определяется главным образом точностью задания требуемого положения оси равносигнальной зоны.

При наведении методом совмещения, например, ось равносигнальной зоны должна быть направлена точно на цель. Однако в действительности ось следит за целью с ошибкой. Ошибка слежения за целью имеет систематическую и случайную составляющие. Величина систематической ошибки определяется динамическими свойствами системы, следящей за целью, и движением цели относительно командного пункта. Случайная ошибка определяется динамическими свойствами следящей системы и помехами, действующими на систему. Из естественных помех наибольшее влияние на точность слежения оказывает фединг.

На точность формирования параметров управления оказывает влияние так называемое явление «скручивания систем координат» [8]. Дело в том, что параметры управления должны измеряться в системе координат, определенным образом связанной с системой координат, в которой измеряются отклонения управляющих органов. Иначе говоря, система координат, в которой измеряются параметры управления, должна быть согласована с исполнительной системой координат, в которой создается управляющая сила. Отклонение одной из этих систем координат от расчетного положения может привести к нарушению управления, так как создающаяся при этом управляющая сила может быть направлена не в сторону уменьшения, а в сторону увеличения имеющегося отклонения от заданного метода наведения.

В процессе наведения ракеты на цель происходит изменение взаимного положения согласованных перед пуском ракеты измерительной и исполнительной систем координат. К рассогласованию систем координат приводит, в частности, неидеальная работа систем стабилизации, предназначенных для сохранения заданного положения осей систем координат. На рис. 9.4.1 для примера показано положение осей $O\eta_1'$, $O\eta_2'$ системы координат, в которой формируются параметры управления, и осей $K\eta_1$, $K\eta$ системы координат, в которой формируется опорное напряжение.

при наведении по радиолучу. Для определенности допустим, что ракета управляется аэродинамическими рулями, оси которых совпадают с осями $O\eta_1'$, $O\eta_2'$. Положение ракеты относительно оси $O\xi'$ стабилизируется с помощью гироскопической системы. Перед пуском направления осей $K\eta_1'$, $K\eta_2'$ совмещаются соответственно с направлениями осей $O\eta_1$, $O\eta_2$ или устанавливаются заданным образом. Во втором случае установочные углы, определяющие взаимное положение осей, вводятся в систему управления путем установки фазовых сдвигов или изменения коэффициентов усиления соответствующих цепей. В полете за систему координат $O\eta_1'\eta_2'$ при формировании параметров управления принимается система координат $K\eta_1\eta_2$, которая на ракете формируется с помощью опорного напряжения, передаваемого с носителя. При точной стабилизации взаимное положение систем координат $O\eta_1'\eta_2'$, $K\eta_1\eta_2$ в течение всего полета не изменяется, В этом случае с помощью опорного напряжения точно формируется система координат $O\eta_1'\eta_2'$. Отклонение ракеты от оси равносигнальной зоны измеряется как раз в той системе координат, в которой нужно измерять. Если система стабилизации положения ракеты относительно продольной оси или система стабилизации начального положения осей $K\eta_1$, $K\eta_2$ работает неудовлетворительно, то возникают отклонения осей от начальных положений. С помощью опорного напряжения на ракете по-прежнему формируется система координат $K\eta_1\eta_2$, в которой, как и раньше, измеряется отклонение ракеты от равносигнальной зоны. Однако теперь система координат $K\eta_1\eta_2$ не соответствует системе координат $O\eta_1'\eta_2'$. Параметры управления будут формироваться с ошибкой. Вместо $\Delta_1 = \Delta \sin \varphi$ и $\Delta_2 = \Delta \cos \varphi$ будут измеряться $\Delta_1^* = \Delta \sin(\varphi - \gamma)$ и $\Delta_2^* = \Delta \cos(\varphi - \gamma)$. Как видно, величина ошибки зависит от угла γ, на который развернулись системы координат относительно начального положения. На рис. 9.4.1 показаны линейные отклонения, соответствующие углам рассогласования.

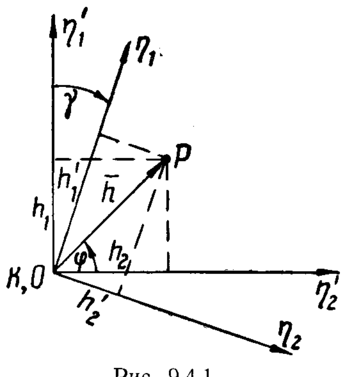


Рис. 9.4.1

При наведении на подвижную цель положение осей системы координат, в которой формируется опорное напряжение, относительно осей исполнительной системы координат будет непрерывно изменяться, так как ось $K\xi$ должна следить за целью. Скручивание будет происходить по всем осям, а не только по продольным осям, как это показано на рис. 9.4.1. Для устранения ошибок, вызываемых скручиванием систем координат, необходимо измерять углы отклонения соответствующих осей от исходных положений. В соответствии с измеренными значениями углов

следует вводить поправки в сигнал рассогласования. Поправки вводятся путем изменения фазы опорного напряжения в соответствии с отклонением системы $K\xi\eta_1\eta_2$ от начального положения или путем изменения фазы сигнала рассогласования в соответствии с текущим значением углов отклонения осей системы координат $O\xi'\eta_1'\eta_2'$ от согласованного положения.

Из рис. 9.1.1 видно, что одной и той же угловой ошибке на разных дальностях $D_р$ соответствуют различные линейные отклонения ракеты от оси равносигнальной зоны. Управление ракетой в соответствии с угловыми рассогласованиями приводит к тому, что время, необходимое для устранения рассогласования на дальности $D_р = D_2$, будет больше, чем время, необходимое для устранения рассогласования на дальности $D_р = D_1 < D_2$. Иначе говоря, с приближением к цели эффективность управления ракетой ухудшается, что в свою очередь приводит к понижению точности наведения ракеты на цель. Для устранения этого недостатка в системах телеуправления по равносигнальной зоне достаточно формировать сигналы, пропорциональные не угловым, а линейным отклонениям ракеты от оси равносигнальной зоны.

Из рис. 9.1.1 видно, что линейное отклонение ракеты определяется вектором $\boldsymbol{h}$ или его составляющими h_1 и h_2, причем

$$h_1 = D_р \Delta_1, \quad h_2 = D_р \Delta_2. \tag{9.4.3}$$

Умножая левые и правые части равенств (9.1.6), (9.1.8) на $D_р$ и учитывая (9.4.3), получим сигналы u_1^* и u_2^*, пропорциональные линейным отклонениям h_1 и h_2 и равные:

$$u_1^* = D_р u_1 = kh_1, \quad u_2^* = D_р u_2 = kh_2. \tag{9.4.4}$$

Для получения сигналов (9.4.4) на ракете должен быть измеритель дальности $D_р$. Однако в действительности измерители $D_р$ на ракету не ставятся. Дело в том, что практически не обязательно изменять эффективность управления в точном соответствии с изменяющейся дальностью. Практически вполне достаточно изменять эффективность управления в соответствии с некоторой функцией D^*, которая приблизительно равна дальности $D_р$. Обычно эта функция берется в виде

$$D^* = v_{ср} t, \tag{9.4.5}$$

где $v_{ср}$ — средняя (и по траектории и по условиям применения) скорость удаления ракеты от носителя.

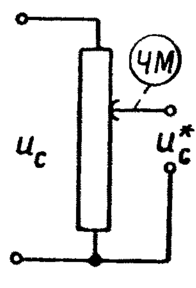


Рис. 9.4.2

Умножение сигналов u_1, u_2 на D^* производится с помощью линейного потенциометра (рис. 9.4.2), движок которого равномерно перемещается часовым механизмом. Потенциометр даль-

ности обычно ставят перед детектором сигнала ошибки. На вход потенциометра подается сигнал ошибки (9.1.3), на выходе формируется сигнал

$$u_c^* = D^* k \Delta \cos(\omega_0 t - \varphi). \tag{9.4.6}$$

Из равенства (9.4.6) видно, что умножение на D^* по существу приводит к переменному коэффициенту $k(t) = D^*k$. С увеличением дальности коэффициент усиления увеличивается и тем самым поддерживается примерно одинаковая эффективность управления на всей траектории движения ракеты к цели.

Глава 10

ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ АВТОНОМНОГО УПРАВЛЕНИЯ

§ 10.1. КИНЕМАТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ АВТОНОМНО УПРАВЛЯЕМОЙ РАКЕТЫ

Автономно управляемая ракета в своем движении не связана с целью или каким-либо командным пунктом. Поэтому нет необходимости рассматривать движение автономно управляемой ракеты относительно какой-либо определенной точки, и при составлении кинематических уравнений движения можно принять систему координат, связанную с произвольной точкой пространства (движущейся или неподвижной). Обозначая эту точку буквой *К*, можно написать кинематические уравнения (7.1.1) или (7.1.3). В частности, этой точкой может быть цель. В этом случае $\boldsymbol{D}_р = -\boldsymbol{D}$, $\boldsymbol{v}_к = \boldsymbol{v}_ц$, и кинематические уравнения (7.1.1) и (7.1.3) принимают соответственно форму (3.1.1) и (3.1.3).

Целесообразность того или иного выбора начала отсчета для исследования движения автономно управляемой ракеты определяется условиями поставленной задачи. Так, например, при исследовании старта автономно управляемой ракеты, при пуске ее с самолета и при исследовании перехода ракеты с комбинированной системой управления с этапа автономного управления на этап телеуправления целесообразно принять за начало отсчета самолет-носитель (в случае ракеты с комбинированной системой управления предполагается, что командный пункт находится на самолете-носителе; если командный пункт находится на другом самолете или на Земле, то при решении второй задачи целесообразно принять его за начало отсчета *К*). Тогда общее кинематическое уравнение движения центра массы ракеты будет иметь вид (7.1.1) или (7.1.3).

При исследовании движения автономно управляемой ракеты вблизи цели и при исследовании перехода ракеты с комбинированной системой управления с этапа автономного управления на этап самонаведения целесообразно принять за начало отсчета цель *Ц*. В этом случае общее кинематическое уравнение движения центра массы ракеты будет иметь вид (3.1.1) или (3.1.3).

При изучении движения автономно управляемой крылатой ракеты, траектория которой имеет значительный участок гори-

зонтального полета, удобно пользоваться системой координат, связанной с земной поверхностью, а не с какой-либо точкой пространства. При этом для определения положения ракеты относительно земной поверхности можно пользоваться любой системой координат, например геоцентрической системой координат $Ox_з y_з x_з$ (см. § 1.1), или любой криволинейной системой координат, связанной с Землей.

При исследовании движения космических и баллистических ракет приходится пользоваться инерциальными системами координат (т. е. системами координат, все точки которых движутся без ускорений). При этом в зависимости от условий задачи различные системы координат можно принимать за инерциальные. Так, например, при исследовании полета автономно управляемой ракеты на небольшое расстояние по сравнению с радиусом Земли можно пренебречь вращением Земли в течение времени полета ракеты и за инерциальную систему координат принять любую систему, связанную с земной поверхностью, например, систему $Cx_g y_g z_g$, подвижную относительно Земли и связанную с точкой старта ракеты, или геоцентрическую систему координат $Ox_з y_з z_з$ (см. § 1.1). При исследовании полета искусственных спутников Земли и космических ракет на небольшом удалении от Земли по сравнению с радиусом ее орбиты можно пренебречь кривизной ее орбиты и принять за инерциальную систему координат экваториальную систему $Ox_э y_э z_э$ (см. § 1.1). Наконец, при исследовании движения космических ракет на больших удалениях от Земли инерциальной допустимо считать только систему координат, связанную с небесной сферой, началом которой является Солнце или какая-либо другая точка галактики, влиянием ускорений которой в течение времени полета ракеты можно пренебречь.

Пусть $\boldsymbol{r}$ — радиус-вектор ракеты в какой-либо системе координат, а $\boldsymbol{v}$ — вектор ее скорости относительно той же системы координат. Тогда общее кинематическое уравнение движения центра массы ракеты запишется в виде

$$\dot{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{v}. \tag{10.1.1}$$

Заметим, что через $\dot{\boldsymbol{r}}$ здесь обозначена производная (т. е. скорость изменения) вектора $\boldsymbol{r}$ именно в данной системе координат, т. е. по существу локальная производная. Однако ввиду относительности понятий вращающейся и невращающейся систем координат мы пользуемся полной производной. При этом следует иметь в виду, что векторы $\boldsymbol{r}$, $\dot{\boldsymbol{r}}$ и $\boldsymbol{v}$ в уравнении (10.1.1) должны всегда рассматриваться в одной и той же системе координат, которая условно считается неподвижной (т. е. абсолютной).

В некоторых случаях оказывается целесообразным рассматривать скорость ракеты в одной системе координат (например, в земной), а положение ракеты определять в другой системе

координат, вращающейся относительно первой (например, в геоцентрической системе, связанной с ракетой $Ox_r y_r z_r$). В таких случаях абсолютную (или условно принимаемую за абсолютную) производную $\dot{\boldsymbol{r}}$ в уравнении (10.1.1) необходимо заменить ее выражением через локальную производную во второй системе координат и угловую скорость $\boldsymbol{\omega}_к$ второй системы координат по отношению к первой. Тогда уравнение (10.1.1) примет вид

$$\frac{\tilde{d}\boldsymbol{r}}{dt} + \boldsymbol{\omega}_к \times \boldsymbol{r} = \boldsymbol{v}. \tag{10.1.2}$$

Уравнения (10.1.1) и (10.1.2) представляют собой общие векторные кинематические уравнения движения центра массы ракеты. Для получения скалярных кинематических уравнений необходимо спроектировать уравнение (10.1.1) или (10.1.2) на оси системы координат, выбранной в соответствии с конкретными условиями задачи.

При исследовании движения ракеты на начальном участке траектории вблизи точки старта, а также полета крылатой или баллистической ракеты на небольшую дальность, когда кривизной земной поверхности и поворотом Земли за время полета ракеты можно пренебречь, земную систему координат $Cx_g y_g z_g$ можно принять за неподвижную. Тогда, учитывая, что проекции вектора скорости ракеты на оси системы $Cx_g y_g z_g$ равны соответственно $v\cos\theta\cos\varphi$, $v\sin\theta$, $-v\cos\theta\sin\varphi$ (см. § 1.1), получим из общего векторного уравнения (10.1.1) скалярные кинематические уравнения в форме

$$\left.\begin{aligned} \dot{x} &= v\cos\theta\cos\varphi, \\ \dot{y} &= v\sin\theta, \\ \dot{z} &= -v\cos\theta\sin\varphi, \end{aligned}\right\} \tag{10.1.3}$$

где x, y, z — координаты центра массы ракеты в системе $Cx_g y_g z_g$.

Как было отмечено в § 1.1, оси земной системы координат $Cx_g y_g z_g$ можно направлять произвольно, в зависимости от условий задачи, с тем, чтобы получить наиболее простые уравнения. При исследовании движения крылатых ракет удобно выбирать ось Cy_g вертикальной (т. е. направленной по вектору $-\boldsymbol{g}$), а ось Cx_g взять в плоскости меридиана или в плоскости заданного направления полета. При исследовании движения баллистических ракет на начальном участке траектории часто выбирают ось Cz_g вертикальной, а ось Cx_g направляют в плоскости заданной траектории ракеты.

Движение автономно управляемой крылатой ракеты часто бывает удобно рассматривать по отношению к какой-либо за-

данной ортодромии (например, связывающей точку старта и цель). Для этого целесообразно пользоваться ортодромической системой координат (см. § 1.1). Кроме того, будем пользоваться системой координат, связанной с ракетой $Ox_r y_r z_r$, ось Ox_r которой лежит в плоскости ортодромии. При этом плоскость $Oy_r z_r$ будет перпендикулярна плоскости заданной ортодромии, и переход от ортодромической системы $Ox_0 y_0 z_0$ к системе $Ox_r y_r z_r$ может быть осуществлен поворотом на угол s вокруг оси — Oz_0 и последующим поворотом на угол σ вокруг оси Ox_r (рис. 10.1.1).

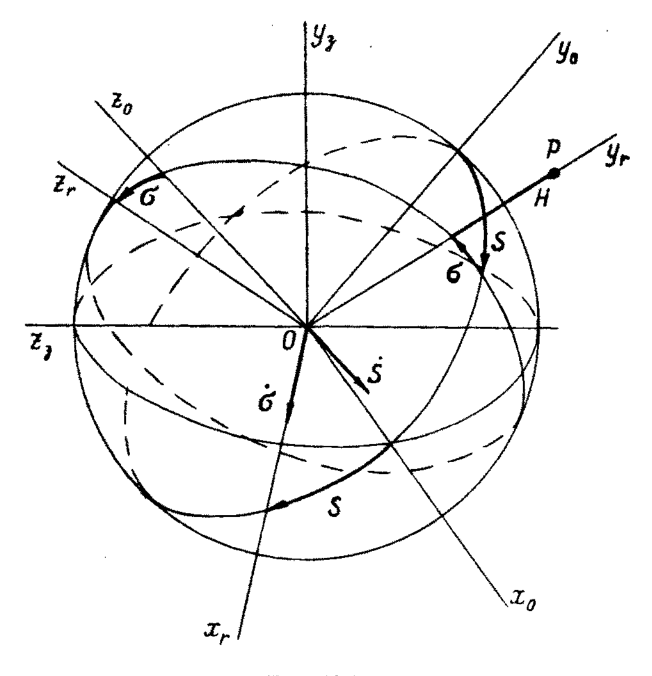


Рис. 10.1.1

Таким образом, положение ракеты относительно заданной ортодромии можно определить углом s, определяющим ее путь вдоль ортодромии, углом σ, определяющим ее отклонение в сторону от ортодромии, и расстоянием r от центра Земли (т. е. в сферической системе координат, связанной с данной ортодромией).

Чтобы вывести скалярные кинематические уравнения в выбранной сферической системе координат, будем рассматривать вектор $\boldsymbol{r}$ в системе координат $Ox_r y_r z_r$, связанной с ракетой, а ее движение, т. е. вектор скорости $\boldsymbol{v}$, естественно, в связанной с Землей ортодромической системе $Ox_0 y_0 z_0$. При этом, согласно сказанному выше, придется воспользоваться векторным уравнением (10.1.2). Направление вектора скорости ракеты $\boldsymbol{v}$ будем характеризовать углами φ, θ в системе координат $Px_g y_g z_g$, оси

которой параллельны соответствующим осям системы $Ox_r y_r z_r$. Тогда проекции векторов, входящих в уравнение (10.1.2), на оси системы $Ox_r y_r z_r$ определяются табл. 10.1.1.

Таблица 10.1.1

Ось \ Вектор	r	$\dot{r}$	$\omega_к$	$\omega_к \times r$	v
Ox_r	0	0	$\dot{\sigma}$	$r\dot{s}\cos\sigma$	$v\cos\theta\cos\varphi$
Oy_r	r	$\dot{r}$	$-\dot{s}\sin\sigma$	0	$v\sin\theta$
Oz_r	0	0	$-\dot{s}\cos\sigma$	$r\dot{\sigma}$	$-v\cos\theta\sin\varphi$

Пользуясь табл. 10.1.1, проектируем векторное уравнение (10.1.2) на оси системы $Ox_r y_r z_r$. В результате получаем скалярные кинематические уравнения движения центра массы ракеты относительно земной поверхности в форме

$$\dot{s} = \frac{v\cos\theta\cos\varphi}{r\cos\sigma}, \quad \dot{\sigma} = -\frac{v\cos\theta\sin\varphi}{r}, \quad \dot{r} = v\sin\theta. \quad (10.1.4)$$

Эти точные уравнения имеют очень простую форму благодаря тому, что мы взяли оси системы координат $Px_g y_g z_g$ параллельными осям системы $Ox_r y_r z_r$. Однако практически обычно связывают систему координат $Px_g y_g z_g$ с земной поверхностью, направляя ось Py_g по местной вертикали, т. е. по вектору $-\boldsymbol{g}$ Вследствие отклонения поверхности Земли от сферы и неравномерности распределения ее масс местная вертикаль отклонена от направления к центру Земли на малый угол. Поэтому оси системы координат $Px_g y_g z_g$, связанной с земной поверхностью, не параллельны соответствующим осям системы $Ox_r y_r z_r$, а составляют с ними малые углы, зависящие от координат точки земной поверхности s, σ.

Чтобы получить скалярные кинематические уравнения движения центра массы ракеты при таком выборе системы координат $Px_g y_g z_g$, следует по данным проекциям вектора $\boldsymbol{v}$ в этой системе координат $v\cos\theta\cos\varphi$, $v\sin\theta$, $-v\cos\theta\sin\varphi$ и углам между осями систем $Px_g y_g z_g$ и $Ox_r y_r z_r$ найти проекции вектора $\boldsymbol{v}$ на оси системы $Ox_r y_r z_r$ и заменить ими выражения $v\cos\theta\cos\varphi$, $v\sin\theta$, $-v\cos\theta\sin\varphi$ в уравнениях (10.1.4). Полученные в результате уравнения будут значительно сложнее, чем (10.1.4). Однако практически эти уравнения не нужны для исследования движения управляемых ракет. Характеристики процесса наведения управляемых ракет практически не изменятся, если пренебречь отклонением вертикали от направления к центру Земли и пользоваться уравнениями (10.1.4) как приближенными, отсчитывая углы φ и θ в системе координат $Px_g y_g z_g$, связанной

с земной поверхностью, и полагая $r = R + H$, $\dot{r} = \dot{H}$, где R — радиус Земли, а H — высота полета ракеты. В результате уравнения (10.1.4) заменяются уравнениями

$$\dot{s} = \frac{v \cos\theta \cos\varphi}{(R+H)\cos\sigma}, \quad \dot{\sigma} = -\frac{v\cos\theta\sin\varphi}{R+H}, \quad \dot{H} = v\sin\theta. \qquad (10.1.5)$$

При исследовании движения крылатой ракеты при малых боковых отклонениях от заданной ортодромии углы φ, θ и σ можно считать малыми и полагать $\cos\varphi \approx \cos\theta \approx \cos\sigma \approx 1$, $\sin\varphi \approx \varphi$, $\sin\theta \approx \theta$. Тогда уравнения (10.1.5) заменятся приближенными уравнениями

$$\dot{s} = \frac{v}{R+H}, \quad \dot{\sigma} = -\frac{v}{R+H}\varphi, \quad \dot{H} = v\theta. \qquad (10.1.6)$$

§ 10.2. МЕТОДЫ НАВЕДЕНИЯ И ПАРАМЕТРЫ УПРАВЛЕНИЯ

Как уже было отмечено в § 2.2, метод наведения автономно управляемой ракеты может быть задан различными способами, в зависимости от возможностей аппаратуры, применяемой в системе управления.

Простейшим и исторически первым способом обеспечения полета ракеты в заданном направлении является стабилизация продольной оси ракеты в этом направлении. Поэтому простейшим методом наведения автономно управляемой ракеты является метод стабилизации ее продольной оси в заданном направлении (постоянном или переменном), которое характеризуется заданными значениями углов тангажа и рысканья ϑ, ψ. Уравнения идеальной связи для этого метода наведения имеют вид

$$\vartheta = \vartheta_п, \quad \psi = \psi_п. \qquad (10.2.1)$$

где $\vartheta_п$, $\psi_п$ — заданные значения углов ϑ, ψ, обычно называемые программными. Величины углов $\vartheta_п$, $\psi_п$ могут быть постоянными или заданными функциями времени.

Параметры управления для метода стабилизации продольной оси ракеты в заданном направлении определяются формулами

$$\Delta_1 = \vartheta - \vartheta_п, \quad \Delta_2 = \psi - \psi_п. \qquad (10.2.2)$$

В некоторых случаях целесообразно обеспечить заданную высоту полета ракеты (постоянную или изменяющуюся по заданному закону) $H_п$. Уравнения идеальной связи для метода наведения с заданным законом изменения высоты полета имеют вид

$$H = H_п, \quad \psi = \psi_п. \qquad (10.2.3)$$

Параметры управления определяются формулами

$$\Delta_1 = H - H_п, \quad \Delta_2 = \psi - \psi_п. \qquad (10.2.4)$$

Вторым типом простейших автономных систем управления являются системы, управляющие полетом ракеты по составляющим ее вектора ускорения по поперечным осям Py_1, Pz_1. Для таких систем управления идеальная связь накладывается на вектор ускорения центра массы ракеты и метод наведения задается поперечными составляющими вектора ускорения (обычно метод наведения требует, чтобы поперечные составляющие вектора ускорения были равны нулю). Уравнения идеальной связи в этом случае имеют вид:

$$a_{y_1} = a_{y_1 \text{п}}, \quad a_{z_1} = a_{z_1 \text{п}}, \tag{10.2.5}$$

где $a_{y_1 \text{п}}$, $a_{z_1 \text{п}}$ — заданные (программные) значения поперечных ускорений (обычно равные нулю). Параметры управления определяются формулами

$$\Delta_1 = a_{y_1} - a_{y_1 \text{п}}, \quad \Delta_2 = a_{z_1} - a_{z_1 \text{п}}. \tag{10.2.6}$$

Этот метод наведения применялся для управления полетом авиационных бомб и крылатых ракет.

К третьей группе методов наведения автономно управляемых ракет относятся методы, накладывающие связь на вектор скорости ракеты.

Для таких методов наведения уравнения идеальной связи имеют вид

$$\theta = \theta_\text{п}, \quad \varphi = \varphi_\text{п}, \tag{10.2.7}$$

и параметры управления определяются формулами

$$\Delta_1 = \theta - \theta_\text{п}, \quad \Delta_2 = \varphi - \varphi_\text{п}. \tag{10.2.8}$$

За параметры управления в этом случае можно также принять составляющие вектора скорости в плоскости, нормальной к программному направлению вектора скорости, определяемому углами $\varphi_\text{п}$, $\theta_\text{п}$:

$$\Delta_1 = v_1, \quad \Delta_2 = v_2. \tag{10.2.9}$$

Наиболее совершенными и, естественно, наиболее сложными автономными системами управления являются системы, обеспечивающие полет ракеты по заданной траектории. Для таких систем метод наведения определяется заданной траекторией, а уравнениями идеальной связи служат уравнения заданной траектории

$$F_1(\boldsymbol{r}, t) = 0, \quad F_2(\boldsymbol{r}, t) = 0. \tag{10.2.10}$$

За параметры управления в этом случае можно принять значения функций F_1, F_2:

$$\Delta_1 = F_1(\boldsymbol{r}, t), \quad \Delta_2 = F_2(\boldsymbol{r}, t) \tag{10.2.11}$$

или некоторые их функции

$$\Delta_1 = \Phi_1(F_1(\boldsymbol{r}, t), F_2(\boldsymbol{r}, t)), \quad \Delta_2 = \Phi_2(F_1(\boldsymbol{r}, t), F_2(\boldsymbol{r}, t)), \tag{10.2.12}$$

удовлетворяющие требованиям, сформулированным в § 2.2.

В частности, траекторию крылатой ракеты относительно Земли можно задать в сферической системе координат, связанной с некоторой ортодромией (см. § 10.1), ее проекцией на поверхность Земли и высотой полета. Тогда уравнения идеальной связи примут вид

$$H = H_п, \quad F(s, \sigma, t) = 0, \tag{10.2.13}$$

а параметры управления определятся формулами

$$\Delta_1 = H - H_п, \quad \Delta_2 = F(s, \sigma, t). \tag{10.2.14}$$

В частности, если заданной траекторией является ортодромия, получаем метод наведения крылатой ракеты по ортодромии. Уравнения идеальной связи (10.2.13) принимают для этого метода вид

$$H = H_п, \quad \sigma = 0, \tag{10.2.15}$$

а параметры управления определяются формулами

$$\Delta_1 = H - H_п, \quad \Delta_2 = \sigma. \tag{10.2.16}$$

Как было сказано в § 2.2, во многих случаях приходится вводить в систему управления, кроме основных каналов управления направлением полета, другие каналы, обеспечивающие заданные значения или стабилизацию некоторых элементов движения ракеты. Эти дополнительные каналы практически всегда являются автономными, и каналы управления направлением полета от них не зависят. Поэтому все эти дополнительные каналы управления являются автономными системами управления. Так, например, при управлении полетом космической ракеты важно обеспечить не только полет по заданной траектории, но и заданный закон движения, т. е. изменение координат ракеты со временем по заданному закону. В этом случае необходимо ввести в систему управления дополнительный канал управления тягой двигателя. За параметр управления для этого канала целесообразно принять отклонение скорости ракеты от расчетной или отклонение текущего положения ракеты на заданной траектории от расчетного. Этот дополнительный канал управления будет автономной системой, независимой от других каналов управления.

Для обеспечения достаточной точности наведения баллистической ракеты, а в некоторых случаях и космической ракеты нет необходимости осуществлять непрерывное управление тягой двигателя и соответственно усложнять систему управления. Достаточно лишь обеспечить заданную величину скорости ракеты в конце активного участка траектории. Несколько большую точность наведения можно получить, если обеспечить определенную зависимость скорости ракеты в конце активного участка траектории от значений ее координат в этой же точке. Эта зависимость

должна быть определена из условия прохождения пассивного участка траектории ракеты через цель. Естественно, эта зависимость должна включать ряд параметров, изменяя которые можно было бы обеспечить стрельбу по разным целям. В подобных случаях основным элементом канала управления скоростью ракеты является устройство, выключающее двигатель по достижении заданного значения скорости ракеты или определенной функции скорости ракеты и ее координат. В первом случае канал управления скоростью будет состоять из одного такого устройства и не будет содержать никаких дополнительных элементов. Во втором случае канал управления скоростью должен содержать еще вычислительное устройство, вырабатывающее данную функцию скорости ракеты и ее координат.

Для обеспечения попадания крылатой ракеты в цель необходимо перевести ее в пикирование на цель в соответствующей точке траектории. Дальнейшее управление после перехода ракеты в пикирование может быть осуществлено той же автономной системой управления или другой системой управления, например, системой самонаведения.

В простейших автономных системах управления момент перехода ракеты в пикирование задается заранее и перевод ее в пикирование осуществляется по прошествии заданного времени полета ракеты.

В наиболее совершенных и сложных автономных системах управления, в которых обеспечивается определение координат ракеты, перевод ее в пикирование осуществляется по достижении определенной точки на заданной траектории.

§ 10.3. ПРИНЦИПЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ УПРАВЛЕНИЯ

В соответствии с общим принципом, сформулированным в § 2.2, за параметры управления в автономных системах управления следует по возможности выбирать такие величины, которые могут быть непосредственно измерены используемыми в системе управления измерительными элементами. И лишь в тех случаях, когда такой возможности нет, можно ввести в систему управления вычислительные устройства, определяющие параметры управления по результатам косвенных измерений.

В системах управления, стабилизирующих продольную ось ракеты, параметры управления могут быть непосредственно измерены с помощью установленных на ракете потенциометрических или индуктивных датчиков, подвижные детали которых связаны со свободным гироскопом или с гиростабилизированной платформой. Программные значения углов тангажа и рысканья $\vartheta_п$, $\psi_п$ могут задаваться путем поворота корпусов датчиков относительно ракеты на соответствующие углы. При этом выходные сигналы датчиков будут непосредственно определять параметры управления в соответствии с формулами (10.2.2).

Автономные системы управления с гироскопическими измерителями углов, определяющих направление продольной оси ракеты или полностью ориентацию корпуса ракеты и стабилизирующие продольную ось ракеты в заданном направлении, называются *гироскопическими*.

Очевидно, что гироскопические системы управления нечувствительны к любым линейным перемещениям, скоростям и ускорениям центра массы ракеты. Поэтому такие системы управления принципиально не могут ликвидировать отклонения ракеты от заданного направления полета, возникающие вследствие сноса ракеты случайными составляющими вектора скорости ветра. Благодаря этому гироскопические системы управления могут применяться только на ракетах малой дальности полета или для стабилизации осей ракеты на начальном участке траектории.

Для измерения ускорений ракеты можно применить акселерометры, установленные на ракете. При этом программные значения ускорений могут быть введены путем смещения корпусов потенциометрических или индуктивных датчиков относительно корпусов соответствующих акселерометров. Тогда выходные сигналы акселерометров будут непосредственно определять параметры управления в соответствии с формулами (10.2.6).

Автономные системы управления, вырабатывающие параметры управления только по измеренным ускорениям ракеты, называются *инерциальными* *.

Простейшие инерциальные системы, обеспечивающие заданные значения поперечных ускорений ракеты, нечувствительны к любым линейным перемещениям ракеты с постоянной скоростью. Однако они чувствительны к ускорениям ракеты. Вследствие этого простейшие инерциальные системы реагируют на ускорения ракеты, вызываемые случайными составляющими вектора скорости ветра, и могут частично компенсировать снос ракеты случайными составляющими вектора скорости ветра.

В случае метода наведения автономно управляемой ракеты, накладывающего связь на вектор скорости ракеты, параметры управления определяются проще всего вычислительным путем по ускорениям ракеты, измеренным акселерометрами. Путем интегрирования составляющих ускорения ракеты определяются соответствующие составляющие вектора ее скорости, после чего могут быть вычислены углы φ, θ, определяющие направление вектора скорости, и по формулам (10.2.8) вычислены параметры управления. Если за параметры управления принимаются величины (10.2.9), то они непосредственно получаются с выходов интеграторов, интегрирующих составляющие ускорения ракеты в плоскости, перпендикулярной программному направлению вектора скорости.

---

* Это название объясняется тем, что любой акселерометр измеряет фактически не ускорение, а силу инерции, пропорциональную ускорению.

Таким образом, метод наведения ракет с заданным направлением вектора скорости можно осуществить с помощью инерциальной системы управления. Подобные инерциальные системы обеспечивают более высокую точность наведения, чем простейшие инерциальные системы, осуществляющие управление непосредственно по ускорениям.

Положение ракеты относительно земной поверхности или в космическом пространстве можно определить различными способами. Одним из простейших способов является определение координат ракеты путем двукратного интегрирования соответствующих составляющих ее ускорения. По вычисленным координатам ракеты можно определить ее боковое отклонение от заданной траектории, которое обычно и принимается за параметр управления в канале курса. Таким образом, наведение ракеты по заданной траектории также можно осуществить с помощью инерциальной системы управления.

Для обеспечения высокой точности определения координат ракеты необходимо наличие в системе управления стабилизированной системы отсчета. Стабилизированная система отсчета может быть создана с помощью гироскопических приборов или с помощью астрономических средств.

Блок системы управления, определяющий координаты ракеты, называется *координатором*. Координатор, определяющий координаты ракеты путем интегрирования ускорений, с системой отсчета, стабилизированной с помощью гироскопических приборов, называется *гироинерциальным* координатором. Координатор, определяющий координаты ракеты путем интегрирования ускорений, с системой отсчета, стабилизированной с помощью астрономических приборов, называется *астроинерциальным* координатором. Автономные системы управления, определяющие координаты ракеты с помощью гироинерциального координатора, называются *гироинерциальными*. Автономные системы управления, определяющие координаты ракеты с помощью астроинерциальных координаторов, называются *астроинерциальными*.

Положение ракеты относительно земной поверхности может быть определено также с помощью астрономических приборов без применения акселерометров. Координатор, определяющий положение ракеты с помощью астрономических приборов, называется *астрокоординатором*, а автономные системы управления с астрокоординаторами называются *астронавигационными*.

Астронавигационные системы дают меньшую точность наведения ракеты, чем астроинерциальные, так как интегрирование ускорений ракеты, как мы увидим в гл. 12, дает возможность получить более точную вертикаль, чем обычные маятниковые вертикали или гировертикали с маятниковой коррекцией. Поэтому применение астронавигационных систем в чистом виде нецелесообразно.

Астрокоординатор или астроинерциальный координатор для наведения ракеты по заданной ортодромии в принципе можно построить так, чтобы его выходными сигналами были параметры управления. В таких координаторах задача определения параметров управления по существу решается непосредственными геометрическими построениями, моделирующими ортодромическую систему координат [21].

Положение ракеты относительно земной поверхности может быть определено по земным ориентирам. В качестве земных ориентиров могут быть использованы различные естественные или искусственно созданные физические поля, связанные с Землей. Простейшим примером использования поля, связанного с земной поверхностью, для определения положения ракеты относительно земной поверхности может служить использование распределения давления воздуха по высоте для измерения высоты полета ракеты. Аналогично можно использовать для определения координат ракеты характеристики магнитного и электростатического полей Земли, распределение интенсивности космического излучения и т. п. Частным случаем физического поля Земли являются также поле рельефа земной поверхности и распределение различных объектов на земной поверхности. Примером искусственного поля, связанного с земной поверхностью, может служить электромагнитное поле, создаваемое специальными радиостанциями — радиомаяками.

Автономные системы управления, использующие ориентацию ракеты по земным ориентирам, называются системами управления *по земным ориентирам*. В частности, системы управления, использующие ориентацию ракеты по распределению характерных объектов на земной поверхности, называются системами управления *по карте местности*. Системы управления, использующие ориентацию ракеты по сигналам радиомаяков, называются *радионавигационными*.

Изложенное показывает, что существует много различных типов автономных систем управления, основанных на различных физических принципах. Одним из наиболее совершенных типов автономных систем управления в настоящее время являются инерциальные системы. Из инерциальных систем наибольшую точность дают астроинерциальные системы. Это объясняется тем, что астрономические приборы дают возможность с более высокой степенью точности стабилизировать систему отсчета, чем гироскопические. Гироскопы, даже самые совершенные, всегда подвержены действию момента сил трения, который вызывает паразитную прецессию с малой угловой скоростью. Эта прецессия, называемая обычно *уходом* (дрейфом), отклоняет с течением времени ось гироскопа от заданного направления, что приводит к невозможности идеально точно стабилизировать систему отсчета и вызывает отклонения осей этой системы отсчета от заданных направлений, возрастающие с течением времени. Астро-

номические приборы, следящие за определенными звездами, обеспечивают непрерывную коррекцию системы отсчета, т. е. исправление отклонений ее осей от заданных направлений. Это и дает более точную стабилизацию системы отсчета. Астрокоррекция системы отсчета может осуществляться непрерывно в течение всего времени работы системы или дискретно через определенные промежутки времени.

Различные типы автономных систем часто комбинируются для обеспечения наилучшего решения поставленных задач. Простейшей комбинированной автономной системой является система управления положением продольной оси ракеты в горизонтальной плоскости и высотой полета в вертикальной плоскости в соответствии с идеальными связями (10.2.3). Для управления баллистическими ракетами на активном участке траектории иногда применяется комбинированная система управления углом тангажа в вертикальной плоскости и вектором скорости ракеты в горизонтальной плоскости. В этом случае параметр управления Δ_1 определяется по первой формуле (10.2.2), а параметр управления Δ_2 определяется в соответствии со второй формулой (10.2.9) интегрированием составляющей ускорения ракеты, перпендикулярной заданной плоскости траектории. Подобные комбинированные автономные системы управления обычно относятся к тому классу систем управления, к которому принадлежит система управления курсом ракеты, так как эта система всегда является значительно более сложной, чем система управления высотой полета или углом тангажа, и, кроме того, именно система управления курсом ракеты обычно выполняет функцию вычисления пути ракеты вдоль заданной траектории и момента перевода ее в пикирование на цель. В соответствии с этим система управления, формирующая параметры управления в соответствии с формулами (10.2.2), называется гироскопической, а система управления баллистической ракетой, формирующая параметр управления Δ_1 по первой формуле (10.2.2), а параметр управления Δ_2 по второй формуле (10.2.9) путем интегрирования соответствующей измеренной составляющей ускорения ракеты, — инерциальной.

К более сложным комбинированным автономным системам управления относится, например, инерциальная система с коррекцией вычисленного местонахождения ракеты относительно земной поверхности по земным ориентирам (например, по карте местности). Эта коррекция может осуществляться непрерывно или дискретно через определенные интервалы времени.

Глава 11

ГИРООРИЕНТАТОРЫ

§ 11.1. ПРОГРАММНЫЕ УСТРОЙСТВА

В автономных системах информация о цели управления, условиях полета ракеты и работе аппаратуры системы управления задается в виде *программы полета*. Программа полета включает совокупность зависимостей, связывающих элементы движения ракеты и время, и систему команд, обеспечивающих определенную последовательность режимов работы аппаратуры системы управления и двигательной установки (включение, выключение, разблокировка, форсаж, отделение ступеней в баллистических ракетах и т. п.).

При наложении связей на ориентацию продольной оси ракеты программа полета определяет зависимость углов тангажа и рыскания от времени. Типичным случаем является следующая зависимость этих углов от времени:

$$\vartheta_{\text{п}} = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3, \quad \psi_{\text{п}} = 0, \tag{11.1.1}$$

где a_0, a_1, a_2, a_3 — постоянные коэффициенты, определяемые начальными и конечными условиями полета ракеты на участке применения данной программы. Если, например, пуск ракеты производится с самолета-носителя в режиме горизонтального полета и требуется вывести ракету к моменту времени t_1 на другую высоту полета в горизонтальный режим полета, то коэффициенты a_0, a_1, a_2, a_3 определяются начальными $\vartheta_{\text{п}}(0) = \dot{\vartheta}_{\text{п}}(0) = 0$ и конечными $\vartheta_{\text{п}}(t_1) = \dot{\vartheta}_{\text{п}}(t_1) = 0$ условиями. Эти условия дают четыре уравнения для определения неизвестных коэффициентов a_0, a_1, a_2, a_3 в первой формуле (11.1.1).

Программы полета типа (11.1.1) применяются для крылатых ракет на участках маневрирования и баллистических ракет на активном участке траектории. В простейшем случае, когда требуется, чтобы продольная ось ракеты сохраняла заданное направление, программа полета определяется условием $\vartheta_{\text{п}} = \psi_{\text{п}} = 0$.

При наложении связей на компоненты вектора скорости программа полета определяет зависимость углов, определяющих направление вектора скорости, от времени, а в случае регули-

рования тяги двигателя — и зависимость величины скорости ракеты от времени.

В баллистических ракетах, кроме того, программа полета определяет момент выключения тяги двигателя. Это выключение производится при достижении текущей скорости полета заданной расчетной величины $v_к$ или при равенстве нулю заданной функции от текущих v, θ, x, y и расчетных значений $v_к, \theta_к, x_к, y_к$ элементов движения, определяющих рассеивание баллистических ракет по дальности

$$v = v_к \quad \text{или}$$

$$L = c_1(x - x_к) + c_2(y - y_к) + c_3(v - v_к) + c_4(\theta - \theta_к) = 0, \quad (11.1.2)$$

где c_1, c_2, c_3, c_4 — частные производные дальности полета ракеты по переменным x, y, v, θ соответственно, взятые в точке $x = x_к$, $y = y_к$, $v = v_к$, $\theta = \theta_к$.

При наложении связей на координаты центра массы ракеты программа полета включает уравнения траектории полета и в общем случае требуемый закон движения ракеты.

При наложении связей на высоту полета программа полета включает зависимость высоты полета от времени $H_п(t)$ или пройденного пути $H_п(s)$.

Программа полета, которая закладывается в автономную систему управления перед стартом ракеты, хранится в программном устройстве. В состав программного устройства входят *запоминающие* и *хронирующие* устройства.

Хронирующие устройства являются датчиками точного времени, обеспечивающими синхронизацию управляющей информации по времени и стабильность вращения различных двигателей (гиромоторы, двигатели лентопротяжных механизмов и т. п.). Хронирующее устройство обычно реализуется в виде генератора гармонических колебаний с высокой стабильностью параметров колебаний.

Электронные генераторы, стабилизированные кварцем, имеют хорошую стабильность частоты колебаний при условии сохранения постоянства температуры кристалла кварца. С этой целью пластинка кварца помещается в термостат. К недостаткам кварцевого генератора следует отнести высокую частоту собственных колебаний, составляющую примерно 100 *кгц*. Поэтому для применения их в низкочастотных схемах требуется большое количество делителей частоты. Это вносит дополнительные ошибки, вследствие нестабильности работы электронных схем. Часы, построенные на основе кварцевого генератора, имеют среднее квадратическое отклонение ухода порядка $\sigma_t = 0{,}001$ *сек/сутки*.

Для использования в схемах низкой частоты более удобен генератор, стабилизированный камертоном.

На рис. 11.1.1 приведена одна из возможных схем камертонного генератора. Камертон, настроенный на частоту 960 *гц*,

включен в анодно-сеточную цепь ламп Л1, Л2. При колебаниях камертона изменяется индуктивное сопротивление катушки в сеточной цепи лампы Л1. Сигнал, усиленный в лампе Л1, снимается с анода этой лампы и подается на управляющую сетку триода Л2. С анода триода Л2 сигнал через разделительный конденсатор C_2 подается обратно к управляющей катушке камертона. Это создает регенеративную обратную связь, обеспечивающую незатухающие колебания камертона. С анода лампы Л2 имеется отрицательная обратная связь на катод лампы Л1. Эта связь улучшает стабильность параметров автоколебаний при из-

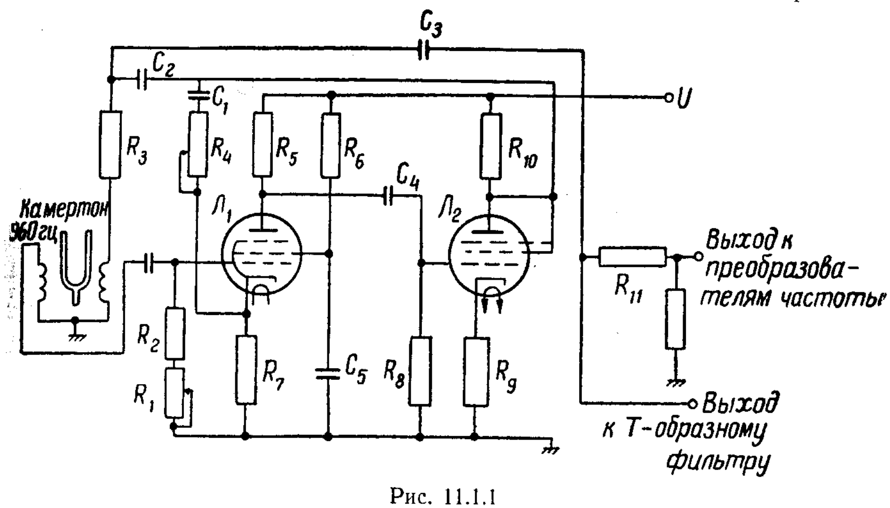


Рис. 11.1.1

менении внешних условий (колебания температуры, колебания напряжения источников питания и т. п.). Сопротивление R_1 служит для регулировки частоты колебаний. Генератор имеет два выхода: один на Т-образный фильтр, настроенный на частоту 960 *гц* и далее на различные схемы стабилизации частоты вращения гироприборов, и второй выход — к преобразователям частоты.

Запоминающие устройства служат для хранения информации о программе полета. При наличии системы телеметрии запоминающие устройства могут использоваться для накопления информации об условиях полета с последующей передачей ее на командный пункт.

Основными характеристиками запоминающих устройств являются емкость, время обращения и точность работы. Под емкостью понимается максимальное количество информации, измеряемое в двоичных знаках, которые можно поместить в запоминающее устройство.

Временем обращения называется время, необходимое для записи и считывания информации.

Точность работы запоминающего устройства определяется точностью изготовления и шумами электронных и магнитных элементов схем.

Конструкции запоминающих устройств чрезвычайно разнообразны. В системах управления ракет в качестве запоминающих устройств применяются кулачковые механизмы, функциональные потенциометры и устройства с магнитной записью.

Кулачковые механизмы позволяют осуществить запоминание непрерывных или дискретных функций времени путем придания

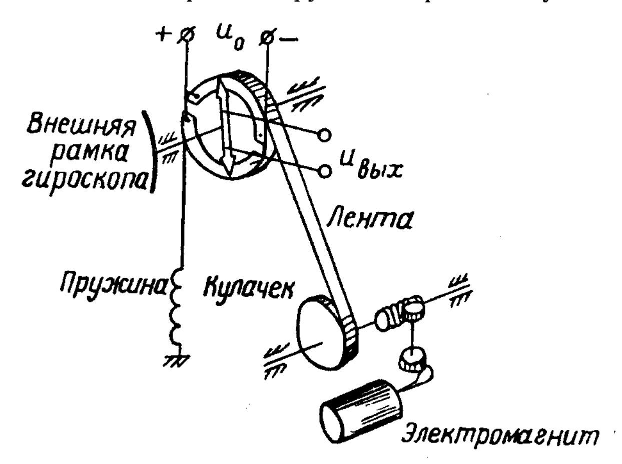


Рис. 11.1.2

кулачку соответствующего профиля. Одна из возможных схем простейшего программного кулачкового устройства приведена на рис. 11.1.2. Двигатель — электромагнит, работающий в импульсном режиме от переменного тока, вращает с постоянной скоростью кулачок, который гибкой металлической лентой связан с основанием потенциометра. Пружина обеспечивает прижатие ленты к кулачку. Разность потенциалов между движками потенциометра является выходным напряжением. Если движки потенциометра связаны с рамкой гироскопа, то выходное напряжение будет пропорционально разности текущего и программного углов, вследствие поворота рамки гироскопа вместе с движками, и поворота основания потенциометра, связанного с кулачком:

$$u_{вых} = k(\vartheta - \vartheta_п), \tag{11.1.3}$$

где ϑ — угол, измеряемый гироскопом, $\vartheta_п$ — программный угол; k — коэффициент пропорциональности, равный $k = u_0/L$, где u_0 — напряжение питания потенциометра, а L — его длина в угловой мере.

Кулачковые программные устройства весьма просты и по точности хранения и воспроизведения функций времени, как прави-

но, отвечают требованиям практики. Однако для хранения нескольких функций времени требуется соответствующее количество кулачков. Кроме того, быстрая смена программ в этом случае невозможна, так как требует смены кулачков. В связи с этими недостатками кулачковые программные устройства применяются лишь в автономных системах с простейшими программами.

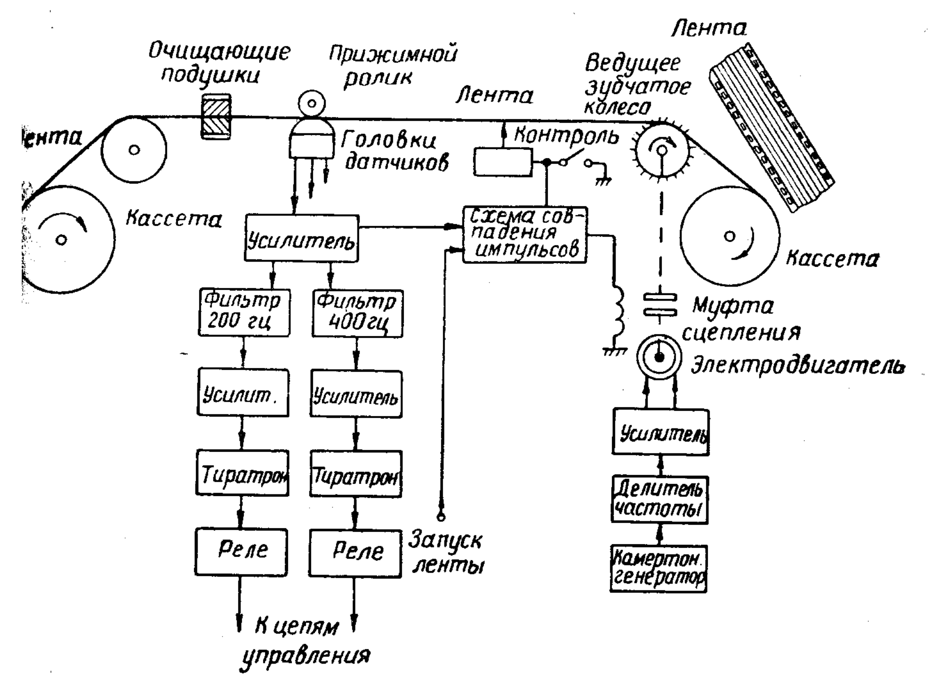


Рис. 11.1.3

Функциональные потенциометры, используемые в качестве запоминающих устройств, по своим характеристикам принципиально ничем не отличаются от кулачковых устройств и, следовательно, обладают теми же преимуществами и недостатками.

Запоминающие устройства с магнитной записью имеют высокие показатели по емкости и времени обращения. Это позволяет использовать их в программных устройствах с большой пропускной способностью. Конструктивно устройство с магнитной записью представляет собой миниатюрный магнитофон. Одна из возможных схем подобного устройства показана на рис. 11.1.3. Ферромагнитная лента имеет несколько дорожек записи. На каждой дорожке записываются две функции времени в форме импульсной модуляции двух гармонических несущих: одной с частотой 200 *гц*, а другой с частотой 400 *гц*. Считывание информации с ленты осуществляется с помощью датчиков, коли-

чество которых равно числу дорожек записи. С выхода каждого датчика сигнал проходит через усилитель и далее через фильтры, настроенные на частоту 200 и 400 *гц* соответственно. Фильтры позволяют разделить временные функции на два канала. Тиратроны и реле служат для улучшения формы импульсных сигналов. Движение ленты осуществляется лентопротяжным механизмом, в состав которого входят двигатель, имеющий стабилизированную скорость вращения, и быстродействующая муфта сцепления.

Запоминающие устройства играют важную роль в системах телеметрии, обеспечивая накопление информации на длительном промежутке времени и передачу ее (считывание) в короткий отрезок времени. Такой способ передачи особенно необходим для космических летательных аппаратов вследствие ограниченности энергетических возможностей источников питания.

§ 11.2. СХЕМЫ ГИРООРИЕНТАТОРОВ

Гироскопические системы управления обеспечивают стабилизацию продольной оси ракеты относительно некоторой, в общем случае вращающейся системы отсчета. Для случая, когда положение ракеты определяется по отношению к земной системе координат, параметры управления можно записать в виде

$$\Delta_1 = \vartheta - \vartheta_{п}, \quad \Delta_2 = \psi - \psi_{п}. \qquad (11.2.1)$$

Отсюда следует, что для формирования параметров управления в гироскопических системах управления необходимы программные устройства и измерители углов тангажа и рысканья. В гироскопических системах одновременно производится измерение и угла крена, необходимого для системы стабилизации ракеты относительно продольной оси. Поэтому в дальнейшем везде будет говориться об измерении трех углов, определяющих ориентацию корпуса ракеты.

В гироскопических системах в качестве измерителей углов положения ракеты используются *гироориентаторы* системы гироскопических измерителей, обеспечивающие измерение трех углов положения ракеты, т. е. определение ориентации осей ракеты. Возможны следующие схемы применения гироприборов для построения гироориентаторов: два трехстепенных свободных гироскопа; трехстепенная гироплатформа; три двухстепенных (скоростных) гироскопа.

Трехстепенной свободный гироскоп сохраняет неизменным направление вектора кинетического момента K. Однако практически создать свободный гироскоп, на который не действовали бы никакие моменты и точка подвеса которого в точности совпала бы с его центром массы, невозможно. Фактически на гироскоп всегда действуют незначительные возмущающие моменты, приводящие к медленному изменению направления вектора K. Это явление называется *уходом* или *дрейфом* гироскопа.

Если установить трехстепенной свободный гироскоп на ракету, то можно определить направление любой прямой по отношению к вектору кинетического момента гироскопа. В частности, можно определить направление продольной и поперечной осей ракеты. Как известно из теории прикладной гироскопии [13, 20], с большой точностью можно считать, что направление вектора кинетического момента гироскопа совпадает с осью вращения ротора гироскопа. Поэтому практически за начало отсчета углов, определяющих направление продольной или поперечной осей ракеты, принимается ось вращения ротора гироскопа. Сигналы, пропорциональные углам, снимаются с помощью потенциометрических, индуктивных, фотометрических и прочих датчиков, установленных на рамках внутреннего и внешнего колец карданова подвеса гироскопа. Один трехстепенной гироскоп позволяет измерить два угла между заданным направлением и осью ротора гироскопа. Два трехстепенных гироскопа, установленные на ракете так, что векторы их кинетических моментов перпендикулярны, образуют систему координат, две оси которой определяются направлениями векторов кинетических моментов гироскопов. Третья ось может быть определена дополнительным условием, что система координат является правой или левой. По отношению к этой системе координат и определяется положение корпуса ракеты. Систему координат, образованную кинетическими моментами гироприборов, будем называть *опорной системой координат*. Таким образом, два трехстепенных гироскопа с перпендикулярно расположенными кинетическими моментами образуют гироориентатор.

Углы рысканья, тангажа и крена определяют положение связанной системы координат по отношению к земной системе координат. Следовательно, для измерения этих углов с помощью свободных гироскопов необходимо произвести начальное согласование опорной системы координат с земной системой координат, т. е. небходима начальная выставка гироприборов. Выставка гироприборов производится непосредственно перед их разарретированием.

Земная система координат $Px_gy_gz_g$ вращается вследствие вращения Земли и движения ракеты относительно Земли. Кроме того, на гироскоп действуют возмущающие моменты, в результате чего кинетический момент гироскопа прецессирует с некоторой угловой скоростью ухода ω_y. Поэтому после начального согласования в момент старта ракеты опорной системы координат, создаваемой гироприборами, с земной системой координат в последующие моменты времени эти системы отсчета совпадать не будут. Угловое смещение опорной системы координат относительно земной системы координат называется *девиацией*. На рис. 11.2.1 показаны углы ε_1, ε_2, ε_3, определяющие взаимное положение земной $Px_gy_gz_g$ и опорной $Pxyz$ систем координат.

Угловая скорость ω_1 вращения земной системы координат

включает две составляющие: угловую скорость вращения Земли $\omega_з$ и угловую скорость ω_r, обусловленную движением ракеты относительно Земли.

$$\omega_1 = \omega_з + \omega_r. \qquad (11.2.2)$$

Для определения угловой скорости девиации гироскопа обратим движение, предположив, что земная система координат неподвижна, а опорная система координат вращается с угловой скоростью — ω_1. Полная угловая скорость девиации определяется формулой

$$\omega_д = -\omega_1 + \omega_у. \qquad (11.2.3)$$

Так как практически можно учесть в формуле (11.2.3) только регулярную составляющую ω_1, то за угловую скорость девиации принимают — ω_1.

Для непрерывного совмещения опорной системы координат с земной системой координат применяется геометрическая коррекция гироскопов или аналитическая коррекция. Аналитическая коррекция заключается в том, что к измененным углам добавляются величины, пропорциональные интегралам от соответствующих проекций вектора угловой скорости ω_1. Эти поправки вычисляются для программного закона движения ракеты как функции времени полета и хранятся в запоминающем устройстве. В случае геометрической коррекции гироприбора к нему прикладывается корректирующий момент, пропорциональный угловой скорости ω_1,

$$M_к = \omega_1 \times K. \qquad (11.2.4)$$

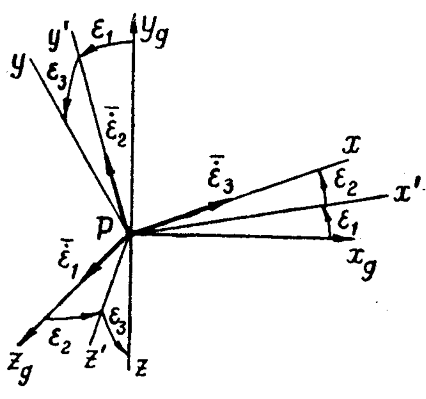


Рис. 11.2.1

Проекции корректирующего момента на оси рамок карданова подвеса, на которых установлены датчики, могут быть определены, если известны программная траектория полета и установка гироприбора. Гироориентаторы, включающие два свободных гироскопа, применяются на крылатых и баллистических ракетах с небольшой дальностью управляемого полета.

Измерение углов ориентации корпуса ракеты с помощью гиростабилизированной платформы принципиально не отличается от измерения с помощью свободных гироскопов. Гироплатформа является гироориентатором и представляет собой сложную механическую систему, включающую платформу (плиту) в кардановом подвесе с тремя степенями свободы относительно

корпуса ракеты и три расположенных на платформе двухстепенных гироскопа (или два трехстепенных гироскопа). За счет наличия степеней свободы у платформы каждый гироскоп получает по отношению к корпусу ракеты еще одну степень свободы и, таким образом, фактически является трехстепенным гироскопом. В целом гироплатформа имеет девять степеней свободы относительно корпуса ракеты. Схема гироплатформы приведена на рис. 11.2.2. На платформе установлены три гироскопа, имеющие кинетические моменты K_1, K_2, K_3. Направления векторов кинетических моментов гироскопов можно установить так, чтобы они были в начальный момент взаимно перпендикулярны,

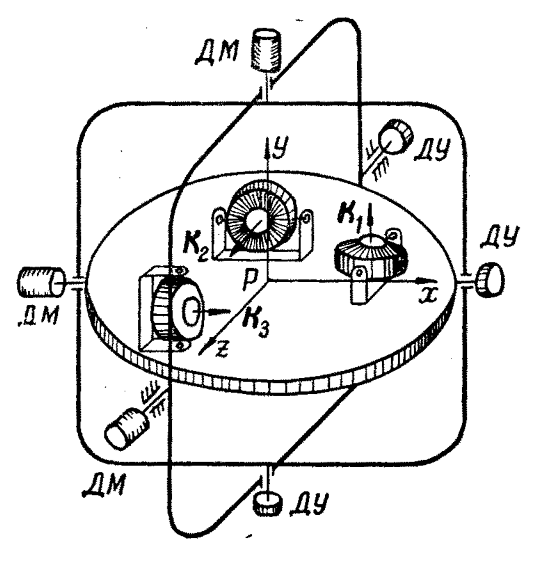


Рис. 11.2.2

и принять эти направления за оси земной системы координат. Таким образом, система координат $Pxyz$, жестко связанная с гироплатформой, материализует земную систему координат. Измерение углов ориентации корпуса ракеты по отношению к опорной системе координат производится датчиками углов ДУ, установленными на осях рамок карданова подвеса. Выставка гироплатформы и коррекция ее положения осуществляются датчиками моментов ДМ —двигателями, работающими в обычном или заторможенном режиме.

Как правило, гироплатформы строятся на принципе *силовой стабилизации.* Это означает, что платформа удерживается в заданном положении не за счет кинетических моментов гироскопов, а за счет моментных двигателей. Использование гироскопов только как датчиков углов позволяет применять малогабарит-

ные *поплавковые* гироскопы, что значительно уменьшает общие размеры гироплатформы.

Поплавковые гироскопы являются прецизионными приборами, имеющими точность на один-два порядка выше, чем у обычных трехстепенных гироскопов. Добиться значительного повышения точности в поплавковых гироскопах удалось за счет уменьшения трения в опорах подвеса. Ротор гироскопа в кожухе помещается в жидкость с удельным весом, равным удельному весу кожуха с ротором гироскопа. Вследствие равенства удельных весов кожух имеет плавучесть и трение в опорах подвеса отсутствует.

На рис. 11.2.3 представлена схема поплавкового гироскопа. На оси вращения поплавка расположены датчик угла и датчик момента. Ось Pz является осью вращения ротора гироскопа,

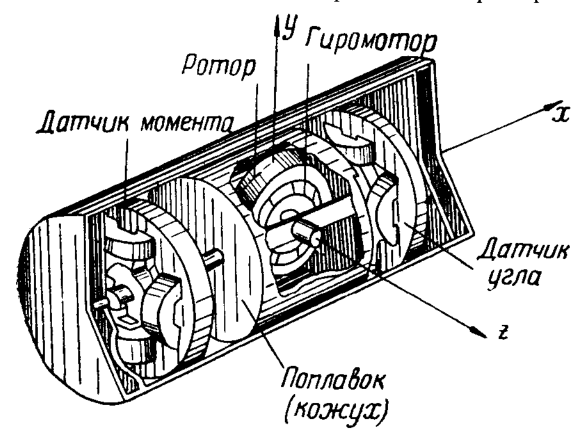


Рис. 11.2.3

а ось Px — осью вращения кожуха. Измерительной осью поплавкового гироскопа является ось Py. Если поплавковый гироскоп вращается относительно оси Py с угловой скоростью ω_y, то возникает угловая скорость прецессии поплавка относительно оси Px — ω_x.

Относительно оси Px на поплавок действуют моменты: инерционный момент $J_x \dot{\omega}_x$, гироскопический момент $K\omega_y$, момент от сил вязкого трения жидкости $k_д \omega_x$, момент от датчика момента (корректирующий момент) $M_к$ и случайный возмущающий момент $X(t)$. Поэтому уравнение движения поплавка имеет вид:

$$J_x \dot{\omega}_x + k_д \omega_y = -K\omega_y + M_к + X(t), \qquad (11.2.5)$$

где J_x — момент инерции поплавка относительно оси Px; $k_д$ — коэффициент демпфирования за счет сопротивления жидкости; K — кинетический момент гироскопа. Обозначая угловые скорости вращения через производные углов $\dot{x} = \omega_x$, $\dot{\varepsilon} = \omega_y$, интегри-

руя один раз уравнение (11.2.5) при нулевых начальных условиях и полагая $M_к = X = 0$, получим

$$(Tp+1)\varkappa = -k\varepsilon, \qquad (11.2.6)$$

где $T = J/k_д$, $k = K/k_д$. Отсюда следует, что поплавковый гироскоп является инерционным измерителем угла $\varkappa$ поворота прибора относительно оси Py. Постоянная времени имеет порядок $T = 0{,}001 \div 0{,}0035$, коэффициент $k = 1 \div 2$. Название «интегрирующий» происходит от эффекта интегрирования, возникающего в поплавковом гироскопе за счет вязкого трения в жидкости. В этом нетрудно убедиться, положив в (11.2.6) $k_д = 0$ (эффект интегрирования исчезает). Выходным сигналом поплавкового гироскопа является напряжение, снимаемое с датчика угла $u = k_г \varkappa$, где $k_г = 0{,}2 \div 1{,}2$ *в/град*. Уравнения движения поплавковых гироскопов, установленных на гироплатформе, приведены в приложении 3. Сведения о конструкции и характеристиках поплавковых гироскопов имеются в [22].

Гироплатформа является более сложным устройством, чем два трехстепенных гироскопа. Поэтому для измерения трех углов ориентации корпуса ракеты предпочтительнее применять два трехстепенных гироскопа. Однако, как мы увидим далее, применение гироплатформы позволяет одновременно с измерением углов ориентации корпуса ракеты решать и другие задачи формирования параметров управления в автономных системах. Поэтому гироплатформы широко применяются в автономных системах. Уравнения движения гироплатформы даны в приложении 3.

Гироориентаторы, построенные по схеме гироплатформы, применяются на баллистических ракетах «Атлас», «Титан», «Минитмен», ракете —носителе искусственных спутников «Атлас-Кентавр», крылатой ракете «воздух—земля» «Хаунд-Дог» (США) и других управляемых ракетах. Кроме того, гироплатформы широко используются в навигационных системах самолетов, кораблей и подводных лодок [40].

Гироплатформа Р-300 (фирма Литтон, США) имеет следующие параметры: вес 6,8 *кг*, габариты 240×152×163 *мм*, потребляемая мощность 125 *вт* (включая обогрев поплавковых гироскопов). Гироплатформа имеет 4 рамки и помещается в герметический кожух, заполняемый смесью водорода и азота под давлением 1 *атм*. На платформе установлены два поплавковых трехстепенных гироскопа и три акселерометра. Поплавковые гироскопы имеют следующие данные: вес — около 900 *г*, габариты — 53×74 *мм*, среднее квадратическое отклонение угловой скорости ухода 0,003 *град/час*, максимальная угловая скорость прецессии 300 *град/сек*, кинетический момент $0{,}7 \cdot 10^6$ *гсм²/сек*, срок службы 20000 час. Каждый акселерометр имеет вес 74 *г*, порог чувствительности $2 \cdot 10^{-5}$ g и габариты 20×13×37 *мм* [41].

Измерение углов ориентации корпуса ракеты с помощью

двухстепенных гироскопов осуществляется путем измерения угловых скоростей вращения корпуса ракеты и последующего интегрирования этих скоростей. Оси измерения двухстепенных гироскопов располагаются по осям связанной системы координат. Выставка опорной системы координат в данном случае заключается в установке начальных напряжений на интеграторы в зависимости от положения корпуса ракеты. При установке нулевых начальных условий положение опорной системы координат будет соответствовать положению связанной системы координат в момент начала измерения. Таким образом, для выставки опорной системы координат по отношению к земной системе координат необходимо знать положение корпуса ракеты по отношению к земной системе координат в момент выставки. Если положение корпуса известно, то заданием начальных условий на интеграторы можно произвести аналитическую выставку опорной системы координат. Основным недостатком данной схемы гироориентатора являются жесткие требования к точности измерения угловых скоростей и необходимость использования вычислительного устройства. Вычислительное устройство по измеренным компонентам вектора угловой скорости ракеты ω_{x_1}, ω_{y_1}, ω_{z_1} определяет углы тангажа, рысканья и крена, связанные с величинами ω_{x_1}, ω_{y_1}, ω_{z_1} уравнениями (1.2.25).

§ 11.3. УСТАНОВКА ГИРОПРИБОРОВ НА РАКЕТАХ

Одним из факторов, определяющих точность работы гироприборов, является установка гироприборов на ракете. В понятие установки гироприбора входят: место расположения гироприбора в ракете и ориентации осей рамок карданова подвеса относительно корпуса ракеты и земной системы координат. Рассмотрим влияние ориентации осей рамок карданова подвеса на точность измерения углов.

При любой ориентации осей свободного гироскопа (гироплатформы) углы ориентации корпуса ракеты относительно оси вращения ротора гироскопа измеряются принципиально неточно вследствие того, что оси, относительно которых отсчитываются углы ориентации корпуса ракеты, не совпадают с осями независимых поворотов карданова подвеса. Эти ошибки измерения являются кинематическими ошибками и носят название *карданных ошибок* гироскопа (гироплатформы). Углы поворота рамок карданова подвеса гироскопа: ν_1 — угол поворота внешней рамки относительно корпуса ракеты и ν_2 — угол поворота внутренней рамки относительно внешней рамки, в общем случае не равны измеряемым углам, а являются некоторыми функциями всех трех углов ориентации корпуса ракеты относительно земной системы координат: $\nu_1 = \nu_1(\psi, \vartheta, \gamma)$, $\nu_2 = \nu_2(\psi, \vartheta, \gamma)$.

Если трехстепенной гироскоп предназначен для измерения двух углов, то возникает задача выбора оптимальной установки.

обеспечивающей минимальные карданные ошибки. Для сведения к минимуму карданных ошибок необходимо применять определенные правила установки гироскопов на ракетах. Эти правила определяют ориентацию оси ротора гироскопа по отношению к земной системе координат $Px_g y_g z_g$ и ориентацию оси внешней рамки карданова подвеса гироскопа по отношению к связанной системе координат $Px_1 y_1 z_1$. В соответствии с этим, каждая установка гироскопа обозначается двумя буквами. Первая буква определяет положение оси ротора гироскопа в земной системе координат, а вторая буква определяет положение оси внешней рамки в связанной системе координат. Например, запись $x_g y_1$ означает, что ось ротора гироскопа направлена по оси Px_g, а ось внешней рамки — по оси Py_1. Совершенно очевидно, что трехстепенной гироскоп не позволяет измерить угол поворота относительно оси его ротора, поэтому из записи $x_g\ y_1$ следует, что при данной установке нельзя измерить угол крена γ, а можно измерить только углы ψ и ϑ.

Перечислим три правила установки трехстепенных гироскопов.

1. Нельзя использовать установку, в которой главная ось гироскопа и ось внешней рамки лежат в плоскости наибольшего разворота ракеты. Это обусловлено тем, что в реальных конструкциях гироскопов вследствие наличия токоподводов углы поворота рамок карданова подвеса ограничены поворотом примерно на 60°. Поэтому при поворотах, превышающих этот угол, внутренняя рамка карданова подвеса становится на упор, и гироскоп теряет свое основное свойство — неизменность направления оси ротора.

2. Необходимо из возможных установок выбрать такую, которая дает наименьшие карданные ошибки. Это правило особенно важно при больших маневренных возможностях ракеты, когда углы разворота ракеты могут быть большими. Поэтому при выборе типа установки следует учитывать маневренные возможности и условия боевого применения ракеты.

3. Из равноценных установок необходимо выбрать такую, при которой измеряемый угол определяется датчиком внешней рамки карданова подвеса.

В табл. 11.3.1 представлены все возможные типы установок трехстепенных гироскопов на ракете. В таблице приведены названия гироскопов, которые определяются направлением оси ротора, обозначения установок и углы $\nu_1=\nu_1(\psi, \vartheta, \gamma)$, $\nu_2=\nu_2(\psi, \vartheta, \gamma)$, вычисленные для случая измерения тройки углов Эйлера ψ, ϑ, γ при произвольных и малых значениях углов.

Второй элемент установки — место расположения гироприбора в ракете — также в значительной мере определяет характер работы гироприбора. Наиболее существенными факторами, которые необходимо учитывать при выборе места установки

Таблица 11.3.1

Наименование гироскопа и ориентация в системе $Px_g\ y_g\ z_g$	Обозначение установки и ориентация осей в системе $Px_1\ y_1\ z_1$	Формулы $\nu_1 = \nu_1(\psi, \vartheta, \gamma)$ $\nu_2 = \nu_2(\psi, \vartheta, \gamma)$	Приближенные формулы
ГИРОСКОП ТАНГАЖА—РЫСКАНЬЯ y_g, P, z_g, x_g	$x_g y_1$ y_1, z_1, x_1	$\operatorname{tg}\nu_1 = -\operatorname{tg}\vartheta\sin\gamma + \operatorname{tg}\psi\dfrac{\cos\gamma}{\cos\vartheta}$ $\sin\nu_2 = \sin\psi\sin\gamma - \cos\psi\cos\gamma\sin\vartheta$	$\nu_1 \approx -\psi$ $\nu_2 \approx -\vartheta$
	$x_g z_1$ y_1, z_1, x_1	$\operatorname{tg}\nu_1 = \dfrac{\sin\gamma}{\cos\vartheta}\operatorname{tg}\psi - \operatorname{tg}\vartheta\cos\gamma$ $\sin\nu_2 = -\sin\vartheta\sin\gamma\cos\psi - \sin\psi\cos\gamma$	$\nu_1 \approx -\vartheta$ $\nu_2 \approx -\psi$
ГИРОСКОП КРЕНА—ТАНГАЖА	$y_g x_1$ y_1, z_1, x_1	$\nu_1 = -\gamma$ $\nu_2 = -\vartheta$	$\nu_1 = -\gamma$ $\nu_2 = -\vartheta$

y_g, P, z_g, x_g	$y_g z_1$, y_1, z_1, x_1	$\operatorname{tg} \nu_1 = -\operatorname{tg} \vartheta \cos \gamma$ $\sin \nu_2 = -\sin \gamma \cos \vartheta$	$\nu_1 \approx -\vartheta$ $\nu_2 \approx -\gamma$
ГИРОСКОП КРЕНА—РЫСКАНЬЯ	$z_g x_1$, y_1, z_1, x_1	$\operatorname{tg} \nu_1 = -\dfrac{\operatorname{tg} \psi \sin \vartheta + \operatorname{tg} \gamma}{1 - \operatorname{tg} \psi \operatorname{tg} \gamma \sin \vartheta}$ $\sin \nu_2 = -\sin \psi \cos \vartheta$	$\nu_1 \approx -\gamma$ $\nu_2 \approx -\psi$
y_g, P, z_g, x_g	$z_g y_1$, y_1, z_1, x_1	$\operatorname{tg} \nu_1 = -\operatorname{tg} \psi \dfrac{\cos \vartheta}{\cos \gamma} \dfrac{1}{1 - \operatorname{tg} \psi \operatorname{tg} \gamma \sin \vartheta}$ $\sin \nu_2 = -\sin \gamma \cos \psi - \sin \psi \sin \vartheta \cos \gamma$	$\nu_1 \approx -\psi$ $\nu_2 \approx -\gamma$

гироприбора, являются перегрузки, вибрации и изгибные колебания конструкции ракеты.

Вибрации и изгибные колебания ракеты в основном определяются работой двигательной установки и жесткостью конструкции корпуса ракеты. Для уменьшения влияния вибраций не следует располагать гироприборы в непосредственной близости от источников вибрации. Эффективным средством уменьшения влияния вибраций является упругая подвеска гироприборов, обеспечивающая демпфирование колебаний.

Влияние изгибных колебаний корпуса на работу гироприборов особенно сильно проявляется в баллистических ракетах, имеющих малую жесткость конструкции и жидкое наполнение баков. Изгибные колебания корпуса ракеты имеют сложный характер. Приближенно можно представить эти колебания как совокупность конечного числа гармонических колебаний. Схематическое изображение изгибных колебаний корпуса ракеты по первой гармонике показано на рис. 11.3.1. По длине корпуса

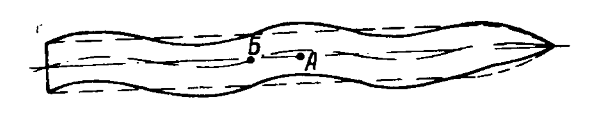


Рис. 11.3.1

ракеты укладывается несколько периодов колебаний. Рассматривая рис. 11.3.1, нетрудно понять, что в зависимости от места установки гироприбора его показания будут существенно различны. Например, при установке трехстепенного гироскопа в пучности (точка *А*) изгибные колебания корпуса не будут измеряться гироскопом. Если установить трехстепенной гироскоп в узле (точка *Б*), то гироскоп будет измерять как углы поворота корпуса относительно центра массы, так и изгибные колебания. В результате точность показаний трехстепенного гироскопа резко ухудшится. Это может привести к снижению качества работы системы стабилизации. Качество стабилизации может стать настолько плохим, что система потеряет устойчивость.

Приведенные рассуждения в отношении трехстепенного гироскопа справедливы и для гиростабилизированной платформы. Что касается двухстепенного гироскопа, то его расположение в узле (точка *Б*) приведет к максимальной ошибке в измерении угловой скорости вращения корпуса ракеты относительно центра массы, поскольку в данной точке скорость изгибных колебаний максимальна.

Изложенное показывает, что для выбора места установки гироприборов в ракетах с большими изгибными колебаниями корпуса необходимо знать, как располагаются узлы и пучности колебаний по длине корпуса ракеты. Эти данные могут быть

получены расчетным путем и уточнены в процессе экспериментальных пусков ракет.

С точки зрения уменьшения перегрузок, действующих на гироприборы, их следует располагать вблизи центра массы ракеты. При этом перегрузки, дополнительно возникающие при движении ракеты относительно центра массы, не будут оказывать влияния на гироприборы.

Рассмотрим примеры применения изложенных правил и таблицы 11.3.1 для выбора установки гироприборов.

Пример 1. Определить установки трехстепенных гироскопов для ракет, имеющих большой диапазон изменения угла ψ и малый диапазон изменения углов ϑ, γ. В соответствии с изложенными правилами, из таблицы установок следует исключить установки $x_g\, z_1$ и $z_g\, x_1$, в которых ось ротора гироскопа и ось внешней рамки лежат в плоскости наибольшего разворота (плоскость $Px_g\, z_g$). Для измерения угла ψ имеем установки $x_g\, y_1$ и $z_g\, y_1$. Обе установки обеспечивают измерение угла ψ при наличии углов ϑ и γ с примерно одинаковыми карданными ошибками. Так как датчики углов в обеих установках связаны с внешней рамкой гироскопа, то эти установки равноценны.

Для измерения угла ϑ имеем установки $x_g\, y_1$, $y_g\, x_1$, $y_g\, z_1$. В первых двух установках датчики углов связаны с внутренней рамкой карданова подвеса, в последней — с внешней рамкой. Сравнивая установки $x_g y_1$ и $y_g x_1$, видим, что вторая установка не имеет карданных ошибок и поэтому более выгодна, чем первая. Установка $y_g z_1$ не имеет карданных ошибок при условии $\gamma = 0$, поэтому эту установку выгодно применять для измерения угла тангажа ϑ в случае наличия системы стабилизации по углу крена, обеспечивающей точность $\sigma_\gamma \leqslant 1 \div 2°$.

Для измерения угла γ имеем установки $y_g x_1$, $y_g z_1$ и $z_g\, y_1$. Так как первая установка обеспечивает измерение угла γ без карданных ошибок, то она обладает преимуществом по отношению к двум остальным, измеряющим этот угол с карданными ошибками. Кроме того, в установке $y_g x_1$ датчик угла расположен на внешней рамке.

Таким образом, для рассматриваемого случая можно рекомендовать установки $x_g\, y_1$ или $z_g\, y_1$ для измерения угла ψ и установку $y_g\, x_1$ для измерения углов γ и ϑ.

Пример 2. Определить установки трехстепенных гироскопов для измерения углов ориентации корпуса баллистической ракеты относительно земной системы координат. Ракета стартует вертикально вверх. Программные значения углов равны:

$$\psi_п = \gamma_п = 0, \quad \vartheta_п = a_0 + a_1\, t + a_2\, t^2.$$

Следовательно, в процессе управляемого полета углы рысканья и крена будут малыми, а угол тангажа будет изменяться в больших пределах. Выберем установку гироскопа для измерения угла тангажа. В соответствии с табл. 11.3.1 для измерения угла тангажа можно использовать гироскоп тангажа — рысканья и гироскоп крена — тангажа.

Согласно первому правилу, из возможных четырех установок исключаются установки $x_g y_1$ и $y_g x_1$, в которых ось ротора и ось внешней рамки лежат в вертикальной плоскости (плоскость большого изменения угла тангажа). Две оставшиеся установки $x_g z_1$, $y_g z_1$ удовлетворяют второму и третьему правилам установки гироприборов и поэтому в данном случае равноценны. Действительно, угол тангажа в обеих установках измеряется датчиком, установленным на внешней рамке, а карданные ошибки малы, вследствие малости углов рысканья и крена. Обычно в баллистических ракетах гироскоп тангажа — рысканья, имеющий установку $x_g\, z_1$, используется для измерения только угла тангажа. Поэтому данный гироскоп получил название *гирогоризонта*.

Для измерения углов рысканья и крена в системах управления баллистических ракет применяется *гировертикант* — трехстепенной гироскоп, имеющий установку $z_g\, y_1$.

§ 11.4. ТОЧНОСТЬ ГИРООРИЕНТАТОРОВ

Точность формирования параметров управления в гироскопических системах определяется точностью измерения углов ориентации корпуса ракеты ψ, ϑ и точностью выдачи программных значений этих углов. Как правило, точность программных устройств очень высока, и ошибки в формировании параметров управления в основном определяются гироскопическими приборами.

Ошибки измерения углов ориентации связанной системы координат по отношению к земной являются следствием ошибок в реализации земной системы координат и ошибок в съеме сигналов с датчиков углов. В свою очередь ошибки в реализации земной системы координат определяются ошибками выставки гироприборов и уходом гироскопов. Если земная система координат рассматривается как неинерциальная система отсчета, то ошибки в реализации земной системы координат будут определяться также ошибками коррекции девиации гироприборов. Ошибки в съеме сигналов, зависящих от измеряемых углов, определяются кинематикой колец карданова подвеса (карданные ошибки) и шумами датчиков.

Измеренные значения параметров управления представим в виде

$$\Delta_{1и} = \vartheta_{и} - \vartheta_{п}, \quad \Delta_{2и} = \psi_{и} - \psi_{п}, \qquad (11.4.1)$$

где $\vartheta_{и}$, $\psi_{и}$ —измеренные значения углов тангажа и рысканья.

Измеренные значения углов тангажа, рысканья и крена отличаются от фактических углов вследствие рассмотренных выше ошибок. Запишем эти углы, выразив отдельно ошибки, обусловленные различными причинами

$$\left.\begin{aligned} \vartheta_{и} &= -\nu_1(\psi, \vartheta, \gamma) + \varepsilon_{10} + \varepsilon_1(t) + X_1(t), \\ \psi_{и} &= -\nu_2(\psi, \vartheta, \gamma) + \varepsilon_{20} + \varepsilon_2(t) + X_2(t), \\ \gamma_{и} &= -\nu_3(\psi, \vartheta, \gamma) + \varepsilon_{30} + \varepsilon_3(t) + X_3(t), \end{aligned}\right\} \qquad (11.4.2)$$

где $\nu_1(\psi, \vartheta, \gamma)$, $\nu_2(\psi, \vartheta, \gamma)$, $\nu_3(\psi, \vartheta, \gamma)$ — углы поворота рамок карданова подвеса, ε_{10}, ε_{20}, ε_{30} — ошибки выставки гироприборов, $\varepsilon_1(t)$, $\varepsilon_2(t)$, $\varepsilon_3(t)$ — ошибки в реализации земной системы координат за счет ухода гироскопов и ошибок коррекции; $X_1(t)$, $X_2(t)$, $X_3(t)$ — шумы датчиков углов, выраженные в угловой мере.

Зависимости углов поворота рамок гироприборов ν_1, ν_2, ν_3 от измеряемых углов и роль карданных ошибок рассматривались в предыдущем параграфе. При соответствующей установке гироплатформы и малых углах ψ, ϑ, γ функции ν_1, ν_2, ν_3 приближенно равны $\nu_1 \approx -\vartheta$, $\nu_2 \approx -\psi$, $\nu_3 \approx -\gamma$.

Для определения вероятностных характеристик карданных ошибок необходимо провести вычисление, используя зависимости $\nu_1(\psi, \vartheta, \gamma)$, $\nu_2(\psi, \vartheta, \gamma)$, $\nu_3(\psi, \vartheta, \gamma)$ и вероятностные характери-

стики случайных функций $\psi(t)$, $\vartheta(t)$, $\gamma(t)$. Случайные функции $\psi(t)$, $\vartheta(t)$, $\gamma(t)$ определяются характеристиками возмущающих моментов, действующих на ракету.

Ошибки выставки гироприборов ε_{10}, ε_{20}, ε_{30} являются случайными величинами. Вероятностные характеристики этих случайных величин определяются на основе анализа точности работы системы выставки. В большинстве случаев можно считать эти величины независимыми с нормальными законами распределения. Математические ожидания ошибок выставки равны нулю, а средние квадратические отклонения имеют порядок $\sigma=0{,}1'\div10'$.

Ошибки в положении опорной системы координат по отношению к земной системе координат $\varepsilon_1(t)$, $\varepsilon_2(t)$, $\varepsilon_3(t)$ зависят от ухода гироскопов и ошибок коррекции. Уход гироскопов в значительной степени зависит от условий, в которых работают гироскопы, т. е. от условий полета ракеты. Для определения ухода необходимо рассматривать гироприбор как динамическую систему, на вход которой действуют возмущающие моменты. За выходную переменную гироприбора удобно принимать угловую скорость ухода, поскольку эта скорость обычно является стационарной случайной функцией времени.

Угловая скорость ухода гироскопа определяется моментами, возникающими от трения в осях карданова подвеса, от небаланса массы, т. е. от несовпадения центра массы гироприбора с точкой пересечения осей подвеса, от неравножесткости конструкции гироприбора и от воздействия устройств, обеспечивающих связь гироприбора с другими устройствами (моменты от гибких токоподводов, моменты от трения движков потенциометров, моменты за счет магнитной реакции датчиков углов и обратной реакции датчиков моментов).

Трение в осях гироскопа существенно зависит от принципа конструкции опор и качества их изготовления. Если опорами являются шарикоподшипники, то основное значение имеет сухое трение. Вязкое трение в этом случае очень мало и его можно не учитывать. Момент сухого трения, действующий на ось подвеса, определяется выражением

$$M_{\text{т}} = -M_0 \operatorname{sgn} \omega, \qquad (11.4.3)$$

где M_0 — величина момента трения; ω — угловая скорость вращения оси относительно основания подвеса. Экспериментальные данные показывают, что случайная величина M_0 имеет распределение Релея

$$f(M_0) = \frac{M_0}{\sigma^2} e^{-\frac{M_0^2}{2\sigma^2}}. \qquad (11.4.4)$$

В трехстепенных свободных и интегрирующих гироскопах момент трения является преобладающим по сравнению с другими моментами. Поэтому при разработке новых образцов гиро-

приборов основное внимание уделяется вопросам уменьшения влияния трения. Для уменьшения сухого трения применяется конструкция шарикоподшипников с вращающимися средними кольцами. Схема устройства такого подшипника представлена на рис. 11.4.1. Средние кольца подшипника *1* вращаются двигателем *2* в противоположных направлениях с периодическим реверсированием. Реверсирование производится через время, которое для различных образцов подшипников колеблется в пределах 12—25 сек. Вращение средних колец в противоположные стороны приводит к вычитанию моментов трения, действующих на одной оси. В результате момент трения в рассматриваемой конструкции шарикоподшипников уменьшается примерно на

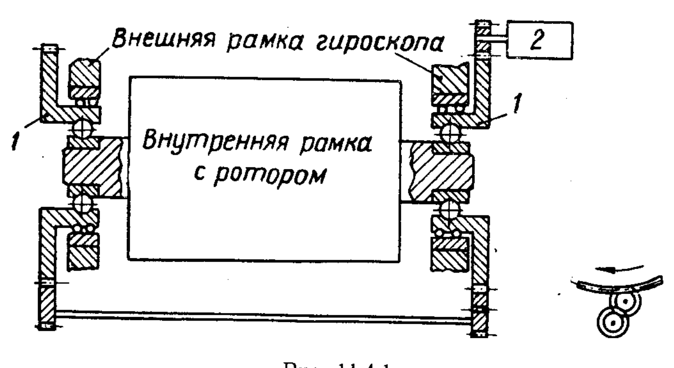


Рис. 11.4.1

один порядок по сравнению с обычными конструкциями. Среднее квадратическое отклонение случайной величины M_0 для шарикоподшипников с вращающимися средними кольцами имеет порядок $\sigma = 0{,}018 \div 0{,}02$ *гсм*.

Подшипники с вращающимися средними кольцами находят широкое применение в конструкциях опор рам кардановых подвесов гироприборов. Этот тип подшипников применяется, например, в системах управления ракет «Першинг», Редстоун», «Литл-Джон» (США) [42].

В поплавковых гироскопах за счет взвешивания ротора гироскопа в жидкости удается существенно уменьшить момент трения. Поэтому основное значение играет лишь остаточное трение, обусловленное случайными колебаниями удельных весов жидкости и поплавка. Эти колебания являются следствием изменения температуры среды. Удельный вес фторорганических соединений, используемых в качестве жидкости, сильно зависит от температуры. Поэтому в поплавковых гироскопах обязательно применяется автоматическое регулирование температуры с точностью до десятых и сотых долей градуса. На рис. 11.4.2 показаны две реализации случайного процесса угловой скорости

ухода поплавкового гироскопа. Хорошо видно, что среднее значение угловой скорости ухода зависит от температуры среды [43].

Уменьшение трения в опорах подвеса или его устранение возможно при условии отказа от применения каких-либо подшипников или заменяющих их рабочих тел (газовые подшипники). Поэтому перспективные разработки прецизионных гироузлов направлены на разработку магнитогидродинамических гироскопов, где вращающимся ротором является слой ртути, циркулирующий в замкнутой кольцевой полости; вибрационных гироскопов камертонного и струнного типов; электростатических гиро-

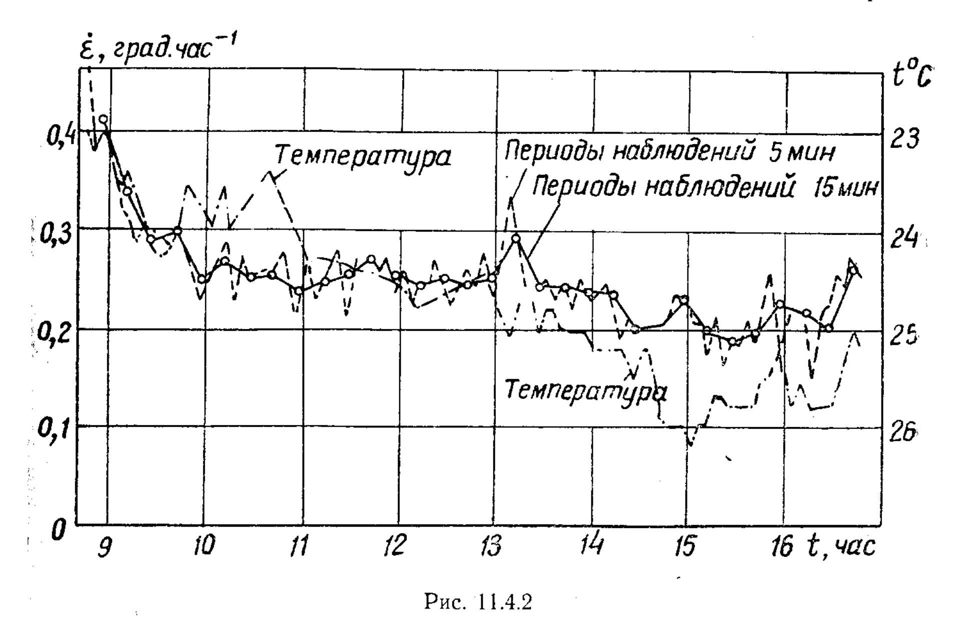


Рис. 11.4.2

скопов; корпускулярных гироскопов, в которых используется момент количества движения вращающихся элементарных частиц, ориентированных в пространстве с помощью внешних электромагнитных полей; криогенных гироскопов, основанных на явлении сверхпроводимости, и т. п. Описание физических принципов работы перечисленных типов гироскопов имеется в [6].

Возмущающий момент от несбалансированности массы гироприбора определяется величиной смещения центра массы гироприбора от геометрической точки пересечения осей и величиной ускорения, действующего на гироприбор

$$\boldsymbol{M}_l = m\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{a}, \qquad (11.4.5)$$

где m — масса гироприбора. Ускорение $\boldsymbol{a}$ является суммой ускорений, возникающих от действия силы тяжести, движения раке-

ты и вибраций корпуса ракеты. Вектор полного смещения $\boldsymbol{l}$ можно представить в виде

$$\boldsymbol{l} = \boldsymbol{l}_1 + \boldsymbol{l}_2. \tag{11.4.6}$$

Составляющая $\boldsymbol{l}_1$ обусловлена технологическими дефектами изготовления и неточностью динамической балансировки гироприбора. Для множества гироприборов смещение $\boldsymbol{l}_1$ является векторной случайной величиной. Компоненты l_{11}, l_{12}, l_{13} вектора смещения $\boldsymbol{l}_1$ являются независимыми случайными величинами, имеющими нормальные законы распределения. Математические ожидания случайных величин l_{11}, l_{12}, l_{13} равны нулю, а средние квадратические отклонения имеют порядок $\sigma_i = (0{,}3 \div 0{,}5)\times$ $\times 10^{-5}$ *м*.

Составляющая смещения центра массы гироприбора $\boldsymbol{l}_2$ является следствием упругих деформаций гироприбора, возникающих при действии на него ускорений, и различной жесткости конструкции гироприбора по различным направлениям, как говорят, неравножесткости конструкции. Заметим, что, как правило, частоты случайных ускорений $\boldsymbol{a}$ значительно ниже собственных частот конструкции гироприбора. Поэтому можно в первом приближении считать, что деформации конструкции гироприбора подчиняются закону Гука, согласно которому деформации пропорциональны напряжениям и обратно пропорциональны жесткости конструкции.

Полное смещение центра массы гироприбора запишем в виде

$$\boldsymbol{l} = \boldsymbol{i}\left(l_{11} + m\,\frac{a_1}{c_1}\right) + \boldsymbol{j}\left(l_{12} + m\,\frac{a_2}{c_2}\right) + \boldsymbol{\kappa}\left(l_{13} + m\,\frac{a_3}{c_3}\right), \tag{11.4.7}$$

где $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{\kappa}$ — орты осей опорной системы координат; m — масса гироприбора; c_1, c_2, c_3 — коэффициенты жесткости конструкции гироприбора вдоль соответствующих осей, a_1, a_2, a_3 — проекции вектора ускорения на те же оси. Подставим вектор $\boldsymbol{l}$ в формулу для момента $\boldsymbol{M}_l$ (11.4.5) и вычислим векторное произведение. В результате получим

$$\begin{aligned} \boldsymbol{M}_l = m \Big\{ & \boldsymbol{i}\left[l_{12} a_3 - l_{13} a_2 + m\left(\frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_3}\right) a_2 a_3 \right] - \\ & - \boldsymbol{j}\left[l_{11} a_3 - l_{13} a_1 + m\left(\frac{1}{c_1} - \frac{1}{c_3}\right) a_1 a_3 \right] + \\ & + \boldsymbol{\kappa}\left[l_{11} a_2 - l_{12} a_1 + m\left(\frac{1}{c_1} - \frac{1}{c_2}\right) a_1 a_2 \right] \Big\}. \end{aligned} \tag{11.4.8}$$

Данное выражение показывает, что момент от несбалансированности массы является векторной случайной функцией времени, проекции которой имеют две составляющие: одна из них пропорциональна ускорению, а вторая пропорциональна произведению

составляющих ускорений, причем последняя зависимость имеет место при условии, что жесткость конструкции гироприбора по различным направлениям не одинакова $c_1 \neq c_2 \neq c_3$, т. е. конструкция «неравножестка». Коэффициенты жесткости c_1, c_2, c_3 для множества гироприборов, вообще говоря, являются случайными величинами, для которых можно предположить нормальные законы распределения, с математическими ожиданиями, соответствующими номинальным значениям коэффициентов жесткости, и определенными средними квадратическими отклонениями. Это является следствием различия характеристик материалов, из которых изготавливаются гироприборы, и технологических режимов их сборки.

На уход гироприборов оказывают влияние случайные моменты, возникающие от различных устройств, обеспечивающих соединение входов и выходов гироприбора с другими элементами системы управления (электропитание, датчики углов и моментов и т. п.). В настоящее время вероятностные характеристики этих случайных моментов изучены недостаточно.

Для современных трехстепенных и интегрирующих гироскопов случайный уход является основным фактором, определяющим точность работы гироскопов. Как правило, математическое ожидание угловой скорости ухода можно принять равным нулю, поскольку постоянные составляющие возмущающих моментов компенсируют корректирующими моментами в процессе регулировки гироприборов. Расчеты и экспериментальные данные показывают, что во многих случаях корреляционную функцию угловой скорости ухода гироприборов можно аппроксимировать зависимостью вида

$$k_{\dot{\varepsilon}}(t,\ t') = \sigma_{\dot{\varepsilon}}^2\, e^{-\alpha|t-t'|}. \tag{11.4.9}$$

Величина α, характеризующая ширину полосы спектральной плотности угловой скорости ухода, зависит от параметров гироприбора и характеристик возмущений (обычно $\alpha = 0{,}01 \div 0{,}10$ $1/сек$). Для трехстепенных гироскопов, используемых в качестве гироскопов направления, и гировертикалей среднее квадратическое отклонение угловой скорости ухода составляет $\sigma_{\dot{\varepsilon}} = (0{,}05 \div 0{,}5)$ *град/час*. Для гироплатформ угловая скорость ухода несколько выше: $\sigma_{\dot{\varepsilon}} = (0{,}1 \div 2)$ *град/час*. Для прецизионных интегрирующих поплавковых гироскопов среднее квадратическое отклонение угловой скорости ухода равно: $\sigma_{\dot{\varepsilon}} = (0{,}003 \div 0{,}03)$ *град/час*.

Корреляционную функцию угловой ошибки ухода гироприбора можно получить из корреляционной функции (11.4.9) непосредственным вычислением [1]

$$k_{\varepsilon}(t,\ t') = \frac{2\sigma_{\dot{\varepsilon}}^2}{\alpha} \min\{t,\ t'\} + \frac{\sigma_{\dot{\varepsilon}}^2}{\alpha^2} \left(e^{-\alpha t} + e^{-\alpha t'} - e^{-\alpha|t-t'|} - 1\right). \tag{11.4.10}$$

Дисперсия угловой ошибки равна корреляционной функции при $t = t'$:

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{2\sigma_\varepsilon^2}{\alpha^2}(\alpha t + e^{-\alpha t} - 1). \qquad (11.4.11)$$

Из этой формулы следует, что при длительной работе гироприбора дисперсия угловой ошибки гироприбора увеличивается пропорционально времени.

Как отмечалось в начале параграфа, на точность измерения углов влияют шумы датчиков гироприборов. В качестве датчиков применяются потенциометрические и индуктивные датчики.

Шумы потенциометрических датчиков обусловлены колебаниями напряжения источников питания и ступенчатостью обмотки потенциометров. Спектральную плотность шумов потенциометрического датчика можно считать постоянной в диапазоне от нуля до нескольких сотен герц. Это значит, что для динамических систем, имеющих полосу пропускания, меньшую нескольких сотен герц, шум потенциометрического датчика можно считать белым шумом. Интенсивность этого белого шума определяется приближенной формулой

$$G = \frac{\sqrt{2\pi}}{8} \cdot \frac{k_п^2 \Delta^3}{\sigma_\Omega} \; [\textit{вольт}^2 \cdot \textit{сек}], \qquad (11.4.12)$$

где $k_п$ — коэффициент усиления потенциометрического датчика, равный $k_п = u_0/L$; u_0 — напряжение питания датчика; L — длина потенциометра в угловой мере; Δ — угловой размер витка проволоки; σ_Ω — среднее квадратическое отклонение угловой скорости вращения движка потенциометра.

Шумы индуктивных датчиков, например микросинов, применяемых в поплавковых гироскопах, изучены недостаточно. В первом приближении можно принять, что шум является белым и имеет постоянную спектральную плотность в полосе пропускания индуктивных датчиков. Для микросинов интенсивность этого шума имеет порядок $G = 0{,}05 \div 0{,}1$ $(\textit{угл} \cdot \textit{сек})^2 \cdot \textit{сек}$.

Глава 12

ГИРОИНЕРЦИАЛЬНЫЕ КООРДИНАТОРЫ

§ 12.1. ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ ГИРОИНЕРЦИАЛЬНЫХ КООРДИНАТОРОВ

Гироинерциальные координаторы являются устройствами, измеряющими координаты положения центра массы ракеты. Основными элементами гироинерциальных координаторов являются гироприборы, применяемые для создания систем отсчета, акселерометры, служащие для измерения ускорений, и вычислительные устройства, обеспечивающие согласование и преобразование систем координат и интегрирование измеряемых ускорений. Интегрирование сигналов акселерометров позволяет определять элементы движения центра массы ракеты, что дает возможность применять различные методы наведения.

В качестве вычислительных устройств можно использовать счетно-решающие устройства или геометрические построители, органически входящие в конструкцию координатора, или бортовую вычислительную машину, не входящую в конструкцию системы управления. Вычислительная машина в этом случае входит в качестве элемента в общую функциональную схему системы управления, несмотря на то, что конструктивно она не входит в состав системы управления и может обслуживать не только систему управления, но и другие системы, имеющиеся на ракете (например, системы обработки разведывательной информации и др.).

Гироинерциальный координатор определяет положение центра массы ракеты, которое можно характеризовать радиусом-вектором $\boldsymbol{r}$, по измеряемому вектору ускорения $\boldsymbol{a}$. Измерение координат ракеты необходимо для формирования параметров управления. В частности, для наведения крылатой ракеты по заданной траектории относительно земной поверхности измерение ее координат необходимо для определения ее бокового отклонения от заданной траектории, служащего параметром управления в канале курса, и для определения момента перехода ракеты в пикирование на цель.

Выведем уравнение, связывающее вектор $\boldsymbol{r}$ с вектором ускорения, измеряемым тремя акселерометрами, оси чувствительности которых взаимно перпендикулярны.

Рассмотрим вначале один акселерометр. Принцип работы простейшего акселерометра, имеющего груз, подвешенный на пружине, изложен в [1], § 3.6. В инерциальных системах управления эта простейшая схема не применяется, вследствие низкой точности и, что особенно важно, малого диапазона измеряемых ускорений. Поэтому в инерциальных системах находят применение схемы акселерометров, построенные по принципу обратной связи.

На рис. 12.1.1 показана схема маятникового акселерометра. Маятник вместе с осью вращения образует поплавок, плавающий в жидкости. Взвешивание в жидкости устраняет моменты трения в осях подвеса. При действии ускорения вдоль оси Py

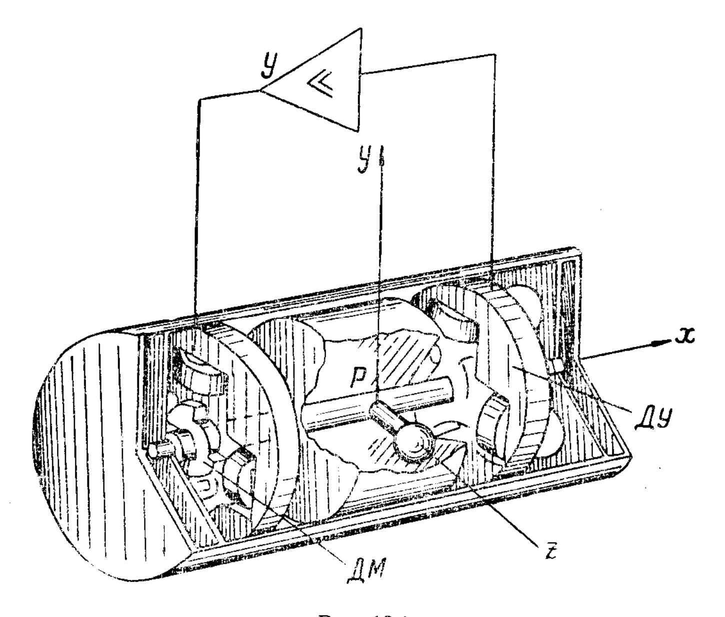


Рис. 12.1.1

на маятник действует момент, поворачивающий его относительно оси Px. Этот поворот измеряется датчиком угла ДУ. Сигнал, пропорциональный углу поворота поплавка, усиливается и подается на датчик момента ДМ, благодаря чему датчик создает момент, компенсирующий момент от ускорения. Кроме моментов от ускорения и датчика моментов, на поплавковый маятник действует момент сопротивления жидкости, пропорциональный угловой скорости вращения маятника, и случайный возмущающий момент. Уравнение движения маятника поплавкового акселерометра относительно оси Px можно записать в виде

$$J_x \ddot{\varphi} + \nu \dot{\varphi} + k\varphi = ml(a_y - g_y) + X(t), \qquad (12.1.1)$$

где J_x — момент инерции поплавка относительно оси Px; ν — коэффициент демпфирования; k — коэффициент усиления датчика угла, усилителя и датчика момента; m — масса груза маятника; l — плечо маятника; a_y — составляющая ускорения центра массы ракеты вдоль оси измерения Py; g_y — составляющая ускорения силы тяжести вдоль оси Py; $X(t)$ — случайный возмущающий момент.

Преобразуя уравнение, запишем его в виде

$$\ddot{\varphi} + \frac{\nu}{J_x}\dot{\varphi} + \frac{k}{J_x}\varphi = \frac{ml}{J_x}(a_y - g_y) + \frac{1}{J_x}X(t). \qquad (12.1.2)$$

Собственная частота поплавкового акселерометра $\omega_a = \sqrt{k/J_x}$, как правило, значительно больше максимальных частот измеряемых ускорений. Поэтому можно не учитывать инерционность акселерометра и рассматривать установившееся значение

$$\frac{k}{ml}\varphi = a_y - g_y + \frac{1}{ml}X(t). \qquad (12.1.3)$$

Угол поворота маятника φ непосредственно измеряется датчиком угла. Проградуировав датчик в единицах ускорения $a_{\text{и}y} = k\varphi/ml$ и вводя обозначение $X_a = X/ml$, запишем уравнение поплавкового акселерометра в виде

$$a_y - g_y + X_a = a_{\text{и}y}, \qquad (12.1.4)$$

где $a_{\text{и}y}$ — измеренное датчиком ускорение.

Совершенно аналогично могут быть получены уравнения и для двух других акселерометров, оси чувствительности которых совместно с осью Py рассмотренного выше акселерометра образуют правую прямоугольную систему координат. В дальнейшем будем полагать, что ошибка измерения ускорения равна нулю: $X_a = 0$. Таким образом, три акселерометра будут описываться уравнениями $a_x - g_x = a_{\text{и}x}$, $a_y - g_y = a_{\text{и}y}$, $a_z - g_z = a_{\text{и}z}$.

Величины a_x, a_y, a_z, g_x, g_y, g_z, $a_{\text{и}x}$, $a_{\text{и}y}$, $a_{\text{и}z}$ можно рассматривать как декартовы координаты векторов $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{g}$ и $\boldsymbol{a}_{\text{и}}$ соответственно. Учитывая, что вектор ускорения центра массы ракеты $\boldsymbol{a}$ равен второй производной радиуса-вектора $\boldsymbol{r}$, запишем вместо трех уравнений одно векторное уравнение

$$\ddot{\boldsymbol{r}} - \boldsymbol{g}(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{a}_{\text{и}}. \qquad (12.1.5)$$

Мы указываем зависимость вектора ускорения силы тяжести от радиуса-вектора ракеты $\boldsymbol{r}$, имея в виду, что при полете ракеты на больших высотах и на большие дальности эту зависимость необходимо учитывать. Полученное уравнение определяет радиус-вектор $\boldsymbol{r}$ в зависимости от измеряемого ускорения $\boldsymbol{a}_{\text{и}}$ и начальных условий.

Таким образом, принцип построения любого гироинерциального координатора состоит в измерении акселерометрами вектора ускорения и интегрирования векторного дифференциального уравнения (12.1.5) при известных начальных условиях $\boldsymbol{r}(0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}(0)$.

Практически можно проинтегрировать не векторное уравнение (12.1.5), а скалярные уравнения, получаемые проектированием этого уравнения на оси какой-нибудь системы координат. Интегрирование скалярных уравнений производится вычислителем, на вход которого поступают сигналы, пропорциональные соответствующим проекциям измеренного вектора ускорения $\boldsymbol{a}_{\text{и}}$. Если ориентация осей чувствительности акселерометров не совпадает с ориентацией системы координат, на оси которой спроектировано уравнение (12.1.5), то вычислитель производит также преобразование координат. Это преобразование возможно только, если известно положение осей чувствительности акселерометров по отношению к системе координат, на которую спроектировано уравнение (12.1.5). Для определения ориентации осей чувствительности акселерометров используется опорная система координат гироинерциального координатора.

Обычно уравнение (12.1.5) записывается в инерциальной системе координат (точнее — в принимаемой за инерциальную) или в системе координат $Ox_r y_r z_r$ (см. § 1.1).

Спроектируем уравнение (12.1.5) на оси некоторой инерциальной системы координат $Oxyz$, в которой радиус-вектор $\boldsymbol{r}$ определяется декартовыми координатами x, y, z. В результате проектирования получим три скалярных уравнения:

$$\ddot{x} = a_{\text{и}x} + g_x(x, y, z);\quad \ddot{y} = a_{\text{и}y} + g_y(x, y, z);\quad \ddot{z} = a_{\text{и}z} + g_z(x, y, z). \tag{12.1.6}$$

При изучении движения ракет с небольшой дальностью полета (по сравнению с радиусом Земли) можно приближенно считать, что вектор ускорения силы тяжести имеет одно и то же значение (т. е. величину и направление) во всех точках пространства. Тогда, ориентировав ось Oy по направлению, обратному направлению вектора $\boldsymbol{g}$, получим $g_y = -g$, $g_x = g_z = 0$. При этих условиях система уравнений (12.1.6) может быть проинтегрирована:

$$\left.\begin{aligned} x &= x(0) + \dot{x}(0)t + \int_0^t\int_0^t a_{\text{и}x}(t)\,dtdt,\\ y &= y(0) + \dot{y}(0)t - \frac{gt^2}{2} + \int_0^t\int_0^t a_{\text{и}y}(t)\,dtdt,\\ z &= z(0) + \dot{z}(0)t + \int_0^t\int_0^t a_{\text{и}z}(t)\,dtdt, \end{aligned}\right\} \tag{12.1.7}$$

где $x(0)$, $y(0)$, $z(0)$, $\dot{x}(0)$, $\dot{y}(0)$, $\dot{z}(0)$ — начальные значения координат и составляющих вектора скорости ракеты.

Спроектируем уравнение (12.1.5) на систему координат $Ox_r\,y_r\,z_r$. Для этого предварительно выразим вектор ускорения $\ddot{\boldsymbol{r}}$ через угловую скорость вращения $\boldsymbol{\omega}_r$ системы координат $Ox_r\,y_r\,z_r$:

$$\ddot{\boldsymbol{r}} = \ddot{r}\,\boldsymbol{r}^0 + 2\boldsymbol{\omega}_r \times \dot{r}\,\boldsymbol{r}^0 + \dot{\boldsymbol{\omega}}_r \times r\,\boldsymbol{r}^0 + \boldsymbol{\omega}_r \times (\boldsymbol{\omega}_r \times r\boldsymbol{r}^0), \qquad (12.1.8)$$

где $\boldsymbol{r}^0$ — единичный вектор оси Oy_r, направленный по радиусу-вектору $\boldsymbol{r}$. В написанном выражении первый член является локальной производной вектора $\boldsymbol{r}$, т. е. относительным ускорением, второй член определяет кориолисово ускорение и последние два члена определяют переносное ускорение, возникающее за счет вращения системы координат. Обозначая проекции векторов $\boldsymbol{\omega}_r$, $\boldsymbol{g}$ на оси системы координат $Ox_r\,y_r\,z_r$ через ω_{x_r}, ω_{y_r}, ω_{z_r}, g_{x_r}, g_{y_r}, g_{z_r} соответственно, получим следующие скалярные уравнения:

$$\left.\begin{aligned} -r\dot{\omega}_{z_r} - 2\dot{r}\,\omega_{z_r} + r\omega_{x_r}\omega_{y_r} &= a_{\text{и}x_r} + g_{x_r}, \\ \ddot{r} - r\,(\omega_{x_r}^2 + \omega_{z_r}^2) &= a_{\text{и}y_r} + g_{y_r}, \\ r\dot{\omega}_{x_r} + 2\dot{r}\,\omega_{x_r} + r\omega_{y_r}\omega_{z_r} &= a_{\text{и}z_r} + g_{z_r}. \end{aligned}\right\} \qquad (12.1.9)$$

Кинематические уравнения, связывающие угловые скорости ω_{x_r}, ω_{y_r}, ω_{z_r} с производными углов, зависят от того, по отношению к какой системе координат определяется положение системы координат $Ox_r\,y_r\,z_r$. Так, если положение этой системы координат определяется по отношению к геоцентрической системе координат $Ox_з\,y_з\,z_з$ двумя углами λ, h, то составляющие угловой скорости $\boldsymbol{\omega}_r$ выражаются через производные $\dot{h}$, $\dot{\lambda}$ и угловую скорость вращения Земли $\boldsymbol{\omega}_з$ следующими формулами:

$$\omega_{x_r} = -(\dot{\lambda} + \omega_з)\cos h, \quad \omega_{y_r} = (\dot{\lambda} + \omega_з)\sin h, \quad \omega_{z_r} = \dot{h}. \qquad (12.1.10)$$

Если же положение системы координат $Ox_r\,y_r\,z_r$ определяется по отношению к ортодромической системе координат двумя углами s и σ, то составляющие угловой скорости $\boldsymbol{\omega}_r$ связаны с производными $\dot{s}$, $\dot{\sigma}$, и $\boldsymbol{\omega}_з$ уравнениями

$$\left.\begin{aligned} \omega_{x_r} &= \dot{\sigma} - \omega_з \cos\nu \sin s, \\ \omega_{y_r} &= \omega_з(\cos s\cos\nu\cos\sigma + \sin\nu\sin\sigma) - \dot{s}\sin\sigma, \\ \omega_{z_r} &= -\dot{s}\cos\sigma + \omega_з(\sin\nu\cos\sigma - \cos\nu\sin\sigma\cos s), \end{aligned}\right\} \qquad (12.1.11)$$

где ν — параметр ортодромии (см. рис. 1.1.7).

Совместное интегрирование уравнений (12.1.9) и (12.1.10) или уравнений (12.1.9) и (12.1.11) дает возможность определить составляющие радиуса-вектора $\boldsymbol{r}$.

Если принять, что Земля является однородной сферой, то в уравнениях (12.1.9) составляющие ускорения силы тяжести будут равны: $g_{x_r}=g_{z_r}=0$, $g_{y_r}=-GM_e/r^2$, где G — гравитационная постоянная; M_e — масса Земли. В действительности Земля не является однородной сферой. Поэтому проекции g_{x_r}, g_{z_r} представляют собой малые по сравнению с g_{y_r} величины, которые определяют отклонение местной вертикали (вектора — $\boldsymbol{g}$) от направления к центру Земли.

Уравнения (12.1.9) включают четыре неизвестных: r, ω_{x_r}, ω_{y_r}, ω_{z_r}, поэтому их можно решить отдельно, без добавления уравнений (12.1.10) или (12.1.11), только, если наложить на переменные дополнительное условие. Обычно при построении гироинерциальных координаторов накладывается условие $\omega_{y_r}=0$. Реализация этого условия осуществляется путем размещения акселерометров на гироплатформе, стабилизированной относительно оси Oy_r.

При полете ракеты на постоянной высоте ($r=\text{const}$) и выполнении условия $\omega_{y_r}=0$ уравнения (12.1.9) существенно упрощаются и принимают вид:

$$\dot{\omega}_{z_r}=-\frac{1}{r}(a_{\text{и}x_r}+g_{x_r}),\quad \omega_{x_r}^2+\omega_{z_r}^2=-\frac{1}{r}(a_{\text{и}y_r}+g_{y_r}),$$

$$\dot{\omega}_{x_r}=\frac{1}{r}(a_{\text{и}z_r}+g_{z_r}). \qquad (12.1.12)$$

Второе уравнение определяет зависимость ускорения $a_{\text{и}y_r}$ только от угловых скоростей ω_{x_r}, ω_{z_r} и составляющей ускорения силы тяжести, так как должно выполняться условие $r=\text{const}$.

Кинематические уравнения становятся особенно простыми, если вращение Земли непосредственно моделируется в конструкции координатора путем поворота одной из рамок (обычно внутренней рамки) карданова подвеса с помощью часового механизма. В этом случае из уравнений (12.1.10) и (12.1.11) следует выбросить члены, содержащие $\omega_з$. Тогда, учитывая условие $\omega_{y_r}=0$, получим кинематические уравнения в виде

$$\omega_{x_r}=-\dot{\lambda}\cos h;\quad \omega_{z_r}=\dot{h}, \qquad (12.1.13)$$

или

$$\omega_{x_r}=\dot{\sigma};\quad \omega_{z_r}=-\dot{s}\cos\sigma. \qquad (12.1.14)$$

Изложенное показывает, что вид скалярных уравнений может быть существенно упрощен путем выбора определенных си-

стем координат и дополнительных мер в конструкции гироинерциального координатора ($\omega_{y_r} = 0$, $\omega_з$ задается часовым механизмом). Однако наложение дополнительных условий приводит к усложнению конструкции гироинерциального координатора. Поэтому необходимо определить, в каких случаях та или иная схема гироинерциального координатора является преимущественной по сравнению с другими схемами. Сравнительная оценка возможных схем гироинерциальных координаторов дается в следующем параграфе.

§ 12.2. СХЕМЫ ГИРОИНЕРЦИАЛЬНЫХ КООРДИНАТОРОВ

Основным фактором, определяющим схему гироинерциального координатора, является положение осей чувствительности акселерометров и гироскопов. В принципе возможно расположение осей чувствительности по косоугольной системе координат. Однако такие схемы являются неоправданно сложными как с точки зрения конструкции, так и с точки зрения вычисления составляющих вектора ускорения $\boldsymbol{a}$. Поэтому практическое значение имеют лишь схемы с ортогональным расположением осей чувствительности акселерометров и гироскопов. Как уже говорилось в предыдущем параграфе, для проектирования векторного уравнения инерциальной навигации (12.1.5) применяются либо инерциальные системы координат, либо вращающиеся системы координат, одна из осей которых обычно ориентирована по радиусу-вектору. В соответствии с этим, ортогональные триэдры, образованные осями чувствительности акселерометров и гироскопов, будут либо неподвижными, либо вращающимися. Всего возможно четыре варианта. Каждый вариант будем обозначать буквами: A — акселерометры, $Г$ — гироскопы (индекс «н» указывает, что соответствующий триэдр неподвижен; индекс «в» — вращается);

— триэдры осей акселерометров и гироскопов неподвижны — $A_н Г_н$;

— триэдр осей акселерометров вращается, а триэдр осей гироскопов неподвижен — $A_в Г_н$;

— триэдры осей акселерометров и гироскопов вращаются — $A_в Г_в$;

— триэдр осей акселерометров неподвижен, а триэдр осей гироскопов вращается — $A_н Г_в$.

Сравнительная оценка перечисленных схем построения гироинерциальных координаторов может быть проведена в основном с точки зрения влияния на условия работы акселерометров и гироскопов. Наиболее существенными требованиями к акселерометрам и гироскопам являются заданный диапазон измеряемых величин и заданная абсолютная точность измерения. Как правило, уменьшение диапазона измерения позволяет технически выполнить измеритель с более высокой абсолютной точностью измерения. Таким образом, преимуществом будет обладать та

из схем, которая обеспечивает меньший диапазон измерения и имеет более простую конструкцию.

Конструктивно схемы $А_н Г_н$, $А_в Г_в$ обычно выполняются так, что оси чувствительности акселерометров и гироскопов совпадают, образуя один общий ортогональный триэдр. Этот триэдр должен иметь три степени свободы вращательного движения относительно корпуса ракеты. В схеме $А_н Г_н$ диапазон измерения угловых скоростей близок к нулю (оси чувствительности измерителей не вращаются), а диапазон измерения ускорений максимален (сила тяжести проектируется на все три оси измерения акселерометра). В схеме $А_в Г_в$, наоборот, диапазон измерения угловых скоростей максимален (оси чувствительности гироскопов вращаются со скоростью, определяемой скоростью полета ракеты), а диапазон измерения ускорений для двух акселерометров, оси чувствительности которых лежат в горизонтальной плоскости, минимален.

Кинематические схемы вариантов $А_н Г_н$, $А_в Г_в$ одинаковы и включают трехстепенную гироплатформу с установленными на ней тремя акселерометрами. Разница между схемами заключается лишь в том, что в схеме $А_н Г_н$ гироплатформа неподвижна в инерциальном пространстве, а в схеме $А_в Г_в$ гироплатформа вращается так, что одна из осей совпадает с направлением геоцентрической вертикали (направление оси $Oy_г$).

В каждом из вариантов $А_в Г_н$ и $А_н Г_в$ оси чувствительности акселерометров и гироскопов образуют два ортогональных триэдра. Один триэдр, который не вращается относительно инерциального пространства, должен иметь не менее трех степеней свободы вращательного движения относительно корпуса ракеты. Второй триэдр, одна из осей которого совпадает с направлением геоцентрической вертикали в точке положения ракеты, должен иметь относительно неподвижного триэдра не менее двух степеней свободы вращательного движения (одна степень свободы занята $\omega_{y_г} = 0$). Таким образом, кинематические схемы гироинерциальных координаторов $А_в Г_н$, $А_н Г_в$ имеют пять степеней свободы вращательного движения относительно корпуса ракеты. В схеме $А_в Г_н$ диапазон измерения угловых скоростей и ускорений минимален (триэдр, образованный осями чувствительности гироскопов, не вращается, а триэдр, образованный осями чувствительности акселерометров, имеет плоскость, перпендикулярную вектору силы тяжести). В схеме $А_н Г_в$ диапазон измерения ускорений и угловых скоростей максимален.

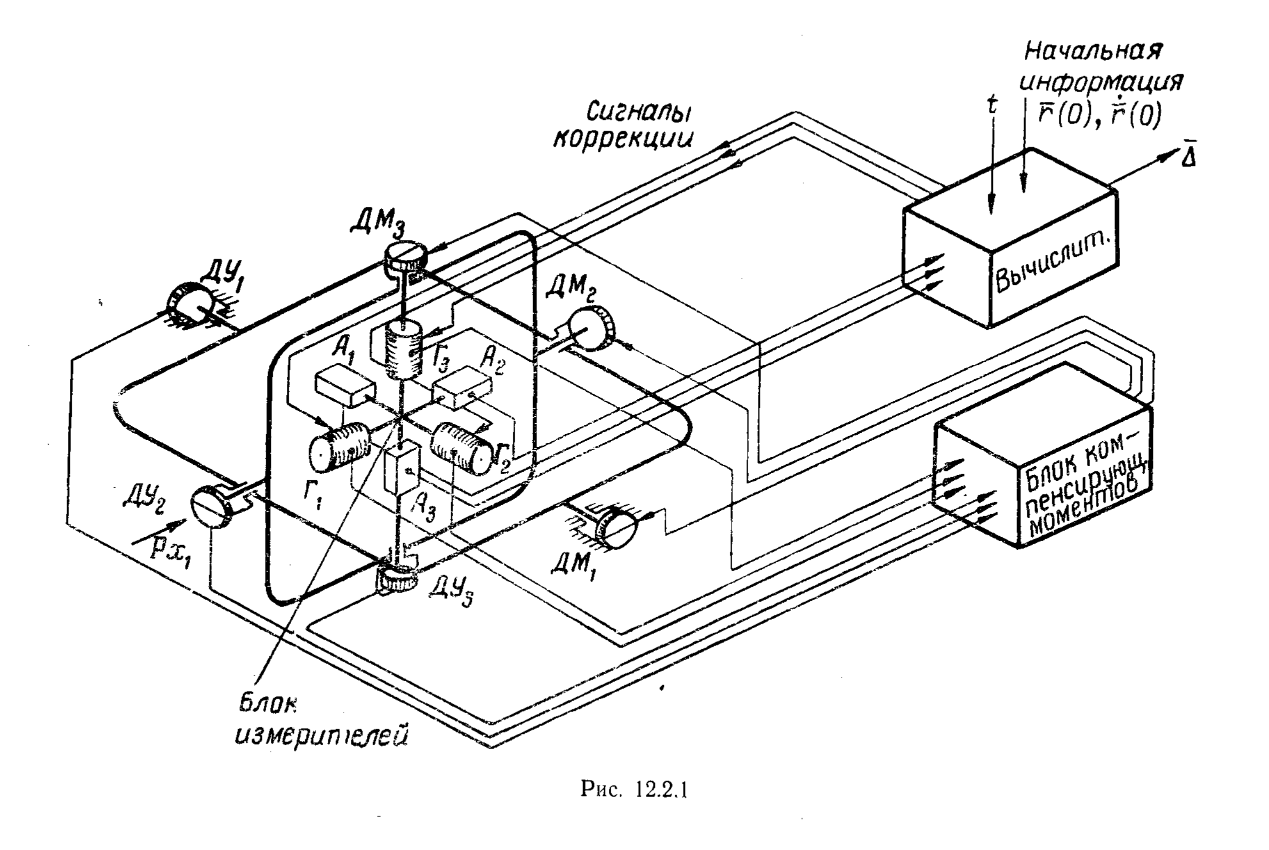
Сравнение показывает, что кинематика схем $А_в Г_н$ и $А_н Г_в$ сложнее, чем кинематика схем $А_н Г_н$ и $А_в Г_в$. Учитывая также, что диапазон измерения ускорений и угловых скоростей в схеме $А_н Г_в$ максимален, можно считать, что данная схема значительно уступает трем другим и вследствие этого нерациональна. Схемы гироинерциальных координаторов $А_н Г_н$, $А_в Г_в$, $А_в Г_н$ применяются в автономных системах управления ракет, а также в

навигационных системах самолетов, кораблей и подводных лодок.

На рис. 12.2.1 представлена электрокинематическая блок-схема гироинерциального координатора варианта $A_в Г_в$. Схема состоит из трех блоков: блока измерителей (гироскопы $Г_1$, $Г_2$, $Г_3$, акселерометры A_1, A_2, A_3), блока выработки компенсирующих моментов и блока вычислителя. Блок измерителей служит для материализации на ракете системы координат $Ox_r y_r z_r$ и измерения в этой системе координат составляющих вектора ускорения $\boldsymbol{a}$. Конструктивно данный блок выполнен в виде трехстепенной платформы, на которой установлены три двухстепенных гироскопа и три акселерометра. На каждой оси вращения гироплатформы имеется датчик угла ДУ и датчик момента ДМ. Блок выработки компенсирующих моментов, гироскопы и датчики моментов ДМ образуют замкнутую систему силовой стабилизации гироплатформы. Акселерометры, вычислитель и гироскопы составляют замкнутую систему управления ориентацией гироплатформы. Вычислитель, на основе измеренных акселерометрами составляющих вектора ускорения, решает уравнения инерциальной навигации в форме (12.1.9) и (12.1.10) или (при выполнении определенных условий полета) в упрощенной форме (12.1.12). Определяемые в результате интегрирования составляющие вектора угловой скорости системы координат $Ox_r y_r z_r$ используются для коррекции положения блока измерителей с целью непрерывного совмещения осей чувствительности акселерометров с осями системы координат $Ox_r y_r z_r$. Сигналы коррекции с вычислителя подаются на датчики моментов гироскопов. Под действием корректирующих моментов, вырабатываемых датчиками моментов, гироскопы прецессируют. Таким образом, опорная система координат, образованная осями гироскопов, изменяет свою ориентацию в пространстве. Система силовой стабилизации обеспечивает вращение гироплатформы вслед за опорной системой координат. В следующем параграфе будет показано, что соответствующим выбором параметров замкнутой системы ориентации гироплатформы можно обеспечить точное слежение одной из осей опорной системы координат за направлением радиуса-вектора $\boldsymbol{r}$, т. е. можно реализовать невозмущаемый маятник.

Вычислитель, наряду с формированием сигналов для коррекции положения гироплатформы, обеспечивает выработку параметра управления на основе информации от программного блока и интегрирования кинематических уравнений (12.1.10).

Электрокинематическая блок-схема гироинерциального координатора варианта $A_н Г_н$ отличается от рассмотренного варианта $A_в Г_в$ только тем, что отсутствует коррекция положения гироплатформы. Поэтому гироплатформа не вращается, материализуя инерциальную систему координат. Вычислитель интегрирует уравнения инерциальной навигации в форме (12.1.6). В дан-



Начальная информация $\bar{r}(0)$, $\dot{\bar{r}}(0)$
t
$\bar{\Delta}$
Вычислит.
Блок компенсирующ. моментов
Сигналы коррекции
$ДМ_3$
$ДУ_1$
$ДМ_2$
A_1
A_2
$Г_3$
$Г_1$
$Г_2$
A_3
$ДУ_2$
Px_1
$ДУ_3$
$ДМ_1$
Блок измерителей

Рис. 12.2.1

ной схеме отсутствуют ошибки, возникающие при коррекции положения гироплатформы, однако значительно повышаются требования к точности работы вычислителя.

Гироинерциальные координаторы схемы $А_н Г_н$ нашли широкое применение в автономных системах управления баллистических ракет. В частности, данная схема используется на баллистических ракетах «Титан», «Тор», «Атлас» *E* и *F*, «Минитмэн», ракете-носителе «Атлас-Кентавр» и крылатой ракете «Хаунд-Дог» (США). Это объясняется тем, что при небольших дальностях управляемого полета по сравнению с радиусом Земли диапазон измерения ускорений в инерциальной системе координат, выставленной в момент старта ракеты по осям системы $Ox_r y_r z_r$, остается очень небольшим (угловое смещение вектора r на 1° происходит при перемещении ракеты на поверхности Земли на 111 *км*). Поэтому диапазон измерения как угловых скоростей (гироплатформа неподвижна), так и ускорений мал и близок к диапазону измерения в схеме $А_в Г_н$. Применение цифровых вычислителей позволяет получить высокую точность формирования параметров управления. Учитывая, что кинематическая схема варианта $А_н Г_н$ значительно проще, чем у варианта $А_в Г_н$, можно утверждать, что для автономных систем управления ракет с небольшой дальностью управляемого полета схема $А_н Г_н$ обладает преимуществом перед другими схемами в точности измерения параметров управления.

На рис. 12.2.2 представлена электрокинематическая блок-схема гироинерциального координатора варианта $А_п Г_н$. Данный вариант целесообразно применять при полете ракеты по ортодромии. Блок измерителей, включающий узел гироскопов и узел акселерометров, предназначен для материализации на ракете двух систем координат и измерения составляющих вектора ускорения на оси одной из этих систем координат. Оси узла гироскопов материализуют инерциальную систему координат, а оси узла акселерометров материализуют систему координат $Ox_r y_r z_r$.

Обычно одна из осей узла гироскопов ориентируется по оси вращения Земли $Oy_э$; в этом случае оси узла гироскопов моделируют экваториальную систему координат $Ox_э y_э z_э$. На рис. 12.2.2 ось *1* направлена по оси $Oy_э$. Рамка I связана с осью *1* часовым механизмом ЧМ, вращающим эту рамку с угловой скоростью вращения Земли. Благодаря этому рамка I материализует геоцентрическую систему координат $Ox_з y_з z_з$, жестко, связанную с вращающейся Землей. Ось *2* рамки I в блоке инерциальных элементов материализует направление оси Ox_0, лежащей одновременно в плоскостях экватора и ортодромии (линия узлов). Ось *3* рамки II ориентируется перпендикулярно плоскости ортодромии (по линии полюсов ортодромии — ось Oz_0). Поворотом рамки II относительно оси *2* с помощью двигателя $Д_1$ устанавливается угол ν (см. рис. 1.1.6). Так как вращение узла гироскопов относительно осей *1* и *2* является связанным, то фактиче-

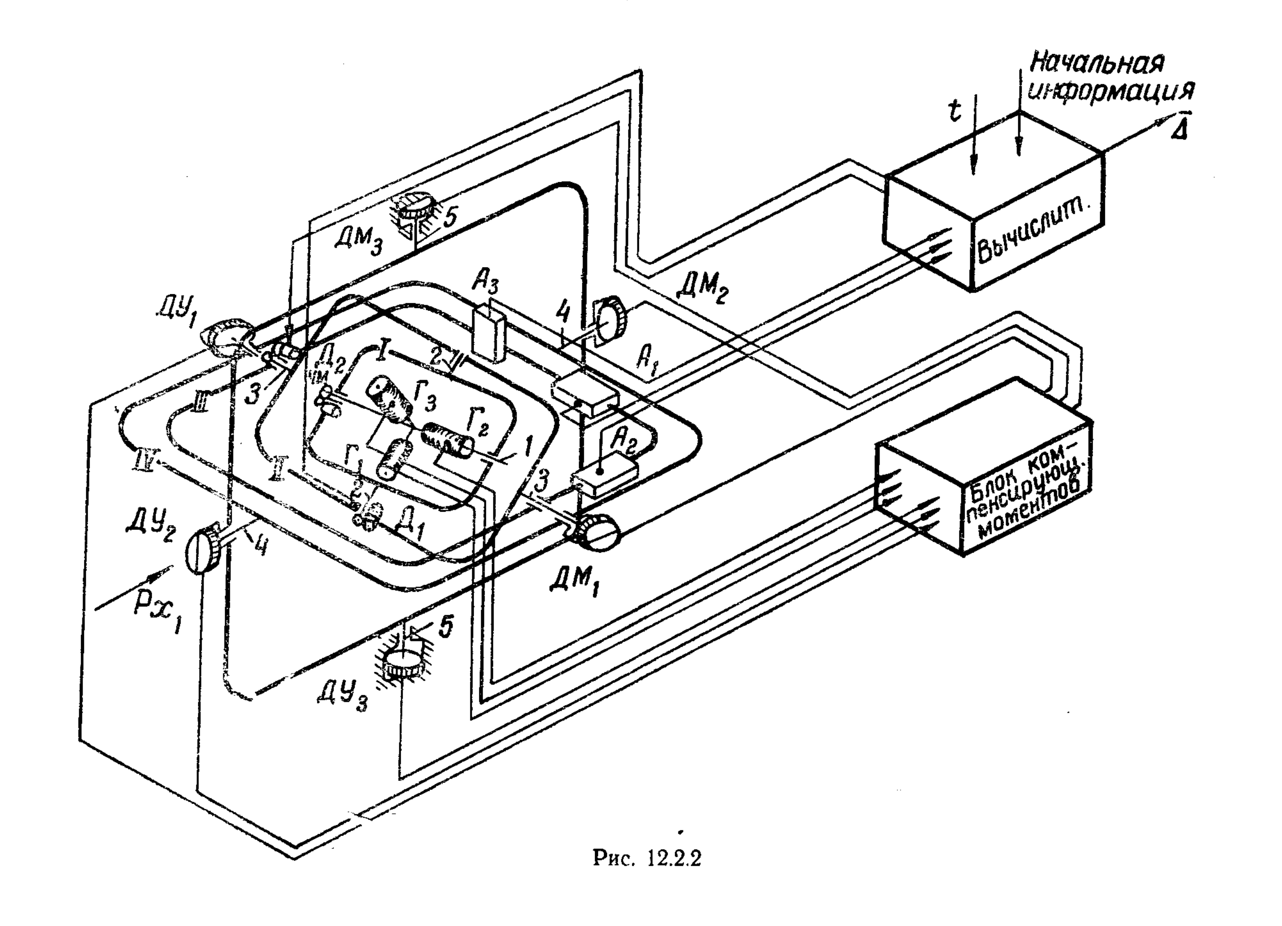

Начальная информация
t
$\bar{\Delta}$
Вычислит.
Блок компенсирующ. моментов
ДМ$_3$
ДМ$_2$
ДМ$_1$
ДУ$_1$
ДУ$_2$
ДУ$_3$
А$_1$
А$_2$
А$_3$
Г$_1$
Г$_2$
Г$_3$
Д$_1$
Д$_2$
ЧМ
Px_1

Рис. 12.2.2

ски узел гироскопов имеет только три степени свободы относительно корпуса ракеты (оси *3, 4, 5*).

Узел акселерометров расположен на рамке III, имеющей две степени свободы относительно узла гироскопов (вращения относительно осей *2* и *3*). Ось чувствительности акселерометра A_1 нормальна к плоскости ортодромии. Оси чувствительности акселерометров A_2, A_3 лежат в плоскости ортодромии. Для того чтобы оси акселерометров A_2, A_3 совпадали с осями Ox_r и Oy_r системы координат $Ox_r y_r z_r$, рамка III должна поворачиваться относительно оси *3*, нормальной к плоскости ортодромии, с помощью двигателя $Д_2$ и относительно оси *2*, лежащей в плоскости ортодромии, с помощью двигателя $Д_1$. Таким образом, узел акселерометров образует двумерный построитель вертикали, подвешенный к инерциальной системе отсчета (узлу гироскопов). На осях *3, 4, 5* размещены датчики углов $ДУ_1$, $ДУ_2$, $ДУ_3$ и датчики моментов $ДМ_1$, $ДМ_2$, $ДМ_3$. Датчики углов измеряют углы тангажа, крена и рысканья соответственно. Блок выработки компенсирующих моментов и вычислитель в данной схеме выполняют те же функции, что и в схемах $А_н Г_н$, $А_в Г_в$.

Преимущества схемы гироинерциального координатора $А_в Г_н$ по сравнению с другими схемами проявляются при использовании ее в автономных системах управления ракет, имеющих большую дальность управляемого полета и постоянную или мало изменяющуюся высоту полета, которая выдерживается автономным каналом высоты. В этом случае обеспечивается минимальный диапазон измерения ускорений, а вычислитель фактически представляет собой совокупность интеграторов, интегрирующих упрощенные уравнения (12.1.12), (12.1.14). Сигналы первых интеграторов поступают на двигатели $Д_1$ и $Д_2$, поворачивающие рамку III с акселерометрами на углы, пропорциональные пройденному пути. В данной схеме, как и в схеме $А_в Г_в$, путем выбора параметров в замкнутых системах акселерометры — интеграторы и двигатели $Д_1$, $Д_2$ можно обеспечить точное слежение за геоцентрической вертикалью. Углы положения рамки III по отношению к рамке I непосредственно определяют сферические координаты центра массы ракеты по отношению к геоцентрической системе координат $Ox_з y_з z_з$, жестко связанной с вращающейся Землей.

При полете ракеты по ортодромии угловое смещение ракеты относительно плоскости ортодромии является параметром управления ракеты в боковой плоскости. На схеме рис. 12.2.2 этот параметр управления непосредственно измеряется как угол поворота рамки II относительно оси *2*. Путь вдоль ортодромии определяется как угол поворота рамки III относительно оси *3*.

Схема гироинерциального координатора $А_в Г_н$ применяется на крылатой ракете «Снарк», а также в системах наведения атомных подводных лодок «Наутилус», «Скейт» и др.

Вследствие того, что координаты центра массы ракеты в схе-

ме $A_в Г_н$ непосредственно измеряются как углы поворота рамок карданова подвеса, данную схему часто называют *геометрической*. Схему $A_н Г_н$, в которой координаты определяются вычислением, называют *аналитической*. Наконец, схему $A_в Г_в$ называют *полуаналитической*.

§ 12.3. ПОСТРОИТЕЛИ ВЕРТИКАЛИ

В схемах гироинерциальных координаторов $A_в Г_в$, $A_в Г_н$ триэдр акселерометров, материализующий систему координат $Px_r y_r z_r$, образует построитель вертикали. При выполнении определенных условий существует принципиальная возможность создания построителя вертикали, обладающего свойством невозмущаемости. Под невозмущаемым построителем вертикали понимается маятник, на который не действуют никакие возмущающие моменты, включая и моменты от ускорения точки подвеса. С физической точки зрения возможность создания невозмущаемого построителя вертикали объясняется свойством центральной симметрии гравитационного поля Земли.

Условиями, при которых построитель вертикали становится невозмущаемым, являются:

1) постоянство высоты полета ракеты ($r = \text{const}$);

2) равенство нулю угловой скорости вращения триэдра акселерометров относительно оси Py_r ($\omega_{y_r} = 0$);

3) выполнение неравенства $\omega_{x_r}^2 + \omega_{z_r}^2 < g/r$, которое при выполнении условия 2 можно записать в виде $\omega_r^2 < g/r$.

Идея доказательства основана на рассмотрении уравнений (12.1.12), справедливых при выполнении первых двух условий с учетом ошибок совмещения осей триэдра акселерометров с осями системы координат $Px_r y_r z_r$. Свяжем с измерительными осями акселерометров систему координат $Px_a y_a z_a$ и определим мгновенное положение этой системы отсчета относительно системы координат $Px_r y_r z_r$ двумя малыми углами β_1 и β_2 (рис. 12.3.1). Тогда ускорения, измеряемые акселерометрами, будут определяться приближенными формулами

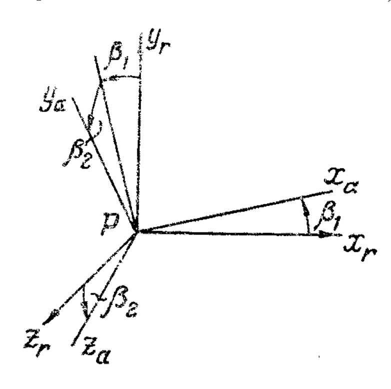


Рис. 12.3.1

$$a_{иx_a} \approx a_{иx_r} + a_{иy_r}\beta_1,$$
$$a_{иz_a} \approx a_{иz_r} - a_{иy_r}\beta_2. \quad (12.3.1)$$

Пусть триэдр акселерометров, образующий систему координат $Px_a y_a z_a$, принудительно вращается с угловыми скоростями ω_{z_r}, ω_{x_r}. Тогда, очевидно, что полные угловые ускорения триэдра

акселерометров при малых углах β_1, β_2 будут равны $\dot{\omega}_{z_r} + \ddot{\beta}_1$, $\dot{\omega}_{x_r} + \ddot{\beta}_2$. При изменении ориентации триэдра акселерометров малые величины g_{x_r}, g_{z_r} изменяются незначительно, поэтому приращения этих составляющих учитывать не будем. В результате вместо первого и третьего уравнений системы (12.1.12) запишем следующие уравнения:

$$\left.\begin{aligned} \dot{\omega}_{z_r} + \ddot{\beta}_1 &= -\frac{1}{r}(a_{\text{и}x_r} + a_{\text{и}y_r}\beta_1 + g_{x_r}), \\ \dot{\omega}_{x_r} + \ddot{\beta}_2 &= \frac{1}{r}(a_{\text{и}z_r} - a_{\text{и}y_r}\beta_2 + g_{z_r}). \end{aligned}\right\} \qquad (12.3.2)$$

Величину $a_{\text{и}y_r}$ определим из второго уравнения (12.1.12)

$$a_{\text{и}y_r} = -r(\omega_{x_r}^2 + \omega_{z_r}^2) - g_{y_r} = -r\omega_r^2 - g_{y_r}. \qquad (12.3.3)$$

Подставляя это выражение для $a_{\text{и}y_r}$ в уравнения (12.3.2), вычитая почленно из первого уравнения (12.3.2) первое уравнение (12.1.12), а из второго уравнения (12.3.2) третье уравнение (12.1.12) и выполняя преобразования, запишем уравнения, определяющие ошибки положения триэдра акселерометров относительно системы координат $Px_r y_r z_r$, в следующей форме:

$$\ddot{\beta}_1 + \omega_0^2\beta_1 = 0, \qquad \ddot{\beta}_2 + \omega_0^2\beta_2 = 0, \qquad (12.3.4)$$

где $\omega_0^2 = -(g_{y_r}/r) - \omega_r^2$, или, так как $g_{y_r} = -g$,

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{r} - \omega_r^2}. \qquad (12.3.5)$$

Как известно, уравнения (12.3.4) описывают собственные движения невозмущаемого сферического маятника в двух взаимно перпендикулярных плоскостях. Интегралы этих уравнений при $\omega_r^2 < g/r$ имеют вид:

$$\beta_1 = \beta_{10}\cos\omega_0 t + \frac{\dot{\beta}_{10}}{\omega_0}\sin\omega_0 t, \quad \beta_2 = \beta_{20}\cos\omega_0 t + \frac{\dot{\beta}_{20}}{\omega_0}\sin\omega_0 t, \qquad (12.3.6)$$

где $\beta_{10}, \beta_{20}, \dot{\beta}_{10}, \dot{\beta}_{20}$ — начальные значения углов β_1, β_2 и их производных.

Отсюда следует, что если в начальный момент, соответствующий выставке триэдра акселерометров, его оси будут точно совмещены с осями системы координат $Px_r y_r z_r$ и будут точно заданы начальные угловые скорости ω_{x_r}, ω_{z_r}, то начальные ошибки будут равны нулю $\beta_{10} = \beta_{20} = \dot{\beta}_{10} = \dot{\beta}_{20}$ и построитель вертикали будет точно следить за системой координат $Px_r y_r z_r$ при любых горизонтальных ускорениях ракеты.

При наличии начальных ошибок выставки триэдра акселерометров платформа с акселерометрами будет совершать свобод-

ные колебания в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, описываемые формулами (12.3.6), относительно направления вертикали.

Следует заметить, что собственные движения платформы с акселерометрами, описываемые дифференциальными уравнениями (12.3.4), будут колебательными только в том случае, когда величина ω_0, определяемая формулой (12.3.5), действительна, т. е. только при выполнении третьего условия невозмущаемости $g/r > \omega_r^2$. В этом случае величина ω_0 представляет собой собственную частоту колебаний платформы с акселерометрами (или эквивалентного ей маятника). Для скоростей полета ракет $v \leqslant 1000$ *м/сек* и $r \approx R$, где R — радиус Земли, $g/r \gg \omega_r^2 = v^2/r^2$. Поэтому можно определить собственную частоту приближенной формулой

$$\omega_0 \approx \sqrt{\frac{g}{r}} . \qquad (12.3.7)$$

Для случая $r = R$ собственная частота равна:

$$\omega_0 = 1{,}24 \cdot 10^{-3} \ 1/сек,$$

соответственно период колебаний равен:

$$T = 5064 \ сек \approx 84{,}4 \ мин.$$

Частота ω_0 совпадает с частотой математического маятника, имеющего длину, равную длине радиуса-вектора $\boldsymbol{r}$, т. е. маятника, масса которого сосредоточена в центре Земли. Поэтому при любых движениях точки подвеса по окружности радиуса r маятник будет невозмущаемым (рис. 12.3.2). Движение математического маятника с собственной частотой ω_0 впервые исследовал немецкий ученый М. Шулер (1923 г.). Вследствие этого часто невозмущаемый маятник и период (частоту) его колебаний называют соответственно маятником Шулера и периодом (частотой) Шулера.

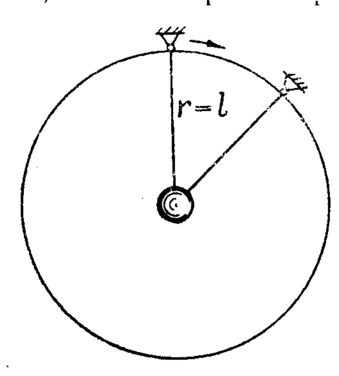


Рис. 12.3.2

Таким образом, платформа с двумя акселерометрами, корректируемая так, чтобы измерительные оси акселерометров следили за осями Px_r, Pz_r при выполнении условий 1, 2, 3, эквивалентна невозмущаемому маятнику.

Рассмотрим, каким образом необходимо осуществлять коррекцию положения платформы с акселерометрами в схеме гироинерциального координатора $А_в Г_н$. На рис. 12.3.3 показана схема построителя вертикали. Платформа с акселерометрами A_1, A_2 может вращаться относительно гиростабилизированной плат-

формы с гироскопами Γ_1, Γ_2, Γ_3. Сигналы, пропорциональные измеряемым ускорениям, снимаются с датчиков акселерометров, интегрируются интеграторами и подаются на двигатели $Д_1$, $Д_2$, играющие роль вторых интеграторов. Двигатели поворачивают платформу с акселерометрами до тех пор, пока сигналы с акселерометров не станут равными нулю. Это произойдет, когда измерительные оси акселерометров будут лежать в плоскости, перпендикулярной вектору $\boldsymbol{g}$. Покажем, что путем выбора параметров замкнутых систем, включающих акселерометры, интеграторы

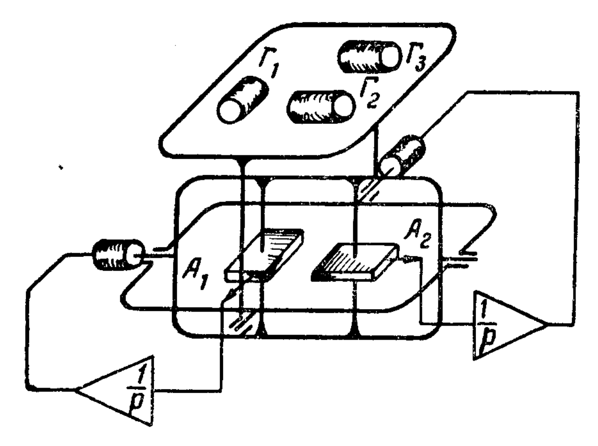


Рис. 12.3.3

и двигатели, можно реализовать модель невозмущаемого маятника с двумя степенями свободы. Заметим, что каналы построителя вертикали являются связанными через собственную частоту $\omega_0=\sqrt{(g/r)-\omega_r^2}$, в которую входит сумма квадратов угловых скоростей вращения радиуса-вектора $\boldsymbol{r}$ $\omega_r^2=\omega_{x_r}^2+\omega_{z_r}^2$. Поэтому рассмотрение только одного канала допустимо при учете влияния второго канала.

Как следует из объяснения принципа работы построителя вертикали, угол поворота $h_{1и}$ платформы с акселерометрами относительно одной из осей гироплатформы, например относительно оси Pz_r, пропорционален двойному интегралу от измеряемого акселерометром ускорения

$$h_{1и}=k\int_0^t\int_0^t a_{иx_a}(t)\,dt dt, \qquad (12.3.8)$$

где k — коэффициент пропорциональности. Угол $h_{1и}$ выразим через углы $h_1, \varepsilon, \beta_1$ (рис. 12.3.4).

$$h_{1и}=h_1-\varepsilon-\beta_1, \qquad (12.3.9)$$

где h_1 — угол между неподвижным направлением и осью Px_r; ε — угол между неподвижным направлением и гироплатформой; β_1 — угол между измерительной осью акселерометра и осью Px_r.

Ускорение $a_{иx_a}$ представим в виде составляющих по осям системы координат $Px_r y_r z_r$ и одновременно учтем случайную ошибку акселерометра $X_{1a}(t)$:

$$a_{иx_a} = a_{иx_r} + a_{иy_r}\beta_1 + X_{1a}(t). \qquad (12.3.10)$$

В этой формуле вследствие малости угла β_1 принято $\cos\beta_1 \approx 1$, $\sin\beta_1 \approx \beta_1$. Ускорение $a_{иy_r}$ в соответствии с формулой (12.3.3) равно алгебраической сумме центробежного ускорения и ускоре-

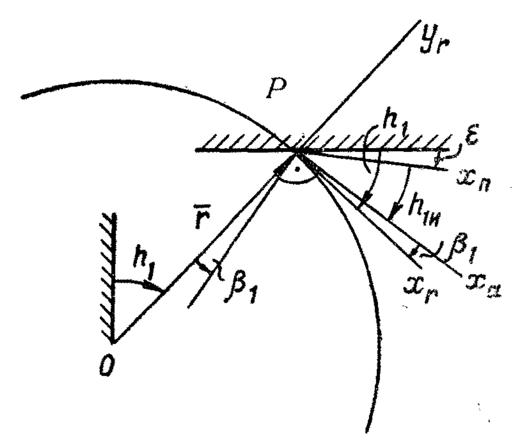


Рис. 12.3.4

ния силы тяжести. Центробежное ускорение ракеты, летящей на постоянной высоте r = const, равно произведению квадрата угловой скорости на радиус кривизны r. Учитывая, что возможно движение по второму каналу, необходимо в качестве квадрата угловой скорости взять сумму $\omega_r^2 = \omega_{x_r}^2 + \omega_{z_r}^2$. Введением составляющей $\omega_{x_r}^2$ учитывается влияние второго канала построителя вертикали. Таким образом, $a_{иy_r} = -\omega_r^2 r - g_{y_r}$. Ускорение $a_{иx_r}$ можно выразить через тангенциальное ускорение $\ddot{h}_1 r$ и составляющую ускорения силы тяжести $a_{иx_r} = \ddot{h}_1 r - g_{x_r}$. Подставляя величины $a_{иy_r}$, $a_{иx_r}$ в (12.3.10) и учитывая, что $g_{y_r} = -g$, получим следующее выражение для ускорения, измеряемого акселерометром вдоль оси Px_a:

$$a_{иx_a} = r\ddot{h}_1 - g_{x_r} + (g - \omega_r^2 r)\beta_1 + X_{1a}(t). \qquad (12.3.11)$$

Подставляя величины $h_{1и}$ (12.3.9) и $a_{иx_a}$ (12.3.11) в (12.3.8), диф-

ференцируя дважды обе части этого соотношения и преобразуя, получим уравнение, описывающее движение площадки с акселерометром относительно направления оси Px_r:

$$\ddot{\beta}_1 + k(g - \omega_r^2 r)\beta_1 = -\ddot{\varepsilon} + (1 - kr)\ddot{h}_1 + k(g_{x_r} - X_{1a}(t)). \quad (12.3.12)$$

Если выбрать коэффициент пропорциональности равным $k = 1/r$ и обеспечить достаточно малые колебания гироплатформы $\ddot{\varepsilon} \approx 0$ и ошибки акселерометра $X_{1a} \approx 0$, а также осуществлять компенсацию составляющей ускорения силы тяжести g_{x_r}, то уравнение (12.3.12) будет описывать движение невозмущаемого маятника с собственной частотой $\omega_0^2 = (g/r) - \omega_r^2$. С физической точки зрения выбор коэффициента пропорциональности k равным $k = 1/r$ означает, что угловое ускорение платформы с акселерометрами должно быть равным угловому ускорению радиуса-вектора $\boldsymbol{r}$. В этом нетрудно убедиться, продифференцировав дважды соотношение (12.3.8) и приняв, что $a_{\text{и}x_a} = a_{\text{и}x_r}$.

Структурная схема двух каналов построителя вертикали приведена на рис. 12.3.5. На схеме показаны компенсирующие члены $k_a g_{x_r}/\omega_a^2$ и $k_a g_{z_r}/\omega_a^2$. Можно показать, что для выполнения условий невозмущаемости параметры схемы на рис. 12.3.5 должны удовлетворять соотношению

$$r k_{\text{и}} k_a = \omega_a^2, \quad (12.3.13)$$

где ω_a — собственная частота акселерометра; k_a, $k_{\text{и}}$ — коэффициенты усиления акселерометра и интегратора соответственно.

Как было сказано, при скоростях полета ракет $v \leqslant 1000$ *м/сек* выполняется условие $g \gg \omega_r^2 r$. Поэтому можно пренебречь величиной $\omega_r^2 r$ по сравнению с величиной g. В этом случае каналы построителя вертикали становятся независимыми. Это хорошо видно и на структурной схеме (рис. 12.3.5).

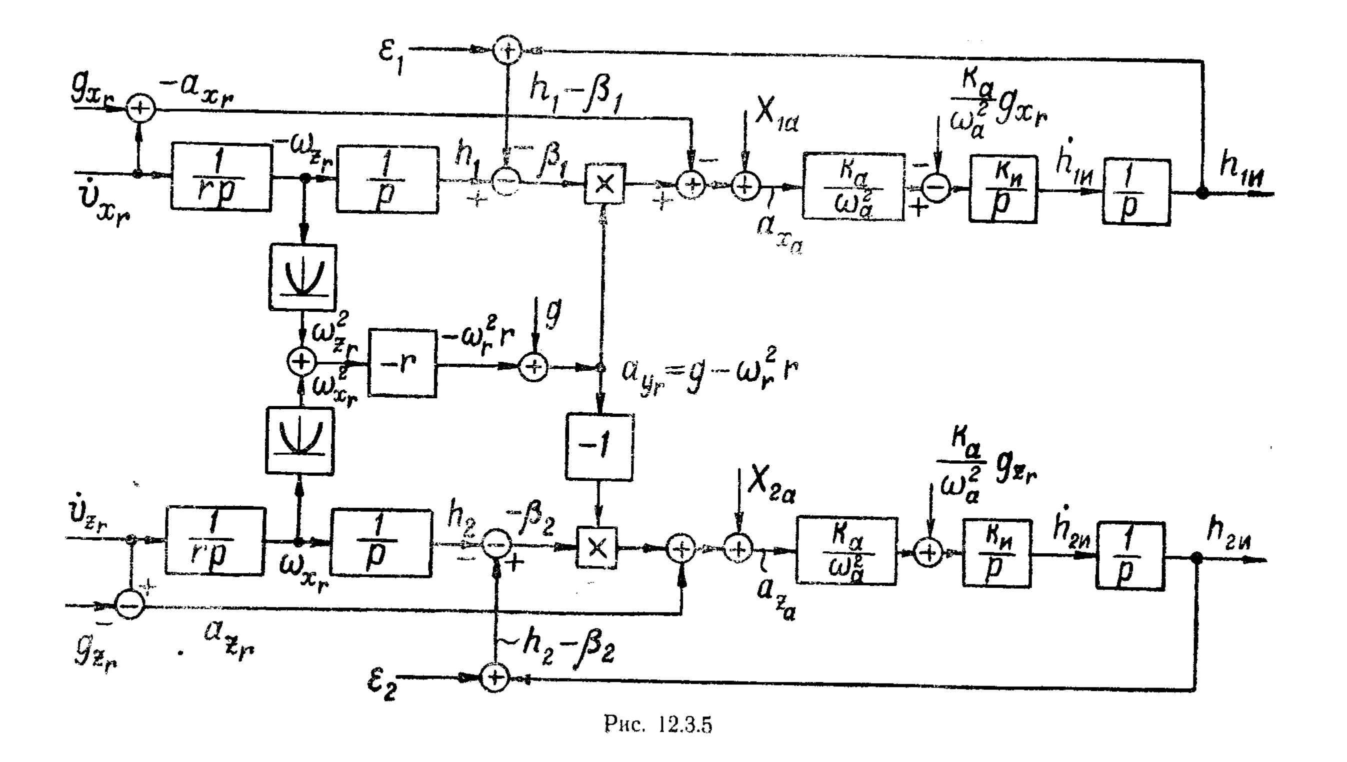
Если положение радиуса-вектора $\boldsymbol{r}$ определяется по отношению к ортодромической системе координат, то измеряемые углы $h_{1\text{и}}$, $h_{2\text{и}}$ соответствуют измеренным значениям координат $s_{\text{и}}$, $\sigma_{\text{и}}$

$$h_{1\text{и}} = -\int_0^t \dot{s}_{\text{и}} \cos \sigma_{\text{и}}\, dt \approx -s_{\text{и}} + s_0, \quad h_{2\text{и}} = \sigma_{\text{и}}. \quad (12.3.14)$$

В случае определения радиуса-вектора $\boldsymbol{r}$ в системе координат $Ox_з y_з z_з$ измеренные значения углов $h_{1\text{и}}$, $h_{2\text{и}}$ соответствуют координатам $h_{\text{и}}$, $\lambda_{\text{и}}$:

$$h_{1\text{и}} = h_{\text{и}} - h_0, \quad h_{2\text{и}} = -\int_0^t \dot{\lambda}_{\text{и}} \cos h_{\text{и}}\, dt. \quad (12.3.15)$$

Для искусственных спутников Земли выполняется условие $g/r = \omega_r^2$. Поэтому реализовать невозмущаемый построитель вер-



ε_1
g_{x_r}
$-a_{x_r}$
$h_1 - \beta_1$
X_{1a}
$\frac{K_a}{\omega_a^2} g_{x_r}$
$\dot v_{x_r}$
$\frac{1}{rp}$
$-\omega_{z_r}$
$\frac{1}{p}$
h_1
$-\beta_1$
$\frac{K_a}{\omega_a^2}$
$\frac{K_и}{p}$
$\dot h_{1и}$
$\frac{1}{p}$
$h_{1и}$
a_{x_a}
$\omega_{z_r}^2$
$-r$
$-\omega_r^2 r$
g
$\omega_{x_r}^2$
$a_{y_r} = g - \omega_r^2 r$
-1
X_{2a}
$\frac{K_a}{\omega_a^2} g_{z_r}$
$\dot v_{z_r}$
$\frac{1}{rp}$
$\frac{1}{p}$
h_2
$-\beta_2$
$\frac{K_a}{\omega_a^2}$
$\frac{K_и}{p}$
$\dot h_{2и}$
$\frac{1}{p}$
$h_{2и}$
ω_{x_r}
a_{z_a}
g_{z_r}
a_{z_r}
$h_2 - \beta_2$
ε_2

Рис. 12.3.5

тикали на спутниках нельзя. Вследствие этого применение схем гироинерциальных координаторов $A_в Г_н$, $A_в Г_в$ в системах управления спутников и других космических летательных аппаратов с орбитальным движением теряет смысл. Для управления космическими летательными аппаратами может применяться схема гироинерциального координатора $A_н Г_н$.

§ 12.4. ТОЧНОСТЬ ГИРОИНЕРЦИАЛЬНЫХ КООРДИНАТОРОВ

Измеренное значение радиуса-вектора $\boldsymbol{r}_и$ можно записать в виде

$$\boldsymbol{r}_и = \boldsymbol{r} + \boldsymbol{X}(t), \tag{12.4.1}$$

где $\boldsymbol{r}$ — истинное значение радиуса-вектора, а $\boldsymbol{X}(t)$ — вектор суммарной ошибки.

Во всех схемах гироинерциальных координаторов ошибка в определении вектора $\boldsymbol{r}$ является следствием ошибок измерения вектора ускорения $\boldsymbol{a}$, ошибок в задании начальных условий $\boldsymbol{r}0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}(0)$,, ошибок вычислителя, интегрирующего уравнение (12.1.5), и неточного знания функции $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{r})$. В свою очередь ошибки измерения вектора ускорения $\boldsymbol{a}$ определяются ошибками акселерометров и ошибками гироприборов, реализующих систему координат, в которой производится измерение ускорений.

Для определения вероятностных характеристик случайной функции $\boldsymbol{X}(t)$ — ошибки измерения вектора $\boldsymbol{r}$ — необходимо рассматривать гироинерциальный координатор как динамическую систему, на вход которой поступают возмущения (первичные ошибки). Зная вероятностные характеристики возмущений, можно методами статистической динамики ([1] гл. 7, 11) вычислить вероятностные характеристики случайной функции $\boldsymbol{X}(t)$. Как правило, ошибки гироинерциальных координаторов невелики ($|\boldsymbol{X}|_{max} \ll |\boldsymbol{r}|_{max}$). Поэтому с целью упрощения вычислений целесообразно провести линеаризацию уравнения (12.1.5) или соответствующих ему скалярных уравнений.

Вероятностные характеристики ошибок гироприборов были изучены в § 11.4. В соответствии с формулой (11.4.11) дисперсия угловой ошибки свободного или интегрирующего гироскопов через время $t \gg 1/\alpha$ определяется линейной зависимостью от времени

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{2\sigma_{\dot\varepsilon}^2}{\alpha} t \quad \text{при } t \gg 1/\alpha. \tag{12.4.2}$$

Отсюда следует, что применение свободных гироскопов (гироплатформы) для реализации различных систем координат (в том числе и для измерения вектора ускорения $\boldsymbol{a}$) приводит к накоплению со временем ошибок в определении вектора $\boldsymbol{r}$ и, следовательно, к ошибкам измерения параметров управления. Это обстоятельство является характерной особенностью и основным недостатком гироинерциальных координаторов.

Акселерометры наряду с гироприборами являются основными измерителями в гироинерциальных координаторах. Как следует из уравнения движения поплавкового акселерометра, полученного в § 12.1, измеренное значение ускорения выражается через истинное значение и ошибку измерения формулой $a_и = a + X_a(t)$. Ошибка измерения X_a определяется теми же факторами, что и для поплавкового интегрирующего гироскопа (остаточное трение в опорах подвеса поплавка за счет несовпадения удельных весов поплавка и жидкости, неравножесткость конструкции, реакция в опорах при действии ускорений вдоль осей Px, Pz, моменты от магнитной реакции датчика углов и обратной реакции датчика момента, шумы датчика углов). Экспериментальные данные показывают, что ошибка $X_a(t)$ является стационарной случайной функцией времени с равным нулю математическим ожиданием и спектральной плотностью, которую можно аппроксимировать зависимостью

$$s_x(\omega) = \frac{\sigma_a^2}{\pi} \cdot \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}, \qquad (12.4.3)$$

где σ_a^2 — дисперсия ошибки измерения акселерометра, α — частота, на которой спектральная плотность уменьшается вдвое. Величина α определяется параметрами акселерометра (собственной частотой, частотой питания индуктивных датчиков и другими факторами). Для маятниковых поплавковых акселерометров среднее квадратическое отклонение ошибки измерения имеет порядок $\sigma_a = 10^{-3} \div 10^{-4}$ *м/сек*^{2}. Корреляционная функция, соответствующая спектральной плотности (12.4.3), определяется формулой (11.4.9), в которой величину σ_ε следует заменить на σ_a.

Наряду с поплавковыми акселерометрами разрабатываются и другие схемы акселерометров. В частности, следует отметить схемы струнного акселерометра и акселерометра с вращающейся инертной массой [6]. В гироинерциальных координаторах ускорения, измеряемые акселерометрами, интегрируются интеграторами, представляющими собой отдельные устройства или органически входящими в состав вычислителей. Интегрирование ускорений можно выполнить и с помощью акселерометра. Для этого используются схемы однократно и двукратно интегрирующих акселерометров.

Поплавковый акселерометр, рассмотренный выше, можно сделать однократно интегрирующим, если сигнал, снимаемый с выхода усилителя, превратить в последовательность импульсов, причем частоту следования импульсов сделать пропорциональной ускорению и подать этот сигнал на датчик момента акселерометра. В этом случае суммарный момент будет пропорционален интегралу от измеряемого акселерометром ускорения. В резуль-

тате сигнал на выходе усилителя также будет пропорционален интегралу от измеряемого ускорения.

Корреляционная функция и дисперсия ошибки измерения на выходе однократно интегрирующего акселерометра при аппроксимации спектральной плотности случайной функции ошибки измерения $X_a(t)$ формулой (12.4.3) описывается формулами (11.4.10), (11.4.11) соответственно при замене σ_ε на σ_a. Как следует из формулы (11.4.11), среднее квадратическое отклонение ошибки измерения интегрирующего акселерометра растет пропорционально времени интегрирования.

Таким образом, применение гироприборов и акселерометров, работающих с ошибками, в схемах гироинерциальных координаторов приводит с течением времени к накоплению ошибок в определении координат, а следовательно, и параметра управления (в канале курса) и момента перехода в пикирование.

Найдем вероятностные характеристики ошибки формирования параметра управления в канале курса с помощью гироинерциального координатора $A_в Г_н$. Будем рассматривать проекции уравнения (12.1.5) на ортодромическую систему координат и полагать, что выполняются условия $r = \text{const}$, $\omega_{y_r} = 0$. Тогда, в соответствии с уравнениями (12.1.12), (12.1.14) при малом угле σ, таком, что можно принять $\cos\sigma \approx 1$, каналы можно считать независимыми. Принимая за параметр управления в канале курса линейное отклонение от плоскости заданной ортодромии $\Delta = z = r\sigma$, где σ — угол отклонения радиуса-вектора ракеты r от плоскости заданной ортодромии (см. § 10.1), можем написать следующее выражение для измеренного значения параметра управления:

$$\Delta_н = z + X(t), \qquad (12.4.4)$$

где $X(t)$ — суммарная ошибка. Так как программное значение угла σ равно нулю, то $X(t)$ есть ошибка измерения линейного отклонения центра массы ракеты от плоскости ортодромии. В соответствии с принципом измерения в данной схеме гироинерциального координатора ошибка есть сумма

$$X(t) = r\varepsilon + r\beta, \qquad (12.4.5)$$

где ε — угловая ошибка гироплатформы; β — угловая ошибка построителя вертикали (см. рис. 12.3.4).

Определим вероятностные характеристики угловой ошибки построителя вертикали в одной плоскости, воспользовавшись уравнением (12.3.12) и принимая, что $k = 1/r$ и составляющая ускорения g_{x_r} компенсируется путем дополнительного наклона корпуса акселерометра. Построитель вертикали является линейной системой и его весовая функция равна:

$$g(t, \tau) = \frac{1}{\omega_0} \sin \omega_0 (t - \tau). \qquad (12.4.6)$$

Используя эту весовую функцию, выразим угловую ошибку построителя вертикали в одной плоскости через первичные ошибки

$$\beta = -\frac{1}{\omega_0}\int_{\tau}^{t} \ddot{\varepsilon}(\tau)\sin\omega_0(t-\tau)\,d\tau - \frac{1}{r\omega_0}\int_{\tau}^{t} X_a(\tau)\sin\omega_0(t-\tau)\,d\tau + $$

$$+ \beta_0\cos\omega_0 t + \frac{\dot{\beta}_0}{\omega_0}\sin\omega_0 t. \qquad (12.4.7)$$

Ошибки начальной выставки построителя вертикали β_0, $\dot{\beta}_0$ являются случайными величинами, обычно имеющими нормальные законы распределения с нулевыми математическими ожиданиями и дисперсиями σ_1^2, σ_2^2 соответственно. Ускорение гироплатформы $\ddot{\varepsilon}(t)$ и ошибка акселерометра $X_a(t)$ являются стационарными случайными функциями времени с нулевыми математическими ожиданиями. В узкой полосе пропускания построителя вертикали, определяемой его собственной частотой $\omega_0 = 1{,}24 \cdot 10^{-3}$ $1/сек$, можно принять спектральные плотности случайных функций $\ddot{\varepsilon}(t)$ и $X_a(t)$ постоянными, т. е. считать их белыми шумами. В этом случае корреляционные функции выражаются формулами $k_{\ddot{\varepsilon}}(t, t') = G_{\ddot{\varepsilon}}\delta(t-t')$, $k_a(t, t') = G_a\delta(t-t')$.

В соответствии с перечисленными выше вероятностными характеристиками первичных ошибок математическое ожидание угловой ошибки β построителя вертикали равно нулю: $m_\beta = 0$. Корреляционная функция, вычисленная с использованием формулы (12.4.7) и характеристик первичных ошибок, имеет вид

$$k_\beta(t, t') = \left[\frac{G_{\ddot{\varepsilon}}}{\omega_0^2} + \frac{G_a}{(r\omega_0)^2}\right]\left[\frac{1}{2}\min\left\{t, t'\right\}\cos\omega_0(t-t') - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{4\omega_0}(\sin\omega_0|t-t'| + \sin\omega_0(t+t'))\right] +$$

$$+ \sigma_1^2\cos\omega_0 t\cos\omega_0 t' + \frac{\sigma_2^2}{\omega_0^2}\sin\omega_0 t\sin\omega_0 t'. \qquad (12.4.8)$$

Дисперсия угловой ошибки β равна корреляционной функции при одинаковых значениях аргументов $t = t'$:

$$\sigma_\beta^2 = \left[\frac{G_{\ddot{\varepsilon}}}{\omega_0^2} + \frac{G_a}{(r\omega_0)^2}\right]\left(\frac{1}{2}t - \frac{1}{4\omega_0}\sin 2\omega_0 t\right) + \sigma_1^2\cos^2\omega_0 t + \frac{\sigma_2^2}{\omega_0^2}\sin^2\omega_0 t. \qquad (12.4.9)$$

Из этой формулы следует, что дисперсия угловой ошибки β построителя вертикали зависит от времени и включает линейно возрастающие и колебательные члены. Возрастание дисперсии со временем объясняется особенностью поведения построителя вертикали под действием возмущений, имеющих в своем спектре

частоты, равные собственной частоте построителя вертикали. Как известно, амплитудно-частотная характеристика резонансного звена, каким является построитель вертикали, имеет разрыв второго рода на резонансной частоте. А так как в спектральном составе возмущений практически всегда содержатся все частоты, то возникает явление резонанса и построитель вертикали начинает раскачиваться на своей резонансной частоте со скоростью, определяемой интенсивностью возмущения. Этим и объясняется линейное возрастание дисперсии угловой ошибки.

В современных инерциальных системах интенсивности шумов акселерометров и угловых ускорений гироприборов достаточно малы $(G_a = 0{,}5(10^{-7} \div 10^{-9})$ *м²/сек³*). Поэтому возрастание среднего квадратического отклонения угловой ошибки построителя вертикали за счет этих возмущений в течение нескольких часов полета не превышает одной угловой минуты.

Ошибки начальной выставки построителя вертикали имеют существенное значение лишь при пусках ракет с подвижных платформ (самолет, корабль, подводная лодка и т. п.), когда начальные координаты и скорости в точке пуска определяются с большими ошибками. Средние квадратические отклонения ошибок в определении координат σ_1 и скоростей σ_2 в точке пуска для подвижных платформ имеют порядок $\sigma_1 = 300 \div 3000$ *м*, $\sigma_2 = 0{,}3 \div 3$ *м/сек*. При пусках ракет с Земли $\sigma_2 = 0$, а σ_1 не превышает десятков метров.

Дисперсия суммарной ошибки формирования параметра управления является суммой дисперсии ошибок построителя вертикали и построителя системы отсчета

$$\sigma_x^2 = r^2\left(\sigma_\varepsilon^2 + \sigma_\beta^2\right), \qquad (12.4.10)$$

где σ_ε^2, σ_β^2 определяются формулами (12.4.2), (12.4.9) соответственно.

Мы рассмотрели точность гироинерциального координатора схемы $А_в Г_н$. Аналогичным образом можно получить вероятностные характеристики ошибок и для других схем координаторов.

Анализ точности гироинерциальных координаторов показывает, что основными причинами ошибок являются: уходы гироприборов и начальные ошибки выставки построителя вертикали. Уменьшение собственных уходов гироприборов может быть достигнуто за счет повышения точности их изготовления. Уменьшение ошибок начальной выставки построителя вертикали может быть достигнуто путем повышения точности навигационных систем, дающих информацию о координатах и скоростях подвижных платформ в точке пуска. Повышение точности гироинерциальных координаторов возможно также за счет комплексирования их с другими измерителями элементов движения центра массы ракеты: допплеровскими измерителями скорости полета, радионавигационными системами и системами наведения по земным ориентирам.

Глава 13

АСТРОИНЕРЦИАЛЬНЫЕ КООРДИНАТОРЫ

§ 13.1. ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ АСТРОИНЕРЦИАЛЬНЫХ КООРДИНАТОРОВ

Анализ точности гироинерциальных координаторов, проведенный в предыдущем параграфе, показывает, что одной из основных причин ошибок этих систем являются уходы гироскопов. В схемах гироинерциальных координаторов $А_н Г_н$, $А_в Г_н$ гироскопы материализуют инерциальные системы координат. В задачах наведения ракет с большой точностью можно принять за инерциальные системы отсчета системы, образованные направлениями на звезды (или радиозвезды). Очевидно, что уходы гироскопов в схемах $А_н Г_н$, $А_в Г_н$ можно устранить, если осуществить привязку опорной системы координат, реализуемой направлениями кинетических моментов гироскопов, к звездам. Схемы координаторов, у которых инерциальные системы координат реализуются путем привязки опорной системы координат к звездам, получили название *астроинерциальных координаторов*.

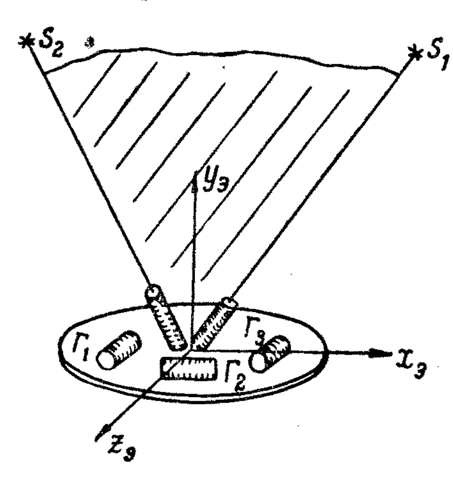


Рис. 13.1.1

Для привязки к звездам на гироплатформу устанавливаются телескопы, визирующие две звезды. Фиксирование двух направлений на звезды позволяет построить неподвижную в инерциальном пространстве плоскость. Такой плоскостью является гироплатформа, играющая роль гироскопического привода следящих систем визирования звезд (рис. 13.1.1). Системы визирования звезд и гироплатформа образуют *астровизир* — устройство, реализующее инерциальную систему координат путем визирования двух звезд (или радиозвезд).

В схеме астроинерциального координатора $A_н$ $Г_н$ акселерометры непосредственно располагаются на гироплатформе. В схеме астроинерциального координатора $A_в$ $Г_н$ так же, как и в схеме гироинерциального координатора $A_в$ $Г_н$, акселерометры располагаются на подвижной платформе — построителе вертикали, соединенной с гироплатформой.

Изложенное показывает, что астроинерциальные координаторы отличаются от гироинерциальных координаторов только способом реализации инерциальных систем координат. Поэтому методы измерения координат ракеты астроинерциальными координаторами и формирования параметров управления в астроинерциальных системах не отличаются от применяемых в гироинерциальных системах. В связи с этим в этой главе будут рассмотрены лишь особенности построения астроинерциальных координаторов по сравнению с гироинерциальными координаторами.

§ 13.2. АСТРОВИЗИРЫ

Астровизир представляет собой гироскопическую следящую систему, пеленгующую две звезды. Принципы построения следящих гироскопических координаторов подробно рассмотрены в главе, посвященной системам самонаведения. Поэтому в данном параграфе мы остановимся только на особенностях астровизиров.

Первой особенностью астровизира по сравнению с координатором цели является очень малый уровень полезного сигнала по сравнению с фоном (в дневных условиях лучистый поток от звезд в десятки тысяч раз меньше лучистого потока от фона). Слабый уровень полезного сигнала приводит к необходимости использования очень чувствительных приемников излучения и оптимальных схем обнаружения и определения параметров входного полезного сигнала.

Второй особенностью астровизира является траекторный захват звезд. Как правило, вследствие различных причин конструктивного характера и условий боевого применения ракет с астроинерциальными системами управления захват звезд производится астровизиром уже после старта ракеты в процессе ее полета. Эта особенность предъявляет жесткие требования к точности гироплатформ, работающих до момента захвата в режиме разомкнутой системы. Кроме того, в астровизирах должны применяться оптимальные системы обнаружения звезд, обеспечивающие высокую вероятность правильного обнаружения и соответственно малую вероятность ложных захватов в условиях действия помех.

Третьей особенностью астровизиров является слежение не за одним направлением в пространстве, как это имеет место в координаторах цели, а одновременное слежение за двумя направлениями в пространстве, точнее, слежение за одним направлением

и за положением плоскости, проходящей через две звезды. Для наблюдения за двумя звездами используют либо две оптические или радиоастрономические (в случае радиозвезды) системы, либо одну систему, поочередно с определенным периодом времени визирующую обе звезды.

Второй способ более рационален, так как уменьшает количество необходимой аппаратуры. В течение времени наблюдения за одной звездой гироплатформа работает по отношению к другой звезде в режиме разомкнутой системы; поэтому накапливаются ошибки слежения. Зная точностные характеристики гироплатформы и выбирая допустимые ошибки слежения, можно определить время наблюдения за каждой звездой, т. е. определить частоту переключения системы с одной звезды на другую. Обычно период переключения составляет несколько десятков секунд.

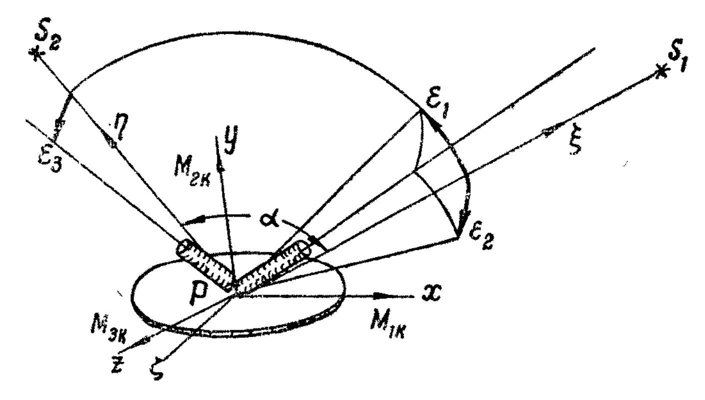


Рис. 13.2.1

Ошибки слежения за двумя звездами устраняются путем приложения корректирующих моментов $M_{1к}, M_{2к}, M_{3к}$ к гироскопам гироплатформы. На рис. 13.2.1 показана гироплатформа с двумя жестко связанными с ней телескопами, визирующими звезды S_1 и S_2. Введем косоугольную систему координат $P\xi\eta\zeta$, направив оси $P\xi$, $P\eta$ на звезды S_1, S_2 соответственно, а ось $P\zeta$ перпендикулярно плоскости $P\xi\eta$, проходящей через обе звезды так, чтобы система $P\xi\eta\zeta$ была правой. Угол α между осями $P\xi$ и $P\eta$ определяется выбранными звездами. С точки зрения точности звезды рекомендуется выбирать так, чтобы этот угол был близок к 90°. На рис. 13.2.1 показана прямоугольная система координат $Pxyz$, жестко связанная с гироплатформой. Корректирующие моменты $M_{1к}$, $M_{2к}$, $M_{3к}$, прикладываемые к гироскопам гироплатформы, направлены по осям системы координат $Pxyz$.

При слежении за одной звездой гироплатформа может произвольно вращаться относительно направления на данную звезду. Для реализации инерциальной системы отсчета необходимо наложить связь на эту оставшуюся степень свободы. Для этого

и применяется слежение за второй звездой. Положение гироплатформы по отношению к системе координат $P\xi\eta\zeta$ полностью определяется двумя углами ε_1, ε_2 отклонения первого телескопа от направления на звезду S_1 и углом ε_3 отклонения второго телескопа от плоскости $P\xi\eta$ (рис. 13.2.1). Зависимости корректирующих моментов от угловых ошибок ε_1, ε_2, ε_3 выбираются при проектировании астровизиров.

Углы ε_1, ε_2, ε_3 можно выразить через декартовы координаты точек изображения звезд в фокальных плоскостях телескопов. Для этого достаточно умножить угловые величины на фокусное расстояние телескопа f_0:

$$U_1 = f_0\,\varepsilon_1, \quad U_2 = f_0\,\varepsilon_2, \quad U_3 = f_0\,\varepsilon_3. \tag{13.2.1}$$

На рис. 13.2.2 представлена блок-схема астровизира. Один телескоп, расположенный на гироплатформе, последовательно визирует две звезды. Лучистый поток от звезды проходит через

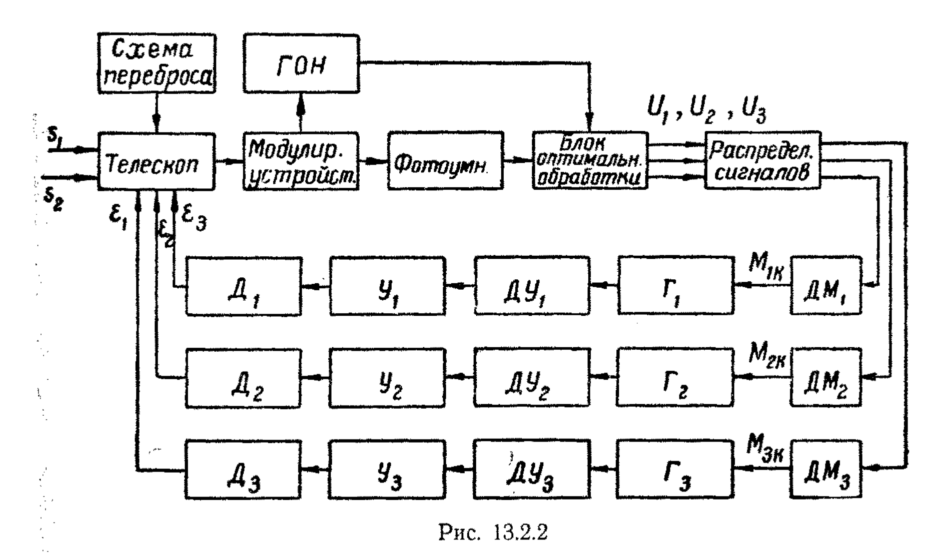


Рис. 13.2.2

модулирующее устройство и падает на фотокатод фотоумножителя. Электрический сигнал, несущий информацию об отклонении оптической оси телескопа от направления на звезду, снимаемый с выхода фотоумножителя, поступает на схему оптимальной обработки сигнала. В блок оптимальной обработки для определения координат U_1, U_2, U_3 поступает опорное напряжение, вырабатываемое соответствующим генератором. Перевод телескопа с одной звезды на другую осуществляется схемой переброса. Сигналы с блока оптимальной обработки, пропорциональные величинам U_1, U_2, U_3, поступают в блок распределения сигналов и далее — на датчики моментов ДМ. Корректирующие моменты

от датчиков моментов вызывают прецессию гироскопов $Г_1$, $Г_2$, $Г_3$, которая регистрируется датчиками углов ДУ. Сигналы датчиков углов усиливаются на усилителях $У_1$, $У_2$, $У_3$ и подаются на двигатели $Д_1$, $Д_2$, $Д_3$, поворачивающие гироплатформу. Так как звезды визируются последовательно, то следящий астровизир работает циклически. В первой половине каждого цикла отрабатываются угловые ошибки ε_1, ε_2, а затем, после переброса телескопа на вторую звезду, отрабатывается угловая ошибка ε_3.

§ 13.3. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ АСТРОВИЗИРОВ

Энергетические характеристики астровизиров определяются характеристиками излучения звезд и фона. Характеристики излучения фона подробно изложены в гл. 5 и поэтому здесь не рассматриваются. Характеристики излучения звезд мы будем рассматривать только для оптического диапазона шкалы электромагнитных волн. Желающим изучить энергетические характеристики радиозвезд рекомендуем работу Ю. В. Павлова [17].

Современная система обозначений звезд впервые была введена Бейером в 1603 г. Каждая звезда в созвездии обозначается буквой греческого алфавита, начиная с самой яркой звезды и далее в порядке убывания яркости. За буквой следует название созвездия. Например, обозначение α-Андромеды определяет самую яркую звезду в созвездии Андромеды. Кроме этого обозначения, наиболее яркие звезды созвездий имеют собственные названия греческого, латинского или арабского происхождения. Позднее для обозначения большого количества слабых звезд была введена нумерация звезд в созвездии. Порядок нумерации производится по направлению часовой стрелки в северном полушарии и против часовой стрелки в южном полушарии.

Положения звезд определяются угловыми координатами, характеризующими направление на данную звезду. В экваториальной системе отсчета $Ox_э y_э z_э$ положение звезд определяется *экваториальными координатами:* α — прямым восхождением звезды и δ — склонением звезды (см. рис. 13.3.1). Углы α, δ имеют значения в пределах $0 \leqslant \alpha \leqslant 360° - 90° \leqslant \delta \leqslant 90°$. В приложении 4 даны экваториальные координаты некоторых звезд. В прямоугольной системе отсчета $Ox_r y_r z_r$ положение звезд определяется *горизонтальными координатами:* h — высотой звезды, A — азимутом звезды, причем $-90° \leqslant h \leqslant 90°$, $0 \leqslant A \leqslant 180°$ (рис. 13.3.2).

Для работы астровизиров используются навигационные звезды, к которым относят наиболее яркие звезды, удовлетворяющие определенным требованиям. Важнейшими требованиями являются: лучистый поток от навигационной звезды должен быть больше некоторого минимального значения, определяемого порогом чувствительности воспринимающего элемента при заданном

уровне фона; вблизи навигационных звезд в пределах области поиска, необходимой для надежного захвата, не должно быть других ярких светил (Солнце, Луна и планеты); для нормальной работы астровизира необходимо производить пеленгацию двух навигационных звезд, причем взаимное положение звезд определяет точность построения инерциальной системы отсчета; навигационные звезды должны обеспечивать работу астровизира на любой траектории полета с минимумом перенастроек с одной пары звезд на другую. Таким образом, требования к навигационным звездам определяются параметрами траектории, временем полета и параметрами астровизира. Важнейшие навигационные звезды приведены в приложении 4.

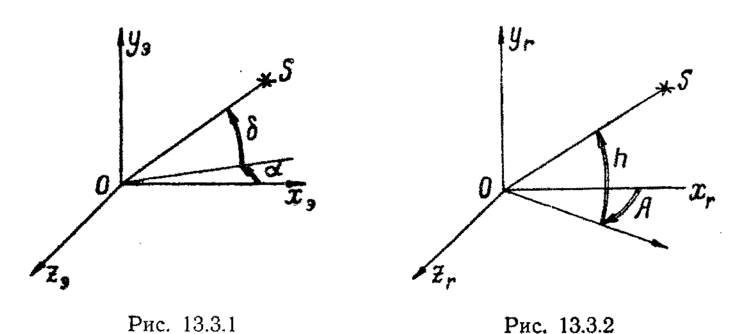


Рис. 13.3.1 Рис. 13.3.2

Звезды с большой точностью можно считать бесконечно удаленными точечными источниками излучения. Энергетическими характеристиками излучения звезд являются: *облученность* E *втм*$^{-2}$ и *спектральная интенсивность облученности* E_λ *втм*$^{-3}$. Облученность есть поверхностная плотность лучистого потока Φ, падающего на элемент поверхности $E = d\Phi/ds$. Спектральная интенсивность облученности есть облученность на единицу длины волны $E_\lambda = dE/d\lambda$.

Приближенную оценку спектральной интенсивности облученности от звезды можно получить на основе допущения, что звезды излучают, как абсолютно черные тела. Как известно, зависимость величины E_λ от длины волны для абсолютно черного тела описывается формулой Планка. Подставляя в функцию Планка [см. подынтегральное выражение в формуле (5.3.1)] вместо температуры T цветовую температуру $T_ц$, значение которой для навигационных звезд приведено в приложении 4, можно построить зависимость $E_\lambda(\lambda)$. Этот приближенный способ удобен для грубых прикидок.

Как показывают экспериментальные данные, излучение звезд не соответствует излучению абсолютно черного тела. В кривых спектральных интенсивностей излучения звезд имеются линии и полосы поглощения, а также скачки. На рис. 13.3.3 приведены зависимости E_λ для некоторых звезд, осредненные на

интервале $\lambda = 0{,}05$ *мк*. В связи с тем, что зависимость E_λ не описывается распределением Планка, для расчетов лучистого потока от звезд непосредственно используются таблицы или графики кривых E_λ. Внеатмосферные значения E_λ в функции длины волны для навигационных звезд даны в приложении 5. Данные по спектральным интенсивностям облученности большого количества звезд приведены в [23].

Кроме рассмотренных энергетических характеристик излучения звезд, на практике часто пользуются светотехническими характеристиками излучения. Характеристика, соответствующая облученности, как известно, называется *освещенностью* E и измеряется в люксах (1 *люкс* $\approx$ $\approx 0{,}285$ *вт/м*^{2}). Исторически сложившейся мерой измерения освещенности от звезд является *звездная величина* m. Термин «звездная величина» не имеет отношения к размерам звезд и возник, по-видимому, вследствие неверного убеждения, что яркие звезды обладают бо́льшими размерами, чем слабые звезды. После создания прибора для измерения освещенности — фотометра — была установлена связь между звездной величиной и освещенностью

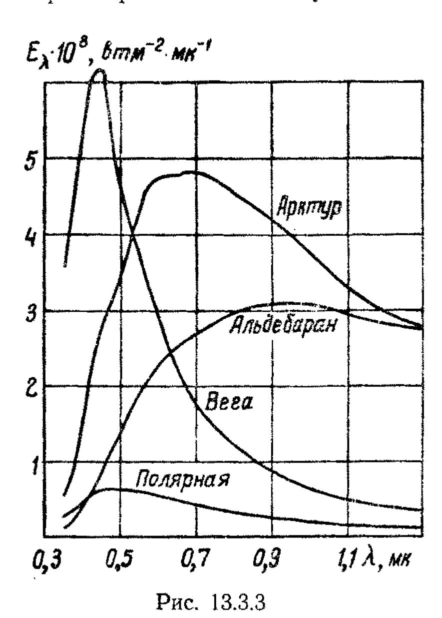


Рис. 13.3.3

$$m = -2{,}5 \lg E + \text{const}. \qquad (13.3.1)$$

При измерении освещенности в люксах значение постоянной в этой формуле равно — 13,89. Звезда первой величины дает освещенность в $1{,}11 \cdot 10^{-6}$ *люкс*. Для очень ярких звезд звездная величина отрицательна. Значения звездных величин для навигационных звезд приведены в приложениях 4 и 5.

Для приема лучистой энергии звезд в астровизирах применяются фотоумножители и электронно-оптические преобразователи. Эти чувствительные элементы являются селективными приемниками лучистой энергии. Лучистый поток, воспринимаемый чувствительным элементом от звезды, определяется формулой

$$\Phi = \int_s \int_0^\infty \tau(\lambda)\, \tau_\Phi(\lambda)\, \tau_0(\lambda)\, \tau_a(\lambda)\, E_\lambda\, d\lambda\, ds, \qquad (13.3.2)$$

где интегрирование по s распространяется на площадь объекти-

ва телескопа $s = \pi d^2/4$; E_λ — спектральная интенсивность облученности вне атмосферы; $\tau_a(\lambda)$, $\tau_0(\lambda)$, $\tau_\Phi(\lambda)$ — спектральные коэффициенты пропускания атмосферы, оптики и фильтра телескопа соответственно; $\tau(\lambda)$ — коэффициент спектральной чувствительности воспринимающего элемента.

С большой точностью можно принять, что облученность на небольшой площади объектива телескопа является постоянной. Поэтому, выполняя интегрирование по s в (13.3.2), получим

$$\Phi = E_1 s, \qquad (13.3.3)$$

где

$$E_1 = \int_0^\infty \tau(\lambda)\,\tau_\Phi(\lambda)\,\tau_0(\lambda)\,\tau_a(\lambda)\,E_\lambda\,d\lambda\ —$$

— интегральная облученность от звезды.

Вычисление интегральной облученности проще всего выполняется графическим способом. Для этого строятся кривые $\tau(\lambda)$, $\tau_\Phi(\lambda)$, $\tau_0(\lambda)$, $\tau_a(\lambda)$, E_λ, перемножаются их ординаты и определяется площадь под результирующей кривой.

Коэффициент пропускания атмосферы $\tau_a(\lambda)$ определяется формулой

$$\tau_a(\lambda) = p_\lambda^{m(z)}, \qquad (13.3.4)$$

где p_λ — спектральный коэффициент прозрачности атмосферы; $m(z)$ — атмосферная масса, показывающая, во сколько раз оптическая толща атмосферы в направлении на звезду больше оптической толщи атмосферы в направлении на зенит. Для зенитных расстояний $z = 90 - h < 75°$ можно принять $m(z) = \sec z$. Для бóльших зенитных расстояний величина $m(z)$ определяется по специальным таблицам. Спектральный коэффициент p_λ зависит от состояния атмосферы, длины волны и высоты наблюдения над уровнем моря. На рис. 13.3.4 приведены графики коэффициентов p_λ для различных высот над уровнем моря. Спектральные коэффициенты $\tau(\lambda)$, $\tau_0(\lambda)$, $\tau_ф(\lambda)$ определяются свойствами чувствительных элементов, оптики и фильтров, применяемых в астрокоординаторах.

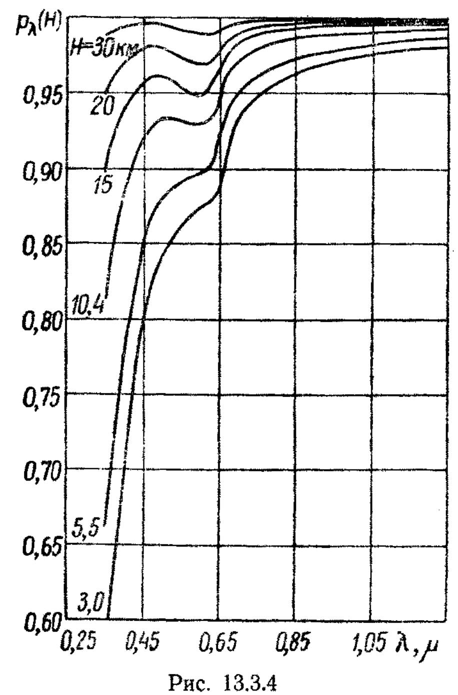


Рис. 13.3.4

Рассмотрим принцип работы и характеристики фотоумножителей, широко применяемых в астровизирах в качестве чувствительных элементов. Фотоумножители являются фотоэлементами с многокаскадным усилением фототока. Основными преимуществами фотоумножителей по сравнению с другими фотоэлементами являются большое усиление, достигающее $10^6 \div 10^7$, и малая инерционность.

Принципиальная схема фотоумножителя изображена на рис. 13.3.5. Лучистый поток от звезды концентрируется оптической системой телескопа на фотокатод. Лучистый поток выбивает с фотокатода электроны, которые под действием разности потенциалов, существующей между фотокатодом и первым эмиттером $Э_1$, ускоряются и, ударяясь об эмиттер, выбивают вторичные электроны. Последние направляются на следующий эмиттер $Э_2$, находящийся под более высоким потенциалом, чем эмиттер $Э_1$, и снова выбивают с него электроны. Процесс повторяется на последующих эмиттерах. Электронный поток с последнего эмиттера попадает на анод A, который включается в сеточную цепь усилительной лампы. Криволинейная форма конструкции эмиттеров обеспечивает фокусировку пучка электронов. Разность потенциалов между эмиттерами создается за счет делителя напряжения. На рис. 13.3.6 приведена электрическая схема фото-

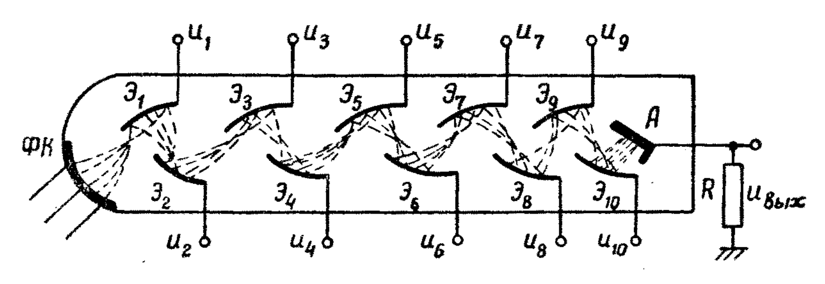


Рис. 13.3.5

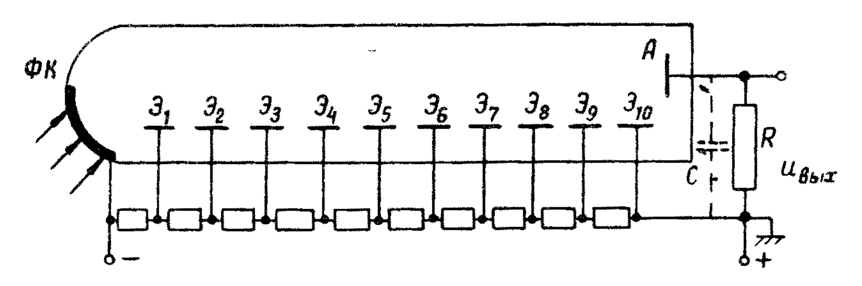


Рис. 13.3.6

умножителя. Сопротивление R является нагрузочным. Величина этого сопротивления имеет порядок $10^7 \div 10^{10}$ *ом*.

Динамические свойства фотоумножителя с высокой точностью описываются апериодическим звеном. Постоянная времени определяется произведением нагрузочного сопротивления R на емкость анод—последний эмиттер. Эта емкость, показанная на рис. 13.3.6 пунктиром, имеет порядок $C = 10^{-10} \div 10^{-11}$ *ф*.

Основными характеристиками фотоумножителя являются: зависимость анодного тока от величины лучистого потока, падающего на фотокатод, относительная спектральная чувствительность фотоумножителя $\tau(\lambda)$ и зависимость чувствительности фотоумножителя и интенсивности шума фотоумножителя от напряжения питания. Основными параметрами фотоумножителей являются: коэффициент усиления $k_ф$, интегральная чувствительность $\gamma_ф$, чувствительность фотокатода γ и темновой ток $i_т$.

Зависимость анодного тока от величины лучистого потока имеет в рабочем диапазоне линейный характер. Крутизна линейной характеристики является интегральной чувствительностью $\gamma_ф$. Чувствительность фотокатода определяется через величины $\gamma_ф$ и коэффициент усиления $k_ф$ фотоумножителя формулой $\gamma = \gamma_ф / k_ф$. Коэффициент усиления фотоумножителя есть отношение анодного тока i_a к фототоку $i_ф$: $k_ф = i_a / i_ф = \sigma^n$, где σ — коэффициент вторичной эмиссии, являющийся отношением числа вторичных электронов к числу первичных электронов, n — число каскадов.

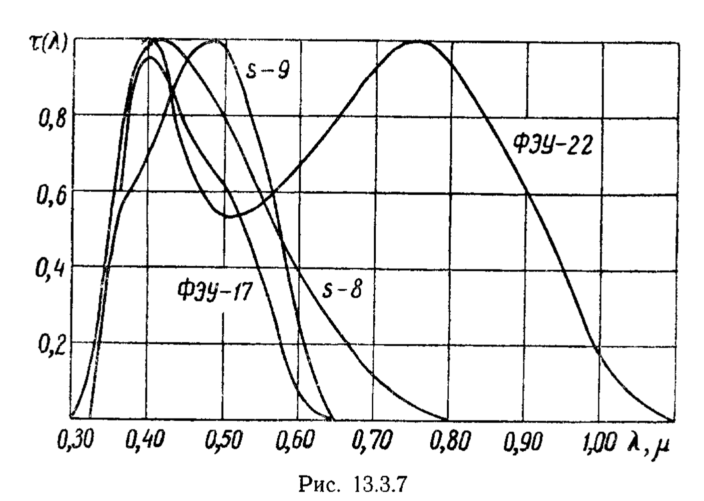


Рис. 13.3.7

Кривые относительных спектральных чувствительностей $\tau(\lambda)$ для некоторых типов фотоумножителей отечественного производства (ФЭУ-17, ФЭУ-22) и американских образцов (спектральные характеристики S-8, S-9) приведены на рис. 13.3.7. Темновой ток

фотоумножителя в основном определяется термоэлектронной эмиссией фотокатода и первых эмиттеров. Темновой ток имеет порядок $i_т = 1 \cdot 10^{-10}$ *а*. При охлаждении фотоумножителей темновой ток уменьшается.

Собственные шумы фотоумножителя в основном обусловлены дробовым эффектом фотокатода и эмиттеров, тепловыми флуктуациями электронов в нагрузочном сопротивлении, фликкер-эффектом и флуктуациями магнитного поля Земли, приводящими к флуктуациям электрического поля. Спектральные плотности случайных процессов фликкер-эффекта и флуктуаций магнитного поля Земли в диапазоне 10 — 1000 *гц* убывают обратно пропорционально частоте. На частотах порядка 800 ÷ 1000 *гц* интенсивность флуктуаций от фликкер-эффекта примерно та же, что и интенсивность флуктуаций от дробового эффекта. Вследствие высокой интенсивности флуктуаций от фликкер-эффекта и флуктуаций магнитного поля Земли на низких частотах целесообразно модулировать лучистый поток от звезд частотой порядка 500 ÷ ÷ 1000 *гц*. Флуктуации выходного напряжения фотоумножителя от дробового эффекта и тепловых колебаний электронов обычно можно считать случайными функциями типа белого шума. Интенсивности выходного напряжения этих шумов в [$в^2 сек$] подсчитываются по формулам

$$G_д = 2ei_ф k_ф^2 (1 + B) R^2, \quad G_т = 4kTR, \qquad (13.3.5)$$

где T — абсолютная температура нагрузочного сопротивления R в градусах Кельвина; $(1 + B)$ — член, учитывающий флуктуации коэффициента вторичной эмиссии σ (эксперименты показывают, что $B = 1{,}5$); $G_д$ — интенсивность шума от дробового эффекта; $G_т$ — интенсивность тепловых шумов; e — заряд электрона в кулонах; $i_ф$ — электронный ток фотокатода в амперах; $k_ф$ — коэффициент усиления фотоумножителя; R — сопротивление нагрузки в омах; k — постоянная Больцмана (*вольт. кулон*).

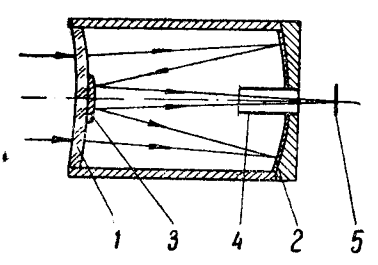


Рис. 13.3.8

Для построения изображения звезды на фотокатоде фотоумножителя служит оптическая система — телескоп. К телескопам астровизиров предъявляются требования малых габаритов при высокой разрешающей способности и малых искажениях (аберрациях). Таким жестким требованиям удовлетворяет схема телескопа советского оптика Д. Д. Максутова, представленная на рис. 13.3.8. Лучистый поток от звезды проходит через мениск *1* — вогнуто-выпуклую линзу, отражается от сферического зеркала *2* и сферического зеркала *3*, проходит через отверстие в задней стенке трубы телескопа и фокусируется в фокальной

плоскости объектива. Применение мениска позволяет в значительной степени скомпенсировать различные аберрации оптической системы (сферическую и хроматическую аберрации, кому и дисторсию). Бленда 4 служит для защиты от засветки прямыми лучами фотокатода 5 фотоумножителя. Основными преимуществами менисковых телескопов являются: практическое отсутствие аберрации, малая длина трубы, легкость изготовления (все поверхности являются сферическими) и герметичность оптической системы. Для телескопов коэффициент прозрачности оптики $\tau_0(\lambda)$ можно считать постоянным и равным $\tau_0 = 0{,}5 \div 0{,}55$.

§ 13.4. ОПТИМАЛЬНАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛА В АСТРОВИЗИРАХ

Оптимальная обработка сигнала в астровизирах необходима для обнаружения и выделения очень слабого полезного сигнала, наблюдаемого совместно с шумами. Под обнаружением полезного сигнала понимается установление факта наличия сигнала. Под выделением сигнала понимается определение неизвестных параметров, характеризующих этот сигнал.

Лучистый поток от звезды, фокусируемый телескопом на фотокатоде фотоумножителя, создает на выходном сопротивлении R фотоумножителя напряжение $u = R\gamma_ф \Phi$, где $\gamma_ф$ — интегральная чувствительность фотоумножителя; Φ — поток от звезды, вычисляемый по формуле (13.3.3). При амплитудной модуляции лучистого потока модулирующим диском напряжение на выходе фотоумножителя имеет вид:

$$u = R\gamma_ф \Phi f_с(U)\, s(t, \Omega, \Psi) \sin\left(\omega t + \frac{\omega}{\Omega}\Psi\right), \qquad (13.4.1)$$

где $f_с(U)$ — модуляционная характеристика модулирующего диска по отношению к полезному сигналу, определяющая зависимость амплитуды лучистого потока, отнесенного ко всему потоку Φ в зависимости от величины отклонения U пятна изображения звезды от оптической оси астровизира, $s(t, \Omega, \Psi)$ — огибающая напряжения; $\sin(\omega t + \omega\Psi/\Omega)$ — несущая. Функции $f_с(U)$ и $s(t, \Omega, \Psi)$ определяются конфигурацией модулирующего диска. Для конкретности рассмотрим модулирующий диск, для которого $f_с(U) = k_с U$ и $s(t, \Omega, \Psi) = 1\,[\sin(\Omega t + \Psi)]$, где $1[x]$ — единичная функция. Таким образом, полезный сигнал, наблюдаемый на выходе фотоумножителя, представляет собой электрическое напряжение и имеет структуру последовательности пакетов колебаний несущей частоты (рис. 13.4.1).

$$\varphi(t, U, \Psi) = kU\,1\,[\sin(\Omega t + \Psi)] \sin\left(\omega t + \frac{\omega}{\Omega}\Psi\right), \qquad (13.4.2)$$

где $k = R\gamma_ф \Phi k_с$, kU — амплитуда напряжения полезного сигнала. Параметры полезного сигнала U, Ψ определяют полярные

координаты положения пятна изображения звезды в системе координат, связанной с телескопом и имеющей начало на оптической оси.

Наряду с полезным сигналом на выходе фотоумножителя имеется шум. Как уже говорилось в предыдущем параграфе, для уменьшения влияния фликкер-эффекта и флуктуаций магнитного поля Земли лучистый поток от звезды должен модулироваться с частотой $500 \div 1000$ *гц*. Несущая частота полезного сигнала ω выбирается такой, чтобы удовлетворить этому условию. Таким образом, в качестве помех влияют только флуктуации и неодно-

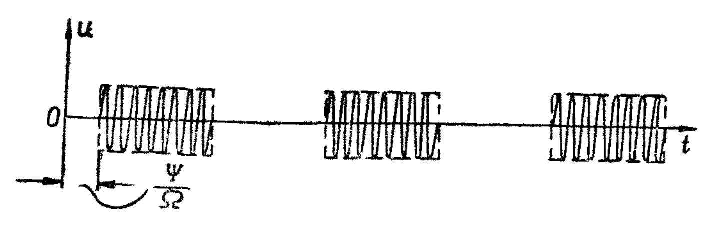


Рис. 13.4.1

родности излучения фона, дробовой эффект фотокатода и эмиттеров фотоумножителя и тепловые флуктуации электронов в нагрузочном сопротивлении. Заметим, что флуктуации и неоднородности излучения фона модулируются совместно с полезным сигналом от звезды, а тепловой и дробовой шумы не модулируются диском. Поэтому суммарную помеху $X(t)$ можно представить в виде

$$X(t) = \sum_i X_i(t)\, 1\, [\sin(\Omega t + \Psi_i)] \sin\left(\omega t + \frac{\omega}{\Omega}\Psi_i\right) + X_2(t), \quad (13.4.3)$$

где $X_i(t)$ — помехи от флюктуаций и неоднородностей излучения фона; $X_2(t)$ — помеха от собственных шумов фотоумножителя (дробовой и тепловой шумы). Случайные функции $X_i(t)$, $X_2(t)$ являются некоррелированными, стационарными с нулевыми математическими ожиданиями и имеют постоянные спектральные плотности в полосе пропускания астровизира. Поэтому будем считать их белыми шумами с интенсивностями G_i, G_2 соответственно. Суммарная помеха, определяемая формулой (13.4.3), для случая, когда случайные фазы Ψ_i имеют равномерное распределение на интервале $0 \div 2\pi$, также является белым шумом и имеет корреляционную функцию

$$k_x(\tau) = G\delta(\tau), \quad (13.4.4)$$

где $G = 0{,}5 \sum_i G_i + G_2$ — суммарная интенсивность белого шума $X(t)$.

Таким образом, напряжение на выходе фотоумножителя, ко-

торое мы будем принимать за входной сигнал схемы оптимальной обработки, имеет вид

$$Z(t) = \varphi(t, U, \Psi) + X(t), \tag{13.4.5}$$

где полезный сигнал $\varphi(t, U, \Psi)$ и помеха $X(t)$ определяются формулами (13.4.2), (13.4.3) соответственно.

Нашей задачей является определение алгоритма оптимальной обработки входного сигнала $Z(t)$ с целью обнаружения полезного сигнала $\varphi(t, U, \Psi)$ и определения его параметров U, Ψ — координат пятна изображения звезды относительно оптической оси. На основе этого алгоритма может быть составлена структурная схема устройства оптимальной обработки и определены ее параметры, т. е. будет осуществлен синтез астровизира. Для решения этой задачи воспользуемся результатами теории оптимальных систем обнаружения сигналов и определения их параметров ([1], гл. 16). Решим вначале задачу обнаружения.

Ошибка обнаружения возможна как в результате пропуска полезного сигнала при его наличии, так и в результате ложной тревоги — принятия решения о наличии сигнала при его отсутствии. Примем в качестве критерия оптимального обнаружения минимум вероятности ошибки обнаружения при заданной вероятности ложной тревоги (критерий Неймана—Пирсона).

Как известно ([1], § 16.4), за оценку W^* полезного сигнала можно взять любую возрастающую функцию от оператора $Q(Z)$:

$$W^* = \chi(Q(Z)), \tag{13.4.6}$$

где χ — произвольная возрастающая функция; $Q(Z)$ — оператор, преобразующий входной сигнал $Z(t)$ в соответствии с формулой

$$Q(Z) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} h(u, \psi) \exp\left\{\int_{t-T}^{t} g(t, \tau, u, \psi) Z(\tau)\, d\tau - \frac{1}{2}\beta(u, \psi)\right\} du\, d\psi. \tag{13.4.7}$$

В формуле для $Q(Z)$ используются следующие обозначения: $h(u, \psi)$ — условная плотность вероятности параметров сигнала при его наличии; $g(t, \tau, u, \psi)$ — некоторая весовая функция; $\beta(u, \psi)$ — некоторая функция параметров сигнала; T — время наблюдения входного сигнала $Z(t)$ (время его воздействия на вход системы).

Весовая функция $g(t, \tau, u, \psi)$ и функция $\beta(u, \psi)$ определяются соотношениями

$$\int_{t-T}^{t} g(t, \tau, u, \psi) K_x(\tau, \sigma)\, d\tau = \varphi(\sigma, u, \psi),$$

$$\beta(u, \psi) = \int_{t-T}^{t} g(t, \tau, u, \psi)\, \varphi(\tau, u, \psi)\, d\tau, \tag{13.4.8}$$

где $K_x(\tau, \sigma)$ — корреляционная функция помехи $X(\tau)$, а $\varphi(\sigma, u, \psi)$ — — полезный сигнал.

Так как корреляционная функция помехи имеет вид δ-функции (13.4.4), то функции $g(t, \tau, u, \psi)$ и $\beta(u, \psi)$ для случая, когда T кратно периоду несущей частоты, легко вычисляются:

$$g(t, \sigma, u, \psi) = \frac{1}{G}\varphi(\sigma, u, \psi), \quad \beta(u, \psi) = \frac{1}{G}\int_{t-T}^{t}\varphi^2(\tau, u, \psi)\,d\tau = \frac{u^2 T}{4G}. \quad (13.4.9)$$

Вычислим интеграл по τ в показателе степени в формуле (13.4.7). Подставляя выражение весовой функции (13.4.9), полезного сигнала (13.4.2) и принимая, что время наблюдения T кратно частотам огибающей Ω и несущей ω, получим

$$\int_{t-T}^{t} g(t, \tau, u, \psi)Z(\tau)\,d\tau = \frac{u}{G}\int_{T_1}\sin\left(\omega\tau + \frac{\omega}{\Omega}\psi\right)Z(\tau)\,d\tau, \quad (13.4.10)$$

где T_1 — совокупность интервалов времени, занятых высокочастотными колебаниями. Раскладывая синус суммы двух углов, представим последний интеграл в виде

$$\frac{u}{G}\int_{T_1}\sin\left(\omega\tau + \frac{\omega}{\Omega}\psi\right)Z(\tau)\,d\tau = \frac{u}{G}\sqrt{\mathrm{H}_1^2 + \mathrm{H}_2^2}\cos\left(\frac{\omega}{\Omega}\psi - \nu_0\right), \quad (13.4.11)$$

где

$$\mathrm{H}_1 = \int_{T_1} Z(\tau)\sin\omega\tau\,d\tau, \quad \mathrm{H}_2 = \int_{T_1} Z(\tau)\cos\omega\tau\,d\tau,$$

$$\nu_0 = \operatorname{arctg}(\mathrm{H}_2/\mathrm{H}_1). \quad (13.4.12)$$

Здесь ν_0 — оценка фазы несущей $\omega\Psi/\Omega$. В выражении (13.4.11) косинус разности углов является периодической функцией величины Ψ, а первый сомножитель $\sqrt{\mathrm{H}_1^2+\mathrm{H}_2^2}$ постоянен. С увеличением $\sqrt{\mathrm{H}_1^2+\mathrm{H}_2^2}$ увеличивается и значение $Q(Z)$. Следовательно, $Q(Z)$ является возрастающей функцией величины $\sqrt{\mathrm{H}_1^2+\mathrm{H}_2^2}$, и наоборот. Так как функция χ в (13.4.6) произвольна, то в качестве оценки сигнала W^* можно взять значение

$$W^* = \sqrt{\mathrm{H}_1^2 + \mathrm{H}_2^2}. \quad (13.4.13)$$

Величины H_1, H_2 можно рассматривать как декартовы коорди-

наты вектора $\mathbf{H}$. Корень квадратный из суммы квадратов есть модуль вектора, поэтому вместо (13.4.13) можно записать

$$W^* = \left| \int\limits_{T_1} Z(\tau) \sin(\omega\tau + \nu_0)\, d\tau \right| =$$

$$= \left| \int\limits_{t-T}^{t} 1 \left[\sin\left(\Omega\tau + \frac{\Omega}{\omega}\nu_0\right)\right] \sin(\omega\tau + \nu_0)\, Z(\tau)\, d\tau \right|. \quad (13.4.14)$$

Процесс обнаружения полезного сигнала производится путем вычисления оценки по формуле (13.4.14) и сравнения ее с пороговым значением c. Если $W^* > c$, то принимается решение, что полезный сигнал присутствует во входном сигнале; если $W^* \leqslant c$, то принимается решение, что полезного сигнала нет. Вычисление величины W^* можно осуществить различными способами; в частности, путем пропускания сигнала $Z(t)$ через линейный фильтр с весовой функцией $N \sin\omega(t_0 - t + \tau)/\omega$, где t_0 — время задержки сигнала, а N — коэффициент усиления, и линейный двухполупериодный детектор (устройство модуля). Линейный фильтр с весовой функцией $N \sin\omega(t_0 - t + \tau)/\omega$ практически реализуется с помощью усилителей и резонансного контура с высокой добротностью, настроенного на частоту ω. Блок-схема вычисления оценки W^* приведена на рис. 13.4.2. Заметим, что вы-

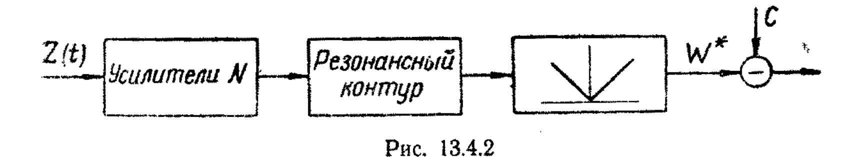


Рис. 13.4.2

ходной сигнал схемы на рис. 13.4.2 представляет собой оценку огибающей входного сигнала, а оценка W^* соответствует максимальному значению огибающей.

Пороговое значение c определяется по заданной вероятности ложной тревоги $p_{лт}$:

$$p_{лт} = P(W^* > c \mid W = 0) = \int\limits_{c}^{\infty} f(w^* \mid w = 0)\, dw^*, \quad (13.4.15)$$

где $f(w^* \mid w = 0)$ — условная плотность вероятности оценки W^* при отсутствии полезного сигнала. Вычисление этой плотности вероятности и интеграла в (13.4.15) дает следующую зависимость между пороговым значением и вероятностью ложной тревоги:

$$c = GT \ln \frac{1}{p_{лт}}. \quad (13.4.16)$$

Вероятность пропуска сигнала при его наличии выражается формулой

$$p_{пр} = P(W^* < c \mid W \neq 0) = \int_0^c \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(w^* \mid u, \psi, w \neq 0)\, h(u, \psi)\, du\, d\psi\, dw^*, \qquad (13.4.17)$$

где $f(w^* \mid u, \psi, w \neq 0)$ — условная плотность вероятности оценки W^* при наличии полезного сигнала. Результаты вычислений по данной формуле можно представить в виде

$$p_{пр} = 1 - p_{лт}^{\frac{1}{1+\xi}}, \qquad (13.4.18)$$

где

$$\xi = \frac{T\sigma^2}{4G} = \frac{TR^2 \gamma_\phi^2 k_c^2 \Phi^2 \sigma_U^2}{4G} \qquad (13.4.19)$$

есть отношение энергии полезного сигнала к интенсивности помехи. В формуле (13.4.19) σ^2 —дисперсия амплитуды напряжения, а σ_U^2 — дисперсия величины отклонения пятна изображения звезды от оптической оси.

Вероятность правильного обнаружения определяется формулой

$$p_{по} = 1 - p_{пр} = p_{лт}^{\frac{1}{1+\xi}}. \qquad (13.4.20)$$

Если априорное распределение случайной величины U таково. что дисперсия σ_U^2 удовлетворяет условию $3\sigma_U < d/2$, где d — диаметр выходного зрачка оптической системы, т. е. если априорная вероятность того, что звезда окажется к моменту обнаружения в поле зрения оптической системы близка к единице, то в этом случае можно считать, что вероятность правильного обнаружения равна вероятности траекторного захвата звезды астровизиром.

Рассмотрим задачу определения оценок U^*, Ψ^* неизвестных параметров огибающей полезного сигнала $Uk\, \mathbf{1}\, [\sin(\Omega t + \Psi)]$. Заметим, что вычисление оценки W^* по формуле (13.4.14) дает непосредственно оценку огибающей сигнала, содержащую искомые неизвестные параметры U, Ψ. Поэтому устройство определения оценок параметров огибающей мы будем располагать непосредственно после устройства обнаружения. Модулирующая функция $s(t, \Psi) = \mathbf{1}\, [\sin(\Omega t + \Psi)]$ — последовательность прямоугольных импульсов — является периодической функцией времени. Примем для простоты, что входным полезным сигналом для устройства определения оценок параметров является первая гармоника разложения в ряд Фурье функции $\mathbf{1}\, [\sin(\Omega t + \Psi)]$:

$$\varphi_c(t, U, \Psi) = Uk \sin(\Omega t + \Psi). \qquad (13.4.21)$$

Данный сигнал можно представить в виде

$$\varphi_c(t, U_1, U_2) = kU_1 \sin \Omega t + kU_2 \cos \Omega t, \qquad (13.4.22)$$

где $U_1 = U\cos\Psi$, $U_2 = U\sin\Psi$ — декартовы координаты пятна изображения звезды в системе координат с началом на оптической оси телескопа. Наряду с полезным сигналом $\varphi_c(t, U_1, U_2)$ на вход устройства поступает помеха $X_п(t)$. Эта помеха является следствием прохождения $X(t)$ через схему оптимального обнаружения и собственных шумов элементов схемы определения оценок параметров. Будем считать, что помеха $X_п(t)$ является белым шумом с интенсивностью $G_п$. В качестве критерия оптимальности определения оценок U_1^*, U_2^* неизвестных параметров U_1, U_2 выберем минимум средней квадратической ошибки:

$$M[(U_1^* - U_1)^2] = \min, \quad M[(U_2^* - U_2)^2] = \min. \qquad (13.4.23)$$

Тогда, как известно, оценки параметров выражаются формулами (см. [1], § 16.3)

$$\left.\begin{aligned} U_1^* = \varkappa(Z)\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} u_1 f(u_1, u_2)\exp\left\{\int\limits_{t-T}^{t} g(t, \tau, u_1, u_2) Z(\tau)\, d\tau - \right. \\ \left. - \frac{1}{2}\beta(u_1, u_2)\right\} du_1\, du_2, \\ U_2^* = \varkappa(Z)\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} u_2 f(u_1, u_2)\exp\left\{\int\limits_{t-T}^{t} g(t, \tau, u_1, u_2) Z(\tau)\, d\tau - \right. \\ \left. - \frac{1}{2}\beta(u_1, u_2)\right\} du_1\, du_2, \end{aligned}\right\} \qquad (13.4.24)$$

где

$$\varkappa(Z) = 1 \Bigg/ \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(u_1, u_2)\exp\left\{\int\limits_{t-T}^{t} g(t, \tau, u_1, u_2) Z(\tau)\, d\tau - \right. \left. - \frac{1}{2}\beta(u_1, u_2)\right\} du_1\, du_2,$$

$f(u_1, u_2)$ — априорная плотность вероятности случайных величин U_1, U_2 (плотность вероятности, известная до начала наблюдения). Произведение априорной плотности вероятности на экспоненту в подынтегральных выражениях и коэффициент $\varkappa(Z)$ есть условная апостериорная плотность вероятности величин U_1, U_2, т. е. плотность вероятности, полученная в результате наблюдения входного сигнала $Z(t)$.

Из формул (13.4.24) следует, что оценки U_1^*, U_2^* являются условными математическими ожиданиями величин U_1, U_2 относительно наблюдаемого сигнала $Z(t)$.

Априорная плотность вероятности $f(u_1, u_2)$ определяется на основе анализа причин, вызывающих ошибки отклонения опти-

ческой оси астровизира от направления на пеленгуемую звезду. Основными факторами, определяющими появление случайных величин U_1, U_2, являются ошибки вычисления фактических координат звезд, ошибки выставки астровизира и отклонение фактических координат звезд от расчетных в момент захвата, обусловленное уходами гироплатформы до момента захвата. Большое количество причин, приводящих к появлению случайных координат U_1, U_2, дает основание принять закон распределения этих величин нормальным. Случайные величины U_1, U_2 независимы, имеют нулевые математические ожидания и дисперсии σ_1^2, σ_2^2. Следовательно, априорная плотность вероятности может быть представлена как произведение

$$f(u_1, u_2)=f(u_1)f(u_2)=\frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2}\exp\left\{-\frac{u_1^2}{2\sigma_1^2}-\frac{u_2^2}{2\sigma_2^2}\right\}. \quad (13.4.25)$$

В частном случае полной симметрии характеристик гироплатформы и оптической системы астровизира можно принять, что дисперсии равны: $\sigma_1^2=\sigma_2^2=\sigma^2$.

Функции $g(t, \tau, u_1, u_2)$ и $\beta(u_1, u_2)$ в формулах (13.4.24) определяются соотношениями (13.4.8). Учитывая, что в данном случае помеха $X_п(t)$ является белым шумом с интенсивностью $G_п$ и время наблюдения T кратно периоду $2\pi/\Omega$, получим

$$g(t, \tau, u_1, u_2)=\frac{ku_1}{G_п}\sin\Omega\tau+\frac{ku_2}{G_п}\cos\Omega\tau,$$

$$\beta(u_1, u_2)=\frac{k^2T}{2G_п}(u_1^2+u_2^2). \quad (13.4.26)$$

Подставим выражения априорной плотности вероятности (13.4.25) и функций $g(t, u_1, u_2)$, $\beta(u_1, u_2)$ в формулы (13.4.24). В результате вычислений получим следующие формулы для оценок:

$$U_1^*=k_1\int_{t-T}^{t}Z(\tau)\sin\Omega\tau\,d\tau,\quad U_2^*=k_2\int_{t-T}^{t}Z(\tau)\cos\Omega\tau\,d\tau, \quad (13.4.27)$$

где

$$k_1=\frac{2\sigma_1^2R^2\gamma_ф^2k_c^2\Phi^2}{2G_п+\sigma_1^2TR^2\gamma_р^2k_c^2\Phi^2},\quad k_2=\frac{2\sigma_2^2R^2\gamma_ф^2k_c^2\Phi^2}{2G_п+\sigma_2^2TR^2\gamma_ф^2k_c^2\Phi^2}.$$

Анализ показывает, что закон распределения величин U_1^*, U_2^* является также нормальным. Дисперсии случайных величин U_1^*, U_2^* (апостериорные дисперсии величин U_1, U_2) определяются формулами

$$\overset{*}{\sigma_1}=k_1G_п,\quad \overset{*}{\sigma_2}=k_2G_п. \quad (13.4.28)$$

Из этих формул следует, что при отсутствии шума ($G_п=0$) дисперсии $\sigma_1^{*2}=\sigma_2^{*2}=0$ и, следовательно, апостериорные плотности вероятности случайных величин U_1, U_2 выражаются через δ-

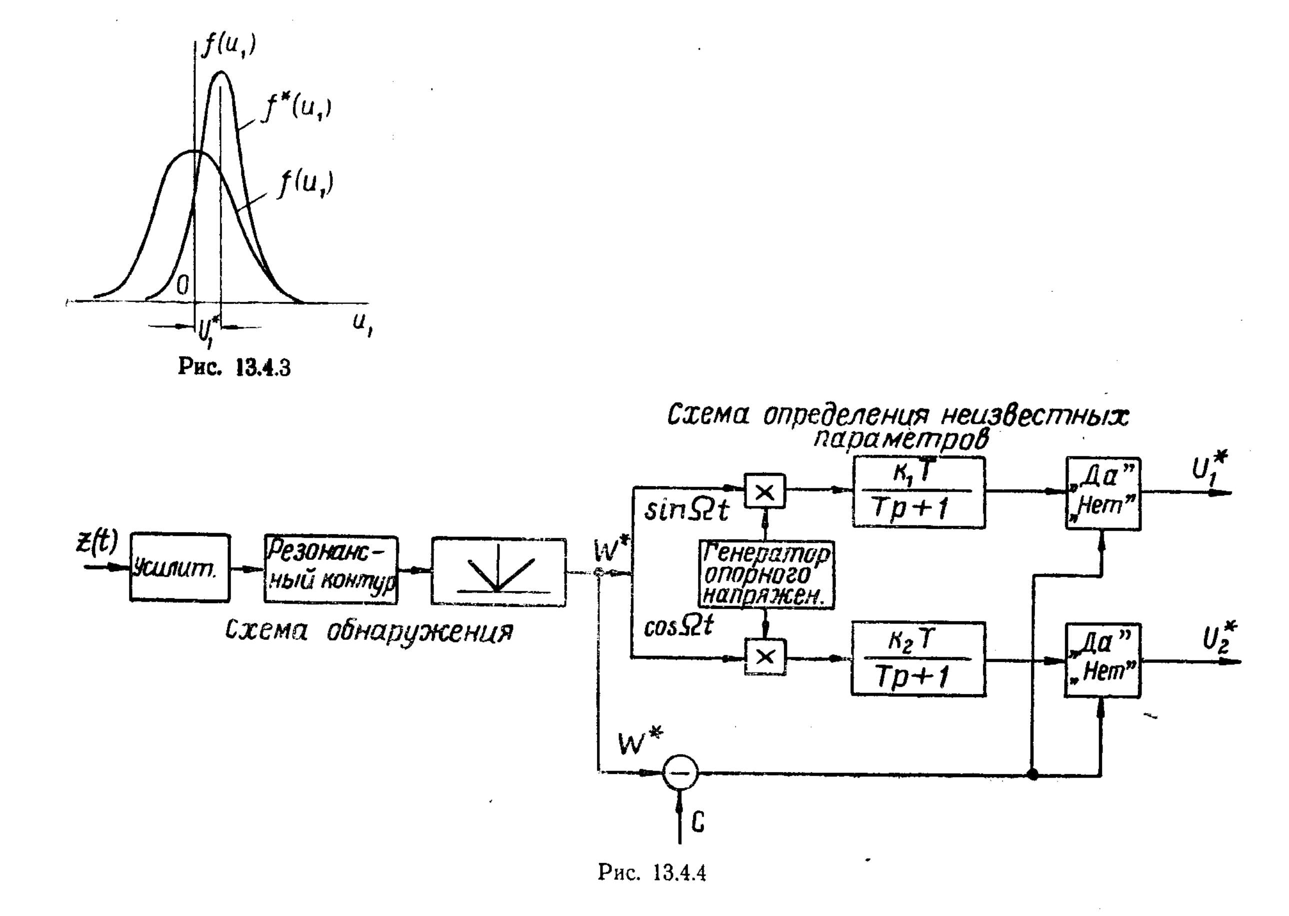


Рис. 13.4.3

Рис. 13.4.4

функции, т. е. оценки U_1^*, U_2^* точно равны величинам U_1 и U_2. При увеличении интенсивности шума $G_п \to \infty$ дисперсии σ_1^{*2}, σ_2^{*2} стремятся к априорным дисперсиям $\sigma_1^{*2} \to \sigma_1^2$, $\sigma_2^{*2} \to \sigma_2^2$. При фиксированной интенсивности шума с увеличением времени наблюдения $T \to \infty$ апостериорные дисперсии стремятся к нулю и, следовательно, плотности вероятности опять стремятся к δ-функциям. Таким образом, увеличение времени наблюдения приводит к уменьшению разностей $U_1^* - U_1$, $U_2^* - U_2$ и, следовательно, к более точному определению искомых координат U_1, U_2. На рис. 13.4.3 показаны априорная $f(u_1)$ и апостериорная $f^*(u_1)$ плотности вероятности.

Формулы (13.4.27) дают алгоритмы оптимальной обработки огибающей входного сигнала $Z(t)$ с целью вычисления оценок U_1^*, U_2^* параметров полезного сигнала — декартовых координат пятна изображения звезды на фотокатоде фотоумножителя.

Полная структурная схема устройства оптимальной обработки сигнала, включающая схему обнаружения и определения параметров U_1, U_2, представлена на рис. 13.4.4. Выходные величины U_1^*, U_2^* имеются на выходе блока оптимальной обработки только в случае, если $W^* > 0$, что и отражено на схеме.

§ 13.5. ТОЧНОСТЬ АСТРОИНЕРЦИАЛЬНЫХ КООРДИНАТОРОВ

Характеристики точности астроинерциальных координаторов отличаются от характеристик точности гироинерциальных координаторов только за счет того, что вместо гироплатформы используется астровизир.

Как было отмечено, одной из особенностей астровизира является траекторный захват звезд. Следовательно, можно отметить три характерных режима работы астровизира: 1) режим разомкнутой системы; 2) режим захвата и переходного процесса; 3) установившийся режим слежения за звездами. В процессе одного полета ракеты смена режимов может происходить несколько раз. Например, при начальном захвате звезд астровизир последовательно работает во всех трех режимах. В случае временной потери видимости звезд или при смене навигационных звезд астровизир возвращается в режим работы разомкнутой системы и вновь переходит в установившийся режим слежения. В режиме разомкнутой системы астровизир представляет собой трехстепенную гироплатформу. Поэтому вероятностные характеристики астроинерциальных координаторов для данного режима полностью эквивалентны вероятностным характеристикам гироинерциальных координаторов.

Режим захвата и переходного процесса уменьшения начальных ошибок слежения интересен лишь с точки зрения его влияния на характеристики точности построителя вертикали. С точки зрения точности самого астровизира ошибки в переходном режиме не играют существенной роли, так как переходный про-

цесс занимает незначительное время по сравнению с временем установившегося слежения.

Как следует из § 12.4, точность построителя вертикали зависит от угловых ускорений гироплатформы, к которой прикреплен построитель вертикали. В режиме захвата, когда включается система слежения астровизира, возникают большие угловые ускорения гироплатформы. Приложение моментов коррекции в соответствии с законом прецессии вызывает мгновенное изменение угловой скорости гироскопов. Поэтому, в случае релейной характеристики датчиков моментов, угловое ускорение имеет вид импульсов, приложенных в моменты включения и выключения системы коррекции положения гироплатформы. Под действием этих импульсов, имеющих разные знаки, одинаковую величину и смещенных относительно друг друга на время переходного процесса выбора ошибок визирования звезды, построитель вертикали начинает совершать гармонические колебания. Амплитуда колебаний равна ошибке визирования звезды в момент включения системы слежения. Таким образом, ошибка астровизира, накопившаяся до момента захвата звезды, переходит в амплитуду колебаний построителя вертикали. Для того чтобы показать это, рассмотрим один канал построителя вертикали и аппроксимируем импульсы углового ускорения в моменты включения и выключения системы коррекции δ-функциями

$$\ddot{\varepsilon} = -\omega_{max}\left[\delta\left(t_1 - \tau\right) - \delta\left(t_2 - \tau\right)\right], \tag{13.5.1}$$

где ω_{max} — максимальная угловая скорость коррекции астровизира, t_1 — момент включения, а t_2 — момент выключения схемы коррекции. Очевидно, что $t_2 = t_1 + \varepsilon(t_1)/\omega_{max}$, где $\varepsilon(t_1)$ — угловая ошибка астровизира, накопившаяся к моменту захвата звезды. Заметим, что интервал времени $\Delta t = \varepsilon(t_1)/\omega_{max}$ весьма мал по сравнению с периодом маятника Шулера $\Delta t \ll T = 2\pi/\omega_0$.

Ошибка построителя вертикали, возникающая за счет углового ускорения $\ddot{\varepsilon}$, определяется первым членом в формуле (12.4.7). Подставляя вместо $\ddot{\varepsilon}$ выражение (13.5.1) и вычисляя только первый интеграл в (12.4.7), получим

$$\beta^* = \frac{\omega_{max}}{\omega_0}\int_0^t \sin\omega_0(t-\tau)\left[\delta\left(t_1-\tau\right) - \delta\left(t_2-\tau\right)\right]d\tau =$$

$$= \frac{\omega_{max}}{\omega_0}\left[\sin\omega_0\left(t-t_1\right) - \sin\omega_0\left(t-t_2\right)\right]. \tag{13.5.2}$$

Произведем во втором члене замену $t_2 = t_1 + \Delta t$ и разложим его как синус разности двух углов $\sin\omega_0(t - t_1 - \Delta t) = \sin\omega_0 \times \times (t-t_1)\cos\omega_0\Delta t - \cos\omega_0(t-t_1)\sin\omega_0\Delta t$. Учитывая, что $\omega_0\Delta t$ мало, можно принять $\cos\omega_0\Delta t \approx 1$, $\sin\omega_0\Delta t \approx \omega_0\Delta t$. В результате

преобразований и учитывая, что $\Delta t = \varepsilon(t_1)/\omega_{max}$, представим угловую ошибку построителя вертикали в виде

$$\beta^* = \varepsilon(t_1)\cos\omega_0(t - t_1) \qquad t \geqslant t_1. \qquad (13.5.3)$$

Отсюда следует, что угловая ошибка гироплатформы, накопившаяся к моменту захвата звезды, переходит в момент захвата в ошибку построителя вертикали. Дисперсия угловой ошибки построителя вертикали, возникающая в режиме захвата звезды в соответствии с формулой (13.5.3), имеет вид

$$\sigma^2_{\beta^*} = \sigma^2_{\varepsilon_{t_1}}\cos^2\omega_0(t - t_1) \qquad t \geqslant t_1. \qquad (13.5.4)$$

Среднее квадратическое отклонение $\sigma_{\varepsilon_{t_1}}$ определяется по формуле (11.4.11). Если, как и в гироинерциальных координаторах, принять, что ошибка акселерометра и угловое ускорение гироплатформы после захвата звезды являются белыми шумами с интенсивностями $G_{\ddot{\varepsilon}}$, G_a, то формула для дисперсии угловой ошибки построителя вертикали в астроинерциальных координаторах схемы $A_в/Г_н$ будет отличаться от дисперсии, определяемой формулой (12.4.9), лишь на величину $\sigma^2_{\beta^*}$ (13.5.4)

$$\sigma^2_\beta = \left[\frac{G_{\ddot{\varepsilon}}}{\omega_0^2} + \frac{G_a}{(r\omega_0)^2}\right]\left(\frac{1}{2}t - \frac{1}{4\omega_0}\sin 2\omega_0 t\right) + \sigma_1^2\cos^2\omega_0 t +$$
$$+ \frac{\sigma_2^2}{\omega_0^2}\sin^2\omega_0 t + \sigma^2_{\varepsilon_{t_1}}\cos^2\omega_0(t - t_1). \qquad (13.5.5)$$

Рассмотрим установившийся режим работы астровизира. Представим один канал астровизира структурной схемой (рис. 13.5.1). На структурной схеме динамические свойства телескопа, модулирующего диска и фотоумножителя представлены усилительными звеньями с коэффициентами усиления k_1, k_c и $\gamma_ф$ соответственно. Динамические свойства фильтра, стоящего пос-

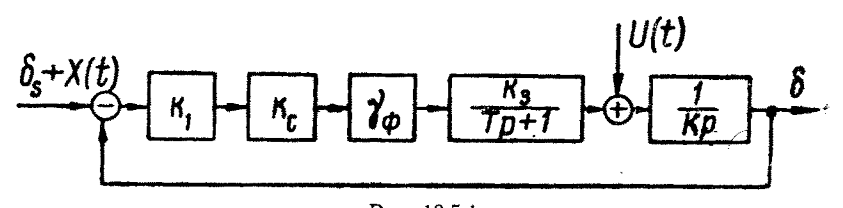
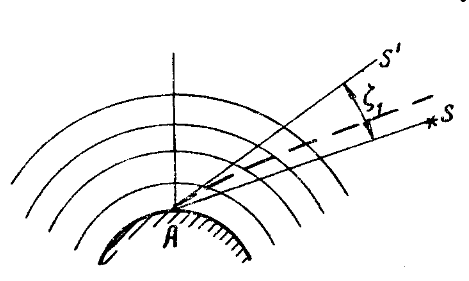


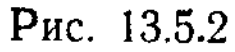
Рис. 13.5.1

ле синхронного детектора или фазового детектора, и двигателя, работающего в заторможенном режиме, учтены в структурной схеме апериодическим звеном с постоянной времени T. Динамические свойства гироплатформы по одному каналу (одноосный гиростабилизатор) представлены интегрирующим звеном с коэффициентом усиления $1/K$, где K — кинетический момент гиростабилизатора.

Входным полезным сигналом астровизира является угол δ_s между направлением на звезду S и неподвижной плоскостью. Если в качестве такой плоскости выбрана плоскость $Ox_э z_э$ (см. гл. 1), то угол δ_s есть склонение звезды S. Помеха $X(t)$ является стационарной случайной функцией и имеет математическое ожидание m_x и случайную составляющую $X^0(t)$.

Систематическая ошибка m_x обусловлена рефракцией — искривлением направления хода лучей от звезды вследствие неоднородности плотности воздуха, увеличения плотности воздуха




Рис. 13.5.2

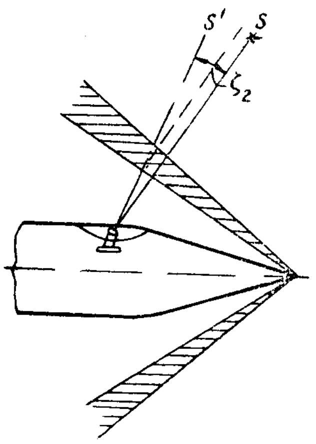


Рис. 13.5.3

на скачках уплотнения, возникающих при движении ракеты со сверхзвуковой скоростью, и деформации астрокупола или астроокна. На рис. 13.5.2 показана рефракция луча вследствие неоднородности плотности атмосферы. Наблюдатель, расположенный в точке A, увидит звезду S по направлению касательной хода лучей в точке A, т. е. увидит звезду под другим направлением S'. Ошибка — угол ζ_1 — зависит от давления воздуха и его температуры. На рис .13.5.3 показана рефракция лучей вследствие изменения плотности воздуха на скачке уплотнения. На рис. 13.5.4 показана рефракция луча вследствие деформации астрокупола и астроокна. Эти деформации происходят под действием скоростного напора воздуха и за счет разности давлений воздуха внутри кабины и в пограничном слое воздуха.

Случайная составляющая помехи $X^0(t)$ обусловлена флуктуациями лучистого потока от звезды, флуктуациями рефракции за счет неоднородностей атмосферы, флуктуациями от неоднородностей излучения фона и собственными шумами фотоумножителя, приведенными к входу телескопа. Флуктуации лучистого потока от звезды в основном определяются изменениями прозрачности атмосферы, обусловленными турбулентностью атмосферы.

Случайная функция $U(t)$ (рис. 13.5.1) представляет собой момент от сил трения и несбалансированности массы гироприбора. Как следует из § 11.4, случайная функция $U(t)$ является

стационарной. Обычно можно принять вероятностные характеристики случайных функций $X(t)$ и $U(t)$ в следующем виде: $m_x = \text{const}$, $m_u = 0$, $s_x(\omega) = s(0)$, $s_u(\omega) = \sigma_u^2 \alpha/\pi(\omega^2+\alpha^2)$, где m_x, m_u, $s_x(\omega)$, $s_u(\omega)$ — математические ожидания и спектральные плотности случайных функций $X(t)$ и $U(t)$. На основе структурной схемы (рис. 13.5.1) уравнение, связывающее выходную переменную δ с входными сигналами, в операторной форме имеет вид:

$$(TKp^2+Kp+k_1 k_c k_3 \gamma_\phi)\,\delta = (Tp+1)\,U + k_1 k_c k_3 \gamma_\phi (\delta_s + X). \quad (13.5.6)$$

В соответствии с принятыми вероятностными характеристиками случайных функций $X(t)$ и $U(t)$ и уравнением (13.5.6) матема-

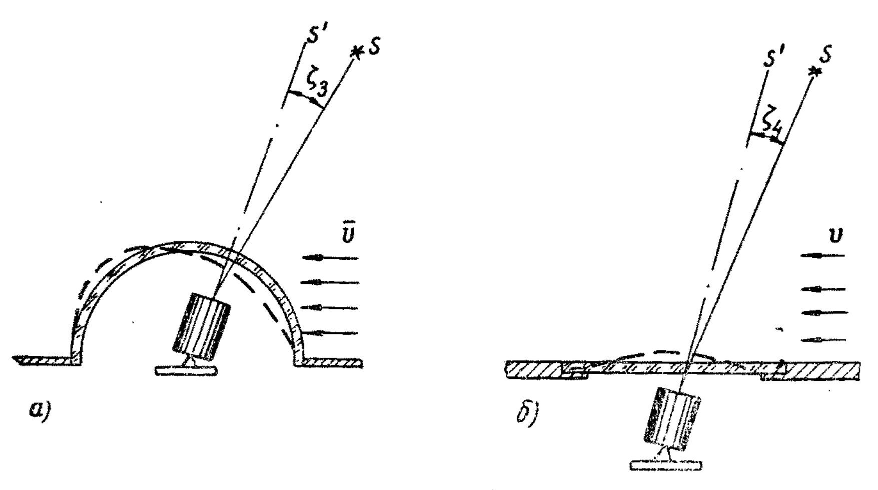


Рис. 13.5.4

тическое ожидание ошибки слежения $\varepsilon = \delta - \delta_s$ равно: $m_\varepsilon = m_x$, а дисперсия определяется формулой

$$\sigma_\varepsilon^2 = s_x(0)\int_{-\infty}^{\infty} |\Phi_1(i\omega)|^2\,d\omega + \int_{-\infty}^{\infty} |\Phi_2(i\omega)|^2\, s_u(\omega)\,d\omega. \quad (13.5.7)$$

Передаточные функции $\Phi_1(\lambda)$ и $\Phi_2(\lambda)$ соответственно равны:

$$\Phi_1(\lambda) = \frac{k_1 k_c k_3 \gamma_\phi}{TK\lambda^2 + K\lambda + k_1 k_c k_3 \gamma_\phi}, \quad \Phi_2(\lambda) = \frac{T\lambda+1}{TK\lambda^2 + K\lambda + k_1 k_c k_3 \gamma_\phi}. \quad (13.5.8)$$

Вычисляя интегралы (13.5.7) с помощью таблиц ([1], приложение 4), получим формулу для дисперсии ошибки слежения астровизира в установившемся режиме

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{1}{2}\mu G_x + \sigma_u^2 \frac{(1+\alpha T)+\alpha T^2 \mu}{K^2 \mu[\alpha(1+\alpha T)+\mu]}, \quad (13.5.9)$$

где $\mu = k_1 k_c k_3 \gamma_ф / K$, $G_x = 2\pi s_x(0)$. На рис. 13.5.5 показаны графики изменения составляющих суммарной дисперсии (первый член — кривая *1* и второй член — кривая *2*) в функции параметра системы μ. Суммарная дисперсия угловой ошибки слежения σ_ε^2 имеет минимум при некотором значении величины μ. Это оптимальное значение параметра системы, обеспечивающее минимальную дисперсию ошибки, может быть найдено дифференцированием формулы (13.5.9) по μ и приравниванием нулю полученной производной. Обычно среднее квадратическое отклонение ошибки слежения имеет порядок $\sigma_\varepsilon = 0{,}1' \div 0{,}5'$ [21, 44].

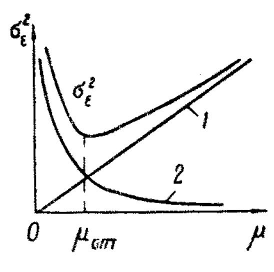


Рис. 13.5.5

Как следует из формулы (13.5.9), дисперсия угловой ошибки астровизира в установившемся режиме не возрастает с течением времени. Поэтому отсутствует накопление ошибки в положении системы отсчета, имеющее место для гироплатформ.

Дисперсия полной угловой ошибки отклонения радиуса-вектора $\boldsymbol{r}$ от плоскости ортодромии в астроинерциальных координаторах схемы $A_в \Gamma_н$ определяется формулой

$$\sigma^2 = \sigma_\beta^2 + \sigma_\varepsilon^2, \tag{13.5.10}$$

где σ_β^2 и σ_ε^2 вычисляются по формулам (13.5.5) и (13.5.9). Учитывая, что интенсивности шумов $G_{\ddot{\varepsilon}}$, G_a и дисперсия σ_ε^2 очень малы, можно заключить, что основными факторами, определяющими полную дисперсию угловой ошибки в астроинерциальных координаторах, являются ошибки начальной выставки (второй и третий члены в (13.5.5)) и возмущения, возникающие в режиме захвата звезд (последний член в (13.5.5)). Эти ошибки не увеличиваются со временем.

Изложенное показывает, что астроинерциальные координаторы являются наиболее точными из всех рассмотренных автономных систем. В астроинерциальных координаторах практически отсутствует накопление ошибок с течением времени. Среднее квадратическое отклонение угловой ошибки измерения радиуса-вектора $\boldsymbol{r}$ имеет порядок $\sigma = 0{,}2' \div 1'$ [21, 45].

§ 13.6. МЕТОДЫ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ КООРДИНАТОРОВ

Существует два пути повышения точности инерциальных (гироинерциальных и астроинерциальных) координаторов: первый путь — увеличения точности элементов аппаратуры; второй путь — коррекция результатов измерения за счет использования внешних источников информации или за счет накопления информации об ошибках работы гироинерциальных и астроинерциаль-

ных координаторов в процессе их работы. Не останавливаясь на вопросах увеличения точности элементов аппаратуры, поскольку это касается в основном технологии производства, рассмотрим более подробно второй путь повышения точности инерциальных координаторов.

Под внешними источниками информации понимаются различные измерители: допплеровские системы измерения путевой скорости, радионавигационные системы определения координат, системы наведения по карте местности и другие измерители. Комплексное применение этих измерителей с инерциальными системами позволяет существенно повысить точность и надежность наведения ракет. Принципы построения комплексных систем наведения основаны на использовании в качестве основного измерителя инерциального (гироинерциального или астроинерциального) измерителя и периодической коррекции результатов его измерения с помощью других измерителей, работающих циклически. Периодическая коррекция позволяет устранить накопление ошибок, обусловленных уходами гироплатформ, и выбрать ошибки начальной выставки в гироинерциальных координаторах. В астроинерциальных системах с помощью других измерителей можно устранить ошибки начальной выставки.

Повышение точности инерциальных координаторов возможно также за счет накопления информации о точности работы систем в процессе их функционирования. Применение принципа накопления информации в процессе работы системы придает ей свойства самонастройки и самооптимизации. Рассмотрим один из возможных способов накопления информации об ошибках начальной выставки построителя вертикали в астроинерциальных координаторах схемы $А_в Г_н$.

Как следует из § 13.5, ошибки начальной выставки астроинерциального координатора схемы $А_в Г_н$ в основном определяют точность его работы. Бортовые навигационные системы подвижных платформ производят определение координат точек пуска и вектора начальной скорости с ошибками. Кроме того, ввод этих данных в систему управления ракеты также происходит с ошибками. В результате начальные условия не соответствуют истинным значениям координат и скоростей в точке пуска, и построитель вертикали после выставки начинает совершать гармонические колебания. Если к моменту захвата звезд имеются большие ошибки в положении астровизира, то эти ошибки также переходят в момент захвата в колебания построителя вертикали. Гармонические колебания построителя вертикали приводят к тому, что параметры управления также содержат гармонические составляющие, амплитуды которых пропорциональны амплитудам колебаний построителя вертикали в соответствующих плоскостях.

Возникает вопрос: нельзя ли по гармоническим колебаниям построителя вертикали, которые можно непосредственно наблю-

дать, определить начальные угловые ошибки выставки β_{10}, $\dot\beta_{10}$, β_{20}, $\dot\beta_{20}$ [см. формулы (12.3.6)]?

Основной трудностью определения этих величин является большой период колебаний построителя вертикали. Высокая точность определения величин β_0 и $\dot\beta_0$ возможна лишь при условии наблюдения нескольких периодов колебаний построителя вертикали, на что требуется несколько часов работы. При сравнительно малом времени полета ракеты наблюдать несколько периодов колебаний построителя вертикали нет возможности, а при большом времени полета влияние других возмущений на построитель вертикали может привести к очень низкой точности определения этих величин. Поэтому для получения информации об ошибках пуска необходимо уменьшить период колебаний построителя вертикали. С этой целью наряду с построителем вертикали, представляющим собой модель невозмущаемого маятника, нужно построить еще один построитель вертикали с коротким периодом колебаний T_2. Уменьшение периода собственных колебаний, естественно, приведет к нарушению условий невозмущаемости. Поэтому движение второго построителя вертикали в одной плоскости будет описываться уравнением (12.3.12). Вследствие того, что теперь $k \neq 1/r$, в правой части уравнения (12.3.12) имеется возмущающий член $(1-kr)\ddot h$, пропорциональный проекции ускорения центра массы ракеты на ось Px_r.

Как уже упоминалось в § 12.4, интенсивности шумов $\ddot\varepsilon$ и X_a достаточно малы. Поэтому при малом времени работы возмущаемого построителя вертикали их можно не учитывать. Ускорение центра массы ракеты вдоль оси Px_r представляет собой низкочастотный случайный процесс. Поэтому, если с помощью коэффициента k выбрать собственную частоту возмущаемого построителя вертикали достаточно большой, так чтобы интенсивность возмущения $\ddot h$ на этой частоте была достаточно малой, то можно обеспечить практическую независимость амплитуды колебаний построителя вертикали от случайного возмущения $\ddot h$ в течение определенного времени T. Следовательно, колебания возмущаемого построителя вертикали на резонансной частоте будут определяться только ошибками начальной выставки β_0, $\dot\beta_0$ Из сказанного следует, что общий интеграл уравнения (12.3.12) можно представить в виде

$$\beta = \beta_0 \cos \omega_2 t + \frac{\dot\beta_0}{\omega_2} \sin \omega_2 t + X_\beta (t), \qquad (13.6.1)$$

где β_0, $\dot\beta_0$ — случайные начальные ошибки выставки; $X_\beta(t)$ — случайная функция, представляющая собой результат прохождения возмущений в правой части (12.3.12) через линейную систему с весовой функцией $\omega_2/\sin \omega_2 (t-\tau)$. Сигнал, который

можно непосредственно наблюдать в астроинерциальном координаторе, представляет собой угол между гироплатформой и построителем вертикали. В соответствии с формулой (12.3.9) этот угол можно записать через истинное значение h и суммарную ошибку $\varepsilon + \beta$. Поэтому наблюдаемый сигнал $Z(t)$ имеет выражение $Z(t) = h(t) - \varepsilon(t) - \beta(t)$. Подставляя значение $\beta(t)$, получим

$$Z(t) = -\beta_0 \cos\omega_2 t - \frac{\dot{\beta}_0}{\omega_2} \sin\omega_2 t + X(t), \qquad (13.6.2)$$

где случайная функция $X(t)$ является суммой функций $h(t)$, $\varepsilon(t)$, $X_\beta(t)$. Зная вероятностные характеристики случайных величин β_0, $\dot{\beta}_0$ и случайной функции $X(t)$, можно поставить задачу на определение алгоритма оптимальной обработки наблюдаемого сигнала $Z(t)$ с целью обнаружения полезного сигнала в шуме и определения неизвестных параметров β_0, $\dot{\beta}_0$. Данная задача отличается от рассмотренной в предыдущем параграфе задачи определения декартовых координат пятна изображения звезды только тем, что помеха $X(t)$ не является белым шумом.

Таким образом, для определения начальных ошибок выставки построителя вертикали в астроинерциальных координаторах необходимо подвесить к гироплатформе еще один построитель вертикали—возмущаемый маятник. Обеспечив одинаковые условия выставки и включения обоих построителей вертикали, наблюдая угловые колебания возмущаемого маятника в двух взаимно перпендикулярных плоскостях $Z_1(t)$, $Z_2(t)$ и проводя оптимальную обработку этих сигналов, можно получить оценки ошибок выставки β_{10}^*, $\dot{\beta}_{10}^*$, β_{20}^*, $\dot{\beta}_{20}^*$.

Получение информации о точности работы гироинерциальных или астроинерциальных координаторов от других источников информации или за счет накопления информации в самих системах в процессе их функционирования позволяет проводить непрерывную или дискретную коррекцию работы этих систем. Причем использование дополнительной информации позволяет изменять динамические свойства систем в направлении, обеспечивающем существенное улучшение характеристик точности.

Рассмотрим, каким образом можно осуществить коррекцию инерциальных координаторов при включении дополнительного измерителя. На рис. 13.6.1 приведена одна из возможных схем одного канала коррекции начальных ошибок выставки построителя вертикали, представляющего собой модель маятника Шулера. Выходом координатора является измеренное значение угла $h_и$. Дополнительный измеритель, представляющий собой, например, радионавигационную систему или систему наведения по земным ориентирам, после включения выдает измеренное значение

$h_в$, равное сумме истинной координаты и помехи $h_в = h + X_в(t)$. Как следует из § 12.4, величина $h_и = h - \varepsilon - \beta$. Разность

$$h_в - h_и = \beta + \varepsilon + X_в(t), \qquad (13.6.3)$$

усиленная в k_1 и k_2 раз, поступает на выходы первого и второго интеграторов соответственно. Для того чтобы показать, каким образом происходит выбор ошибок построителя вертикали, составим уравнение относительно угла β (рис. 13.6.1) с учетом условия невозмущаемости $k_и k_a r = \omega_a^2$. В результате получим

$$(p^2 + 2\xi\omega_0 \varkappa p + \omega_0^2 \varkappa^2)\beta =$$

$$= -p^2\varepsilon - [2\xi\omega_0 \varkappa p + \omega_0^2(\varkappa^2 - 1)](\varepsilon + X_в) - \frac{1}{r} X_a(t), \qquad (13.6.4)$$

где $2\xi\omega_0 \varkappa = k_2$, $\varkappa^2 = 1 + [k_1 \omega_a^2 / k_a (g - \omega_r^2 r)]$. Как следует из этого уравнения, построитель вертикали, с одной стороны, остался не-

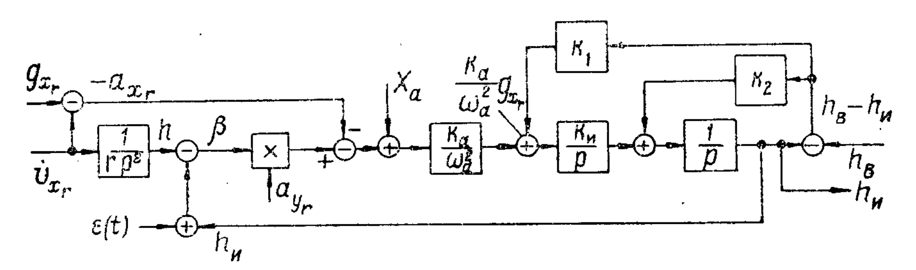


Рис. 13.6.1

возмущаемым (в правой части отсутствует возмущение a_{x_r}), а с другой стороны, изменилась его собственная частота $(\omega_0\varkappa)^2$ и появился демпфирующий член с коэффициентом $2\xi\omega_0\varkappa$. Наличие демпфирующего члена приводит к тому, что угловая ошибка β, существовавшая до момента включения дополнительного измерителя, начинает уменьшаться и может быть сведена к нулю со скоростью, определяемой величиной коэффициента $\varkappa$. Заметим, что одновременно с увеличением этого коэффициента увеличивается интенсивность возмущения в правой части уравнения (13.6.4). Поэтому существует оптимальное значение коэффициента $\varkappa$, обеспечивающее минимальную дисперсию угловой ошибки построителя вертикали. Так, например, для частного случая,

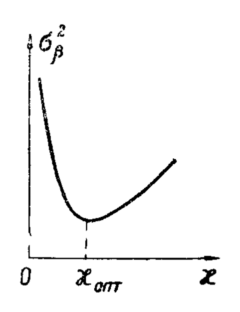


Рис. 13.6.2

когда $\varepsilon=0$, а $X_a(t)$ и $X_в(t)$ являются белыми шумами с интенсивностями G_a и $G_в$ соответственно, дисперсия угловой ошибки β, вычисленная в соответствии с уравнением (13.6.4), имеет вид:

$$\sigma_\beta^2=\frac{G_a}{4r^2\xi\omega_0^3\varkappa^3}+\frac{(1+4\xi^2)\varkappa^4-2\varkappa^2+1}{4\xi\varkappa^3}G_в. \qquad (13.6.5)$$

График зависимости $\sigma_\beta^2=\sigma_\beta^2(\varkappa)$ представлен на рис. 13.6.2. На графике имеется минимум дисперсии σ_β^2, соответствующий оптимальному значению коэффициента $\varkappa_{опт}$.

Коррекция ошибок построителя вертикали может производиться также на основе информации о скорости полета ракеты, получаемой от внешнего источника, например, допплеровского измерителя путевой скорости. Анализ показывает [21], что и в этом случае выбором параметров схемы коррекции можно изменять собственную частоту и вводить демпфирование колебаний построителя вертикали и тем самым выбирать ошибки построителя вертикали.

Глава 14

ГЕОКООРДИНАТОРЫ

§ 14.1. ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ ГЕОКООРДИНАТОРОВ

Под земными ориентирами понимают физические свойства Земли, позволяющие определять координаты ракеты в полете. Земными ориентирами могут служить различные физические поля: магнитное, гравитационное, поле теплового излучения земной поверхности, радиолокационное поле, образующееся при облучении поверхности Земли радиолокаторами, поле земного рельефа и т. п., а также зависимость давления воздуха от высоты, распределение интенсивности космического излучения и некоторые другие физические свойства Земли. Перечисленные ориентиры дают информацию о координатах ракеты в различной степени. Так, измерение давления воздуха с помощью барометрического датчика позволяет определять только одну координату — высоту полета ракеты. Гравитационное поле и распределение интенсивности космического излучения могут дать информацию только о направлении местной вертикали. Горизонтальная составляющая напряженности магнитного поля Земли, измеряемая с помощью компаса, дает возможность ориентироваться по странам света. Высокочастотные составляющие магнитного поля, поле инфракрасного излучения, радиолокационное поле и рельеф дают возможность определить координаты ракеты на земной поверхности.

Рассмотрим способы формирования параметров управления ракетой при использовании в качестве ориентиров различных полей. Физическое поле может быть определено некоторой функцией $u(x, y, z)$, зависящей в общем случае от трех координат точек пространства. В частном случае однородного по какой-нибудь координате поля функция u не будет зависеть от этой координаты. Примерами полей, описываемых функциями $u(x, y, z)$, являются магнитное поле Земли, поле теплового излучения земной поверхности и радиолокационное поле. Для магнитного поля функция $u(x, y, z)$ представляет собой напряженность поля в точке x, y, z. Для поля инфракрасного излучения функция $u(x, y, z)$ описывает лучистый поток. Для радиолока-

ционного поля функция $u(x, y, z)$ описывает напряженность отраженного от Земли электромагнитного поля в точке x, y, z. Поле рельефа не зависит от координаты y. Поэтому функция $u(x, z)$, которая определяет высоту точек земной поверхности над уровенной поверхностью, зависит только от координат x, z.

Получение характеристики полей $u(x, y, z)$ как функции трех координат представляет собой очень трудоемкую, практически невыполнимую задачу. Поэтому в настоящее время характеристики полей определяются при фиксированной координате $y = \text{const}$, которую мы будем считать высотой полета. В этом случае магнитное поле, радиолокационное поле и поле теплового излучения описываются функцией $u(x, z)$, зависящей от координат точек земной поверхности. Причем для магнитного поля функция $u(x, z)$ есть напряженность поля, для радиолокационного поля $u(x, z)$ есть коэффициент отражения земной поверхности, а для поля теплового излучения $u(x, z)$ есть светность — лучистый поток с элемента излучающей поверхности с координатами x, z. Как уже говорилось, поле рельефа зависит только от координат плоскости x, z.

Функцию $u(x, z)$ можно рассматривать как карту местности, магнитную, инфракрасную, радиолокационную или карту рельефа. В связи с этим автономные системы управления, формирующие параметры управления путем измерения функции $u(x, z)$, называют *системами управления по карте местности.*

Формирование параметров управления в системах наведения по карте местности производится путем вычисления разностей между текущими и программными координатами движения центра массы ракеты. Для измерения текущих координат ракеты необходимо иметь на борту ракеты соответствующую карту местности (запись на фотопленке, диапозитиве или магнитной пленке характеристики какого-нибудь поля — функции $u(x, z)$), для участка земной поверхности, вдоль которого расположена программная траектория полета ракеты. Карты местности получают либо непосредственным измерением, либо искусственно путем использования имеющихся топографических карт. Например, радиолокационная карта местности изготовляется по макету рельефа земной поверхности путем фотографирования этого макета на ультразвуковых установках. Полученные таким путем радиолокационные карты местности практически не отличаются от карт, полученных в результате непосредственного облета местности.

В процессе полета ракеты производится непосредственное измерение функции $u(x, z)$. В зависимости от используемого физического поля измерителями могут быть магнитометры, радиолокаторы, инфракрасные координаторы или высотомеры. Возможны два способа измерения функции $u(x, z)$: измерение на участке поверхности и измерение в точке (на очень небольшой площади). Измерение функции $u(x, z)$ на участке произво-

дится путем сканирования (просмотра) участка земной поверхности в течение времени, достаточно малого по сравнению с временем пролета ракетой этого участка. Измерение функции в точке *x*, *z* производится неподвижными (стабилизированными относительно корпуса ракеты) измерителями. Так как координаты *x*, *z* в процессе полета являются функциями времени, то и измеряемая в точке функция $u(x, z)$ является функцией времени $u(t)$.

В соответствии с двумя способами измерения функции $u(x, z)$ различают и два способа определения координат ракеты. Оба способа основаны на сравнении формируемой координатором карты местности, над которой пролетает ракета, с картой, имеющейся в программном устройстве. При измерении функции $u(x, z)$ на участке определение координат ракеты производится путем наложения этих двух карт. Совпадение изображений карт определяется, например, в случае радиолокационной карты, по минимуму светового потока. Если наложить позитивное и негативное радиолокационное или тепловое изображения карт местности и пропустить через них световой поток, то световой поток имеет минимум при точном совпадении изображений. Используя это свойство, можно построить следящую систему, отыскивающую минимум светового потока путем относительного перемещения изображений карт местности. Как известно, для совмещения двух плоских изображений необходимо, чтобы масштабы изображений были одинаковы и чтобы изображения могли перемещаться в двух взаимно перпендикулярных направлениях и поворачиваться относительно оси, нормальной к плоскости изображения. Координаты ракеты определяются как суммарные относительные перемещения изображений вдоль взаимно перпендикулярных осей *x*, *z*.

При измерении функции $u(x, z)$ в точке определение координат ракеты производится путем вычисления взаимной корреляционной функции двух функций: измеряемой $u(t)$ и поступающей из программного устройства $u_п(t)$. Если измеряемое $u(t)$ и программное $u_п(t)$ значения определены для одних и тех же точек *x*, *z* без помех, то взаимная корреляционная функция будет иметь максимальное значение. Таким образом, можно построить следящую систему, отыскивающую экстремум взаимной корреляционной функции сигналов $u_п(t)$ и $u(t)$ путем изменения координат *x*, *z*. Если программное значение $u_п(x, z)$ записано на магнитной пленке, то определение координат $x_э$, $z_э$, соответствующих экстремуму корреляционной функции, производится путем подачи поисковых сигналов на механизмы перемещения магнитной пленки относительно оси *x* (продольное смещение) и магнитной головки относительно оси *z* (боковое смещение). Координаты экстремальной точки $x_э(t)$, $z_э(t)$, рассматриваемые как функции времени, и являются текущими координатами центра массы ракеты в системе координат *Oxz*.

По измеренным координатам ракеты и заданной программной траектории, хранящейся в программном устройстве, формируется параметр управления в боковой плоскости и определяется момент перехода ракеты в пикирование.

Точность и надежность работы системы управления по земным ориентирам можно повысить, если осуществить комплексирование этой системы с инерциальной системой. Гироинерциальный координатор определяет координаты и скорость движения ракеты. Как следует из гл. 12, ошибки гироинерциального координатора накапливаются с течением времени вследствие уходов гироприборов и, если не реализована модель маятника Шулера, то и за счет накопления ошибок при интегрировании ускорений. Координатор земных ориентиров создает обратную связь для гироинерциального координатора, и тем самым ликвидируется накопление ошибок гироинерциального координатора.

§ 14.2. ФОРМИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРА УПРАВЛЕНИЯ ВЫСОТОЙ ПОЛЕТА РАКЕТЫ

В автономных системах управления канал управления высотой полета ракеты, как правило, является независимым от других каналов. Измеренное значение параметра управления высотой полета можно записать в виде

$$\Delta_{1и} = H_и - H_{пр} + X_H(t), \qquad (14.2.1)$$

где $H_и$, $H_{пр}$ — измеренное и программное значения высоты полета ракеты; $X_H(t)$ — ошибка измерения.

В системах управления ракет измерение высоты полета производится датчиками высоты — барометрическим датчиком или радиовысотомером. Программное значение высоты полета записывается в программном устройстве, представляющем собой профилированные кулачки, функциональные потенциометры или устройства с записью сигналов на магнитной ленте.

Устройство барометрических датчиков высоты основано на зависимости давления воздуха от высоты [13]. Высота H является функцией давления воздуха p_H на этой высоте, давления воздуха у Земли (на уровне моря) p_0, абсолютной температуры у Земли T_0 и температурного градиента τ (*град/м*): $H = H(p_H, p_0, T_0, \tau)$. Если параметры p_0, T_0, τ приняты постоянными, то, измеряя давление воздуха p_H, можно определить высоту полета H. Обычно градуировка барометрического датчика выполняется непосредственно в единицах абсолютной высоты полета (высота над уровнем моря). Поэтому параметры p_0, T_0, τ определяются для нормальной стандартной атмосферы $p_0 = 760$ *мм* рт. ст., $T_0 = 288°$K, $\tau = 0{,}0065$ *град/м*.

Принципиальная схема барометрического датчика приведена на рис. 14.2.1. Основными элементами схемы являются: при-

емник статического давления *1*, трубопровод *2*, соединяющий приемник статического давления с герметической камерой, в которой расположена анероидная коробка *3*. Из анероидной коробки откачан воздух. С увеличением высоты полета, когда давление воздуха уменьшается, анероидная коробка деформируется и через кинематическую передачу вращает движок потенциометра *4*. Выходным сигналом барометрического датчика является напряжение между движком и средней точкой потен-

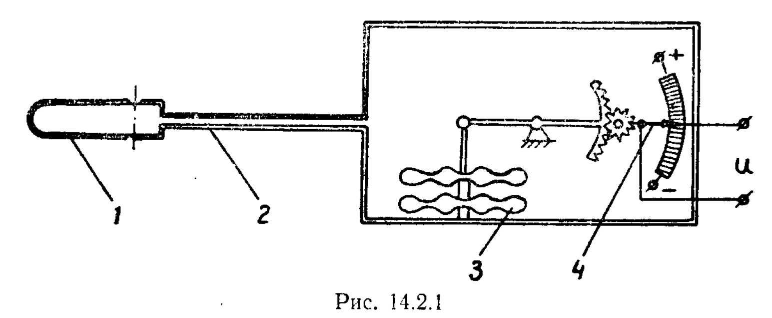


Рис. 14.2.1

циометра. Программную высоту полета удобно задавать смещением основания (средней точки) потенциометрического датчика. В этом случае выходное напряжение пропорционально параметру управления высотой полета.

Динамические свойства барометрического датчика хорошо описываются апериодическим звеном с коэффициентом усиления $k = (0{,}5 \div 1{,}0)$ *в/км* и постоянной времени $T = 0{,}2 \div 1{,}5$ *сек*. Измеренное значение высоты полета связано с истинной высотой уравнением

$$H_{и} = \frac{k}{Tp + 1} H. \qquad (14.2.2)$$

Точность барометрического датчика определяется отклонениями параметров реальной атмосферы от параметров p_0, T_0, τ стандартной атмосферы, инструментальными ошибками и шумами потенциометрического датчика. Ошибки за счет отклонения параметров реальной атмосферы от параметров стандартной атмосферы можно устранить при подготовке датчика к работе. Для этого достаточно определить параметры реальной атмосферы и скорректировать показания датчика. Основной причиной инструментальной ошибки барометрического датчика является изменение температуры окружающей среды. Суммарную ошибку барометрического датчика высоты можно записать в виде

$$X_H = U_0 + (\lambda R T_0 - \lambda R \tau H)\Delta t + X(t), \qquad (14.2.3)$$

где U_0 — случайная величина, характеризующая ошибку измерения нулевой высоты при нормальных условиях; λ — темпера-

турный градиент модуля упругости; R — газовая постоянная; H — истинная высота, Δt — отклонение температуры среды от температуры юстировки датчика; $X(t)$ — шум потенциометрического датчика. Случайная величина U_0 обычно имеет среднее квадратическое отклонение $\sigma_0 = (5 \div 10)$ *м*. На высоте 20 *км* среднее квадратическое отклонение ошибки измерения высоты полета барометрическим датчиком имеет порядок $\sigma_н = 140 \div 180$ *м*.

Для измерения высоты полета ракет используются также радиовысотомеры. Принцип работы высотомеров основан на конечной скорости распространения электромагнитных волн. Наибольшую точность измерения обеспечивают радиовысотомеры с непрерывным излучением сигнала. Однако с увеличением высоты полета потребная мощность передатчика становится очень большой (потери энергии пропорциональны четвертой степени расстояния). Поэтому для радиовысотомеров, измеряющих высоты более 1500—2000 *м*, применяется импульсное излучение сигнала.

На рис. 14.2.2 показана функциональная схема радиовысотомера, предназначенного для измерения высот полета ракет до

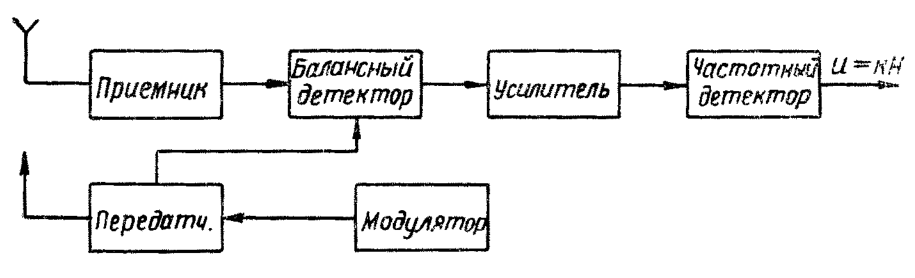


Рис. 14.2.2

1500 *м*. Передатчик через передающую антенну излучает непрерывный сигнал, частота которого изменяется по пилообразному закону. Отраженный от поверхности Земли сигнал принимается приемником. В момент приема отраженного сигнала его частота отличается от частоты передатчика на некоторую величину Δf. Для определения сигнала, пропорционального частоте Δf, служит частотный детектор. Выходной сигнал частотного детектора пропорционален частоте Δf, которая, как будет показано далее, пропорциональна высоте полета ракеты.

На рис. 14.2.3 показаны графики изменения частоты излучаемого и принимаемого сигналов. Внизу показан график изменения разностной частоты Δf. На рисунке приведены обозначения F_0 — средняя частота несущей, τ — временной сдвиг за счет прохождения радиосигналом расстояния $2H$; ΔF — удвоенная амплитуда изменения частоты несущей. Соотношение между изменением частоты Δf и высотой полета можно найти из подобия треугольников ABC и abc. Отношение удвоенной амплитуды ΔF

к половине периода $T/2$ равно отношению частоты девиации Δf к временному запаздыванию отраженного сигнала τ:

$$2\Delta F/T = \Delta f/\tau. \qquad (14.2.4)$$

Учитывая, что $\tau = 2H/c$, где c — скорость света, а $T = 1/f$, где f — частота огибающей, получим

$$H = k\Delta f, \qquad (14.2.5)$$

где $k = c/4\Delta Ff$. Например, если $\Delta F = 0{,}8$ *Мгц*, $f = 120$ *гц*, $c = 3 \cdot 10^8$ *м/сек*, то $k = 0{,}78$ *м/гц*. При максимальной измеряемой высоте полета $H = 1500$ *м* частота биений максимальна и составляет $\Delta f = 1920$ *гц*.

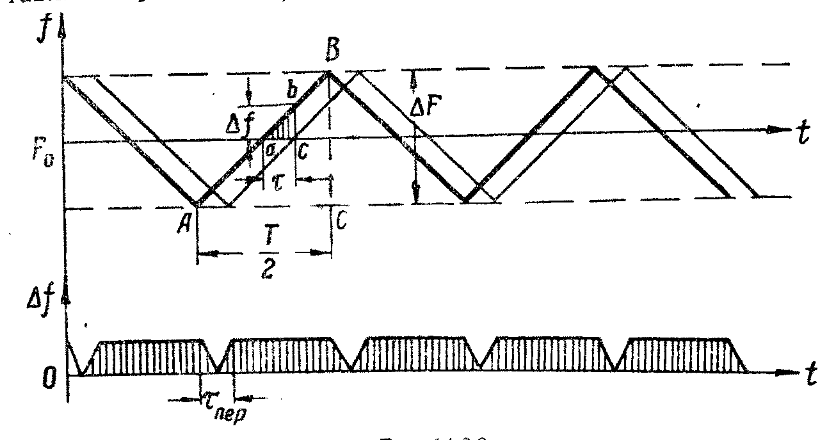


Рис. 14.2.3

Точность работы рассмотренного типа высотомера зависит от стабильности частоты передатчика, эффекта пересечения и шумов, обусловленных флуктуациями отраженного сигнала и работой аппаратуры приемника. Эффект пересечения возникает вследствие пилообразного закона изменения частоты несущей. На рис. 14.2.3 эффект пересечения проявляется в резком изменении частоты биений Δf при изменении знака производной огибающей сигнала. Влияние этого эффекта незначительно, так как время пересечения $\tau_{пер}$ составляет микросекунды, а половина периода изменения несущей — миллисекунды. Среднее квадратическое отклонение ошибки измерения высоты радиовысотомером составляет $\sigma_H = (3 \div 5)$ *м*.

§ 14.3. ФОРМИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ УПРАВЛЕНИЯ ПО РАДИОЛОКАЦИОННОЙ КАРТЕ МЕСТНОСТИ

Координатор, работающий по радиолокационной карте местности, формирует параметр управления в боковой плоскости и определяет момент перехода ракеты в пикирование. Это осуществляется на основе сравнения радиолокационных изображений местности на экране радиолокатора и на фотопленке. Антенна

радиолокатора, расположенная на гиростабилизированной платформе, в определенной последовательности просматривает участок местности вдоль траектории полета. Радиолокационное изображение этого участка местности строится на индикаторе кругового обзора. Негативное изображение радиолокационной карты местности вдоль программного маршрута полета наносится на фотопленку, которая закладывается в программное устройство ракеты в процессе подготовки ее к боевому применению.

Свяжем с радиолокационной картой местности систему координат Oxz, направив ось Ox по направлению полета, а ось Oz по боковому направлению. С изображением карты местности на фотопленке свяжем систему координат $O'x'z'$. Расположение осей системы координат $O'x'z'$ таково, что при совпадении изображений местности на экране радиолокатора и фотопленке координатные системы Oxz, $O'x'z'$ совпадают.

Изображение радиолокационной карты с экрана радиолокатора проектируется через фотопленку на фотокатод фотоумножителя. Если распределение яркости на экране радиолокатора описать функцией $u_1(x, z)$, а прозрачность негативной фотопленки функцией $u_2(x', z')$, то распределение облученности на фотокатоде фотоумножителя будет определяться соотношением

$$E = \iint\limits_S u_1(x, z)\, u_2(x', z')\, dx dz, \qquad (14.3.1)$$

где S — площадь фотокатода, на которую проектируется изображение индикатора кругового обзора.

Изображение на экране радиолокатора в общем случае не совпадает с негативным изображением на фотопленке. Причиной этого является различие масштабов и линейных, и углового сдвигов изображений. Несовпадение изображений можно рассматривать как несовпадение координатных систем Oxz, $O'x'z'$. В общем случае связь между этими координатными системами устанавливается формулами (рис. 14.3.1)

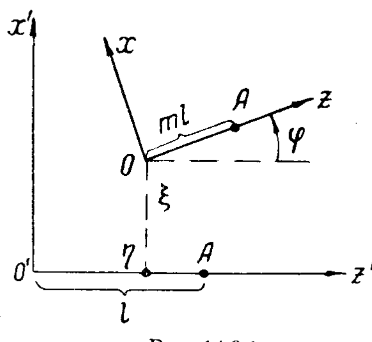


Рис. 14.3.1

$$x' = mx \cos\varphi - mz \sin\varphi + \xi,$$
$$z' = mz \cos\varphi + mx \sin\varphi + \eta, \quad (14.3.2)$$

где m — масштаб изображения местности на экране радиолокатора по отношению к изображению местности на фотопленке; φ — угол поворота системы координат $O'x'z'$ по отношению к системе координат Oxz; ξ, η — координаты точки O' в системе отсчета Oxz.

Если подставить выражения для x' и z' в формулу (14.3.1), и вычислить интегралы, то облученность на фотокатоде фотоумножителя будет являться функцией величин ξ, η, φ, m:

$$E = E(\xi, \eta, \varphi, m). \qquad (14.3.3)$$

При точном совмещении изображений местности облученность фотокатода становится минимальной. Следовательно, функция $E(\xi, \eta, \varphi, m)$ имеет минимум в пространстве переменных ξ, η, φ, m. Координаты точки экстремума равны $\xi = \eta = \varphi = 0$, $m = 1$. Таким образом, совмещение изображений местности можно определить по наименьшей облученности фотокатода фотоумножителя, или в конечном итоге по минимуму напряжения на выходе фотоумножителя.

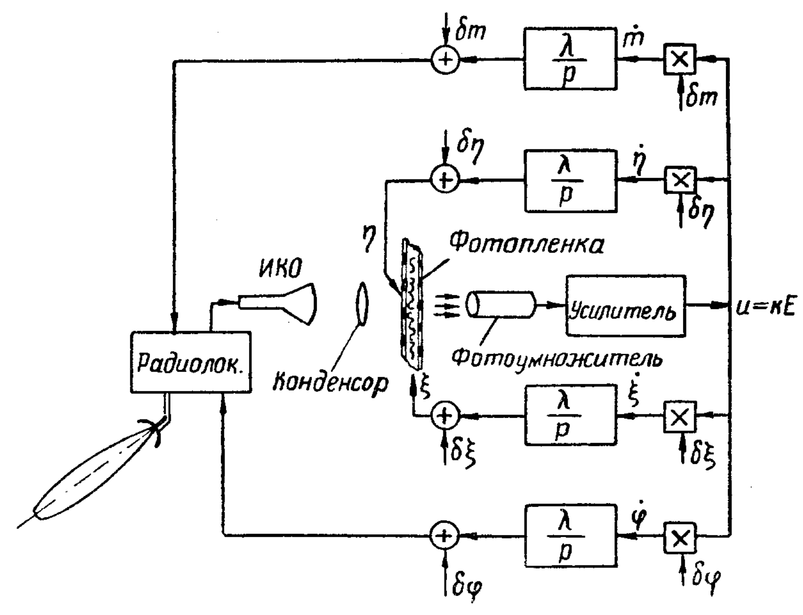


Рис. 14.3.2

Для определения направления изменения величин ξ, η, φ, m с целью отыскания минимума функции $E(\xi, \eta, \varphi, m)$ в общем случае необходимо построить экстремальную систему регулирования с поисковыми пробными сигналами по переменным ξ, η, φ, m. Используя метод синхронного детектирования, можно определить компоненты вектора градиента $\partial E/\partial\xi$, $\partial E/\partial\eta$, $\partial E/\partial\varphi$, $\partial E/\partial m$. Изменение переменных ξ, η, φ, m обычно строится так, что производные этих величин берутся пропорциональными компонентам вектора градиента ([1], § 12.4, [16] гл. 19).

$$\dot\xi = \lambda\frac{\partial E}{\partial\xi}, \quad \dot\eta = \lambda\frac{\partial E}{\partial\eta}, \quad \dot\varphi = \lambda\frac{\partial E}{\partial\varphi}, \quad \dot m = \lambda\frac{\partial E}{\partial m}. \qquad (14.3.4)$$

Изменение величин ξ, η, φ, m производится исполнительными устройствами. Координаты ξ, η изменяются перемещением фотопленки с негативным изображением радиолокационной карты местности в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Угловое перемещение φ и масштаб изображения m удобно изменять путем вращения изображения местности и изменения величины развертки на экране кругового обзора радиолокатора. Блок-схема координатора представлена на рис. 14.3.2.

Наряду с рассмотренной экстремальной схемой координатора, работающего по радиолокационной карте местности, возможны различные упрощенные схемы. Упрощение возможно в направлении уменьшения числа переменных, по которым отыскивается экстремум функции $E(\xi, \eta, \varphi, m)$, и в изменении схемы поиска. Например, масштаб изображения m можно связать с датчиком высоты полета ракеты. При изменении высоты полета ракеты сигнал, снимаемый с высотомера, используется для изменения масштаба изображения на экране радиолокатора. Вместо применения метода синхронного детектирования, направление изменения переменных ξ, η, φ для получения минимума облученности фотокатода можно приближенно определять также с помощью схем развертки изображения и коммутации каналов.

Формирование параметров управления по радиолокационной карте местности осуществляется в автономной системе управления «Атран» крылатой ракеты ТМ-76 «Мейс» (США) [46].

Глава 15

ЗАКОН УПРАВЛЕНИЯ

§ 15.1. ПРИНЦИПЫ ФОРМИРОВАНИЯ УПРАВЛЯЮЩИХ СИГНАЛОВ

Основными сигналами, вырабатываемыми системой управления и необходимыми для осуществления наведения ракеты, являются сигналы измерителей параметров управления. Однако одних этих сигналов бывает недостаточно для обеспечения желательного качества процесса наведения ракеты. Поэтому, кроме сигналов измерителей параметров управления, часто приходится использовать сигналы от других измерителей, включаемых в систему управления. Так, например, если система управления не накладывает связей непосредственно на ось ракеты, то может оказаться желательным демпфирование колебаний корпуса ракеты, что в принципе может быть достигнуто использованием сигналов от каких-либо датчиков угловых скоростей, например от скоростных (демпфирующих) гироскопов. Чтобы обеспечить примерно одинаковое качество наведения ракеты при разных режимах полета, на разных высотах и при разных скоростях полета, можно применить различные технические приемы. Например, можно использовать сигналы от измерителей поперечных ускорений ракеты или от измерителей шарнирных моментов рулей (или поворотных крыльев). Кроме перечисленных сигналов, в системе управления может потребоваться использование сигналов и от других измерителей.

Выходные сигналы устройств формирования или измерения параметров управления и выходные сигналы измерителей ускорений, угловых скоростей ракеты и других величин, прежде чем приступить непосредственно в рулевые машины, должны быть преобразованы. Преобразование выходных сигналов различных измерителей требуется, во-первых, для того, чтобы обеспечить необходимое распределение команд между рулями, так как системы координат, в которых производятся измерения и управление, различны. Примером этому могут служить случаи, когда измерение параметров управления производится в декартовой системе координат, а управление ракетой — в полярной системе. Это характерно для ракет самолетной схемы или для осесимметричных ракет с управляющим реактивным двигателем, имеющим одно или два боковых сопла. Во-вторых, все измере-

ния производятся с ошибками, и выходные сигналы измерителей, помимо полезного сигнала, содержат случайные составляющие. Случайные составляющие сигнала или ошибки возникают, с одной стороны, вследствие того, что при измерении, например, координат цели локатором действуют внешние помехи в виде некоторых дополнительных сигналов или в виде искажения измеряемого сигнала. С другой стороны, даже при отсутствии внешних помех, в измерительной аппаратуре возникают внутренние шумы, которые являются случайными функциями времени. Для целей управления необходимо знать полезные сигналы — значения параметров управления — достаточно точно. Однако шумы и помехи, накладывающиеся на полезные сигналы, при любой конструкции измерителей в большей или меньшей степени искажают полезные сигналы. Для выделения сигналов, содержащих полезную информацию, применяются специальные фильтры, обеспечивающие оптимальную обработку выходных сигналов измерителей. Эти фильтры в зависимости от вида сигнала и помехи, а также критерия качества обработки могут иметь различную структуру и конкретную аппаратурную реализацию. Для выбора и расчета таких фильтров применяется теория оптимальной статистической обработки информации по заданным критериям точности. Широко распространенным является, например, критерий минимума средней квадратической ошибки. Обычно он приводит к наиболее простым структурам оптимальных фильтров. Практически в большинстве случаев удается подобрать стационарные линейные фильтры с дробно-рациональными передаточными функциями, которые могут быть реализованы элементарными линейными цепями активного или пассивного типа.

Наконец, каждый *управляющий сигнал* должен быть усилен и подан в рулевую машину в форме, соответствующей принципу ее работы.

Вследствие изложенного уравнения, связывающие показания измерительных приборов системы управления с сигналами, управляющими рулевыми машинами, имеют весьма разнообразную форму. В общем случае эти уравнения без учета сигналов отрицательной обратной связи от измерителей углов отклонения рулей имеют вид

$$\left.\begin{aligned} u_в' &= f_в(\psi_в(\Delta_в) + \psi_{11}(w'_{1и}) + \psi_{12}(w'_{2и}) + \cdots), \\ u_н' &= f_н(\psi_н(\Delta_н) + \psi_{21}(w'_{1и}) + \psi_{22}(w'_{2и}) + \cdots), \\ u_э' &= f_э(\psi_э(\Delta_э) + \psi_{31}(w'_{1и}) + \psi_{32}(w'_{2и}) + \cdots), \end{aligned}\right\} \quad (15.1.1)$$

С учетом отрицательной обратной связи от измерителей углов отклонения рулей эти уравнения принимают вид:

$$\left.\begin{aligned} u_в &= f_в(\psi_в(\Delta_в) + \psi_{в\delta}(\delta_в') + \psi_{11}(w'_{1и}) + \psi_{12}(w'_{2и}) + \cdots), \\ u_н &= f_н(\psi_и(\Delta_н) + \psi_{н\delta}(\delta_н') + \psi_{21}(w'_{1и}) + \psi_{22}(w'_{2и}) + \cdots), \\ u_э &= f_э(\psi_э(\Delta_э) + \psi_{э\delta}(\delta_э') + \psi_{31}(w'_{1и}) + \psi_{32}(w'_{2и}) + \cdots). \end{aligned}\right\} \quad (15.1.2)$$

Величины $u_в'$, $u_н'$, $u_э'$ или $u_в$, $u_н$, $u_э$ — сигналы (команды), управляющие рулевыми машинами руля высоты, руля направления и элеронов или соответствующими поворотными крыльями, газовыми рулями или управляющими реактивными двигателями; $\Delta_в$, $\Delta_н$, $\Delta_э$ — преобразованные параметры управления, связанные с измеренными системой управления параметрами управления $\Delta_{1и}$, $\Delta_{2и}$; $w_{iи}'$ $(i = 1, 2, \ldots)$ — преобразованные сигналы дополнительных измерителей элементов движения ракеты и шарнирных моментов рулей; $\delta_в'$, $\delta_н'$, $\delta_э'$ — сигналы измерителей углов отклонения рулей, управляющих двигателей или поворотных крыльев. Функции $f_в$, $f_н$, $f_э$, а также $\psi_в$, $\psi_н$, $\psi_э$, ψ_{ij}, $\psi_{в\delta}$, $\psi_{н\delta}$, $\psi_{э\delta}$ являются характеристиками элементов, входящих в формирующие команды устройства, к которым относятся усилители и сумматоры. В качестве усилителей, производящих суммирование и усиление сигналов, применяются электронные, магнитные и релейные усилители. В случае линейных устройств, формирующих команды, все эти функции изображаются прямой, проходящей через начало координат под углом к оси абсцисс, тангенс которой равен соответственно $k_в$, $k_н$, $k_э$, a_{ij}, т. е.

$$\left.\begin{aligned} u_в' &= k_в \Delta_в + a_{11} w_{1и}' + a_{12} w_{2и}' + \cdots \\ u_н' &= k_н \Delta_н + a_{21} w_{1и}' + a_{22} w_{2и}' + \cdots \\ u_э' &+ k_э \Delta_э + a_{31} w_{1и}' + a_{32} w_{2и}' + \cdots \end{aligned}\right\} \qquad (15.1.3)$$

или

$$\left.\begin{aligned} u_в &= k_в \Delta_в + a_{в\delta}\, \delta_в' + a_{11} w_{1и}' + a_{12} w_{2и}' + \cdots \\ u_н &= k_н \Delta_н + a_{н\delta}\, \delta_н' + a_{21} w_{1и}' + a_{22} w_{2и}' + \cdots \\ u_э &= k_э \Delta_э + a_{э\delta}\, \delta_э' + a_{31} w_{1и}' + a_{32} w_{2и}' + \cdots \end{aligned}\right\} \qquad (15.1.4)$$

Вследствие ограничения мощности источников энергии в системе управления линейность управляющих сигналов относительно некоторых сигналов или всех сигналов часто удается обеспечить только в определенном диапазоне изменения соответствующих сигналов, за пределами которого наступает насыщение, и соответствующая часть команды остается неизменной при изменении сигналов. В этом случае соответствующие функции f, ψ изображаются графиками типа, представленного на рис. 15.1.1.

Если в числе устройств, формирующих команды, имеются релейные элементы, то соответствующие функции будут изображаться графиками, представленными на рис. 15.1.2 — 15.1.4.

На рис. 15.1.2 изображена идеальная характеристика простого релейного элемента, вырабатывающего соответствующую часть команды по принципу «да—нет». На рис. 15.1.3 изображена характеристика простого релейного элемента с зоной нечувствительности. На рис. 15.1.4 изображена характеристика сложного релейного элемента, вырабатывающего соответствующую

часть команды ступенями, в зависимости от уровня входного сигнала.

Ограничение соответствующей части команды может быть вызвано не только недостаточностью мощности источников энер-

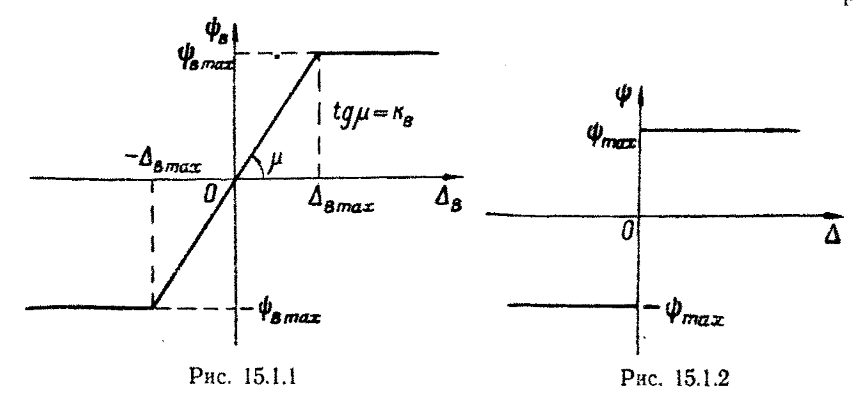


Рис. 15.1.1 Рис. 15.1.2

гии в системе управления. Иногда приходится сознательно ограничивать основную часть команды, чтобы не вызывать чрезмерно больших перегрузок ракеты, превышающих расчетную.

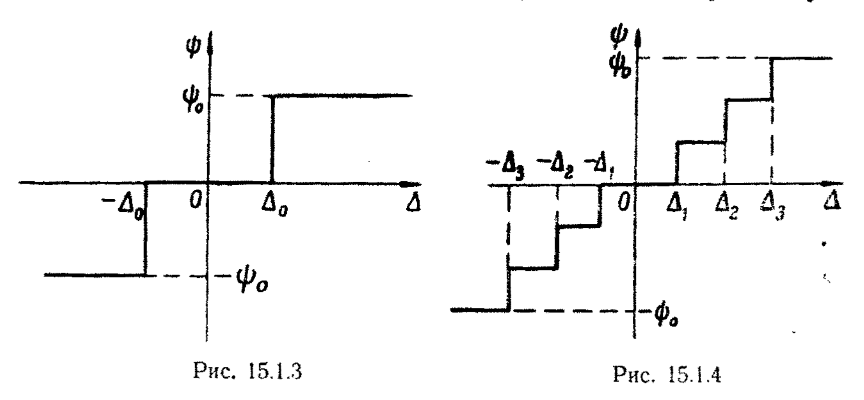


Рис. 15.1.3 Рис. 15.1.4

Преобразованные параметры управления $\Delta_в$, $\Delta_н$, $\Delta_э$ связаны с измеренными системой параметрами $\Delta_{1и}$, $\Delta_{2и}$ уравнениями вида

$$\left.\begin{aligned} \Delta_в &= M_{11}(p)\,\Delta_{1и} + M_{12}(p)\,\Delta_{2и} + \Delta_{в0}, \\ \Delta_н &= M_{21}(p)\,\Delta_{1и} + M_{22}(p)\,\Delta_{2и} + \Delta_{н0}, \\ \Delta_э &= M_{31}(p)\,\Delta_{1и} + M_{32}(p)\,\Delta_{2и} + \Delta_{э0}, \end{aligned}\right\} \qquad (15.1.5)$$

а величины $w_{iи}'$ связаны с измеренными значениями $w_{iи}$ ускорений, угловых скоростей и других величин выражениями вида

$$w_{iи}' = L_i(p)\,w_{iи}. \qquad (15.1.6)$$

Операторы M_{11}, M_{12}, M_{21}, M_{22}, M_{31}, M_{32}, L_i являются характери-

стиками фильтров или специальных корректирующих цепей и имеют, как правило, форму

$$M_{ij}(p) = m_{ij} \frac{1 + \tau_{ij} p}{1 + T_{ij} p} \begin{pmatrix} i = 1, 2, 3 \\ j = 1, 2, \cdots \end{pmatrix}, \qquad (15.1.7)$$

$$L_i(p) = l_i \frac{1 + \tau_i p}{1 + T_i p} \quad (i = 1, 2, \cdots) \qquad (15.1.8)$$

или более общую форму

$$M_{ij}(p) = \sum_{\nu} m_{ij}^{(\nu)} \frac{1 + \tau_{ij}^{(\nu)} p}{1 + T_{ij}^{(\nu)} p} \begin{pmatrix} i = 1, 2, 3 \\ j = 1, 2 \cdots \end{pmatrix}, \qquad (15.1.9)$$

$$L_i(p) = \sum_{\nu} l_i^{(\nu)} \frac{1 + \tau_i^{(\nu)} p}{1 + T_i^{(\nu)} p} \quad (i = 1, 2, \cdots). \qquad (15.1.10)$$

Постоянные или изменяющиеся в зависимости от времени по заданному закону слагаемые $\Delta_{\text{в0}}$, $\Delta_{\text{н0}}$, $\Delta_{\text{э0}}$ в формулах (15.1.5) могут вводиться с целью компенсации различных действующих на ракету моментов и сил, а также для улучшения процесса управления. Коэффициенты m_{ij}, l_i, $m_{ij}^{(\nu)}$, $l_i^{(\nu)}$ являются статическими коэффициентами усиления соответствующих сигналов. Они могут быть постоянными или заданными функциями времени. Коэффициенты m_{ij}, $m_{ij}^{(\nu)}$ определяют распределение сигналов между каналами управления. В зависимости от того или иного распределения сигналов некоторые из этих коэффициентов могут быть равны нулю.

В некоторых случаях приходится вводить в вырабатываемые системой управления команды нелинейности. Так, например, для того, чтобы избежать больших колебаний траектории центра массы ракеты, целесообразно при больших значениях параметра управления производить управление не по параметру управления, а по его производной, и при малых значениях параметра управления — по комбинации самого параметра управления и его производной. Для того чтобы осуществить это, необходимо изменять операторы $M_{ij}(p)$ в зависимости от соответствующих измеренных значений параметров управления $\Delta_{1\text{и}}$, $\Delta_{2\text{и}}$. Это изменение может производиться скачкообразным изменением коэффициентов m_{ij}, τ_{ij}, T_{ij} при переходе некоторых параметров управления через соответствующие границы.

§ 15.2. УРАВНЕНИЯ РАБОТЫ РУЛЕВЫХ МАШИН

Сигналы управления или команды, усиленные соответствующими усилителями мощности, подаются в рулевые машины. В случае практически безынерционных рулевых машин, приводящих в движение интерцепторы или виброрули, коэффициент

команды соответствующего руля или среднее значение отклонения руля можно считать пропорциональным управляющему сигналу u. В этом случае уравнение каждой рулевой машины запишется в форме

$$\delta = l u', \qquad (15.2.1)$$

где l — постоянный коэффициент, а индексы у δ и u' для краткости опущены. В случае рулевой машины, приводящей в движение обычные аэродинамические или газовые рули, или поворотные двигатели, обладающие значительной инерцией, уравнение (15.2.1) может служить в некоторых случаях только в качестве приближенного, идеализированного уравнения рулевой машины без учета ее инерционности.

Обычно принимают уравнение работы рулевой машины в виде

$$\dot{\delta}_t = \varphi(u_{t-\tau}), \qquad (15.2.2)$$

где индексы t и $t-\tau$ указывают, к каким моментам времени относятся значения соответствующих величин. Уравнение (15.2.2) выражает, что скорость отклонения руля вырабатывается рулевой машиной в зависимости от управляющего сигнала с запаздыванием на постоянную величину τ. Функция φ в уравнении (15.2.2) изображается графиком, общий вид которого представлен на рис. 15.2.1. Уровень ограничения скорости отклонения руля и время запаздывания τ, естественно, зависят в общем случае от сопротивления руля отклонению, т. е. от момента нагрузки на руль, называемого шарнирным моментом руля, а именно, максимальная скорость отклонения руля уменьшается, а время запаздывания τ увеличивается при увеличении шарнирного момента руля. Зона нечувствительности рулевой машины также может зависеть от шарнирного момента. На рис. 15.2.2 представлена примерная зависимость характеристики рулевой машины φ от шарнирного момента $M_ш$. При этом считаем шарнирный момент положительным, когда он стремится вызвать положительный поворот руля. Рис. 15.2.2 показывает, что действие шарнирного момента нарушает симметрию характеристики рулевой машины φ. Отрицательный шарнирный момент уменьшает максимальную положительную скорость отклонения руля и увеличивает максимальную абсолютную величину отрицательной скорости отклонения руля.

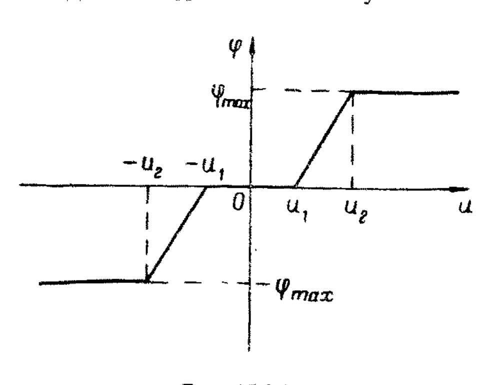


Рис. 15.2.1

Если рулевая машина обладает достаточной мощностью, а шарнирный момент руля невелик или если приняты специальные меры для разгрузки рулевой машины от шарнирного момента (например, шарнирный момент уравновешивается при помощи триммеров), то характеристику рулевой машины φ и время запаздывания τ можно считать независимыми от шарнирного момента. В противном случае необходимо знать зависимость φ и τ от шарнирного момента и добавить к уравнению (15.2.2) формулу, выражающую шарнирный момент через элементы движения ракеты.

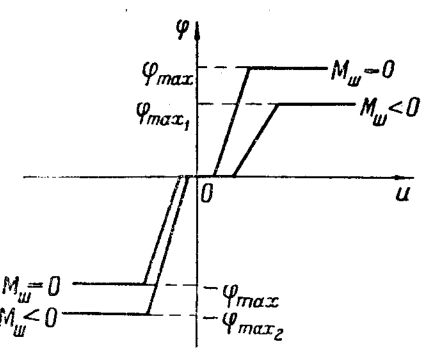


Рис. 15.2.2

В аэродинамике принято выражать шарнирные моменты формулами того же вида, что и для обычных аэродинамических моментов

$$M_{ш} = m_{ш} S_{р} l_{р} q, \quad (15.2.3)$$

где $m_{ш}$ — безразмерный коэффициент шарнирного момента, зависящий от числа M, угла отклонения руля δ и угла атаки ракеты α (или угла скольжения); $S_{р}$, $l_{р}$ — площадь и характерный линейный размер руля соответственно.

Зависимость шарнирного момента от скорости отклонения руля (т. е. аэродинамическое демпфирование) обычно не учитывают. Для приближенных расчетов часто принимают приближенную линейную зависимость шарнирного момента от отклонения руля и угла атаки (или угла скольжения) и в соответствии с этим принимают

$$\left.\begin{aligned} m_{шв} &= m_{ш}^{\delta_{в}} \delta_{в} + m_{ш}^{\alpha} \alpha + m_{шв}^{0}, \\ m_{шн} &= m_{ш}^{\delta_{н}} \delta_{н} + m_{ш}^{\beta} \beta + m_{шн}^{0}, \\ m_{шэ} &= m_{ш}^{\delta_{э}} \delta_{э}, \end{aligned}\right\} \quad (15.2.4)$$

где коэффициенты $m_{ш}$ с верхними индексами считаются функциями одного числа M. Шарнирный момент руля может ограничивать не только скорость отклонения руля, но и само отклонение руля, если максимальный развиваемый рулевой машиной момент меньше максимального возможного шарнирного момента. В этом случае уравнение (15.2.2) заменится уравнением

$$\delta_{t} = \varphi(u_{t-\tau}) \text{ при } |M_{ш}| < M_{max}, \quad (15.2.5)$$

где M_{max} — максимальный момент, развиваемый рулевой машиной. Начиная с момента, когда шарнирный момент сравняется

по абсолютной величине с максимальным моментом, развиваемым рулевой машиной, и до момента, когда производная $\dot{\delta}_t$, вычисленная по уравнению (15.2.5), изменит знак на противоположный, отклонение руля будет определяться из условия

$$M_{ш} = \pm M_{max}, \qquad (15.2.6)$$

где знак «+» или «—» выбирается из условия непрерывности шарнирного момента (т. е. берется тот же знак, который имеет шарнирный момент в момент времени, когда его абсолютная величина станет равной M_{max}). После того как производная $\dot{\delta}_t$, вычисленная по уравнению (15.2.5), изменит знак на противоположный, шарнирный момент перестанет тормозить отклонение руля и, наоборот, начнет помогать рулевой машине перемещать руль и отклонение руля снова будет определяться уравнением (15.2.5).

Уравнение (15.2.1) можно рассматривать как частный случай уравнения (15.2.2). В самом деле, полагая

$$u = u' - l\delta, \qquad (15.2.7)$$

можно рассматривать величину u как управляющий сигнал рулевой машины с жесткой обратной связью по отклонению руля. Тогда, полагая в (15.2.2) $\tau = 0$, $\varphi(0) = 0$, $\varphi(u) = \pm\infty$ при $u \neq 0$ в зависимости от знака u, придем к заключению, что уравнение (15.2.2) в этом частном случае равноценно уравнению $u = 0$, т. е. уравнению (15.2.1). Таким образом, уравнение (15.2.1) является частным (точнее — предельным) случаем уравнения (15.2.2), когда рулевая машина обладает бесконечным быстродействием и не имеет запаздывания. Рассмотрим более подробно типовые рулевые машины, применяемые на ракетах, и их уравнения.

§ 15.3. РУЛЕВЫЕ МАШИНЫ С ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯМИ

В схемах рулевых машин используются электродвигатели как постоянного, так и переменного тока. Рулевые машины с электродвигателями постоянного тока и релейными усилителями обладают хорошей стабильностью работы, просты в эксплуатации, обладают малыми габаритами и хорошей экономичностью. Для подавления низкочастотных автоколебаний, неизбежно возникающих при наличии релейного усилителя, применяют линеаризацию реле внутренними высокочастотными колебаниями за счет охвата реле запаздывающей отрицательной обратной связью ([1], § 10.8). Принципиальная схема рулевой машины такого типа изображена на рис. 15.3.1. В ее состав входят электродвигатель постоянного тока Д, поляризованное трехпозиционное реле Р, два силовых реле $Р_1$, $Р_2$, потенциометр обратной связи П и цепь линеаризации, содержащая дроссель Др. На обмотку

w_1 реле Р подается управляющий сигнал напряжения u', обмотка w_2 является обмоткой жесткой обратной связи, а обмотка w_3 используется как обмотка линеаризации. Так как сопротивления и числа витков обмоток реле обычно неодинаковы, то при рас-

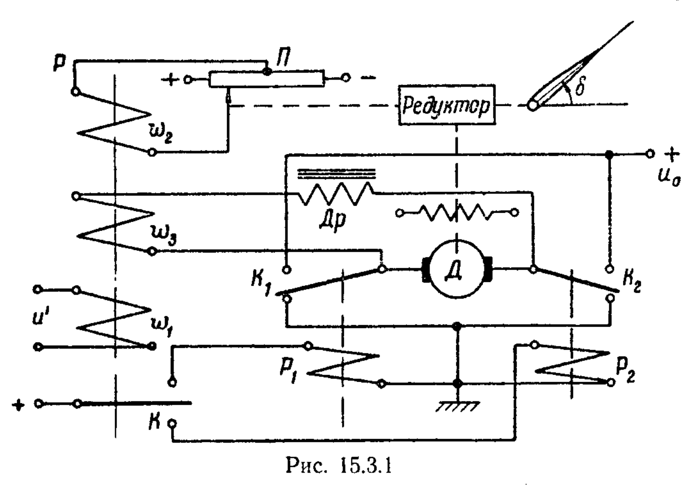


Рис. 15.3.1

смотрении процессов, происходящих при срабатывании реле, удобно иметь дело не с напряжениями, а с ампер-витками, характеризующими магнитный поток в сердечнике реле. Зависимость выходного напряжения релейного усилителя от ампер-витков iw на входе, являющаяся статической характеристикой поляризованного реле, представлена на рис. 15.3.2, где $(iw)_{\text{ср}}$ — ампер-витки срабатывания, а $(iw)_{\text{от}}$ — ампер-витки отпускания.

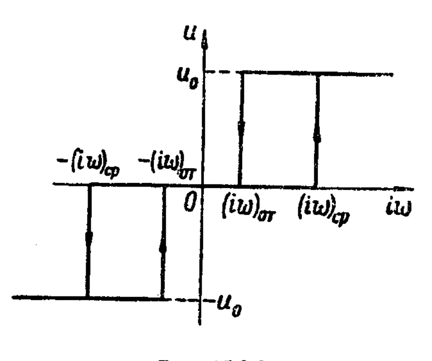


Рис. 15.3.2

При срабатывании реле Р и одного из реле P_1 или P_2 к якорю электродвигателя подводится напряжение u_0 и якорь электродвигателя приходит в движение. Уравнение двигателя запишем в виде (см. [1], § 3.13)

$$T_1 \frac{d\omega}{dt} + \omega = k_0 u_0 - k_{\text{н}} M_{\text{ш}}, \qquad (15.3.1)$$

где T_1 — электромеханическая постоянная времени электродвигателя; $M_{\text{ш}}$ — шарнирный момент руля, являющийся нагрузочным моментом; k_0 и k_1 — постоянные коэффициенты.

Наличие в поляризованном реле Р обмотки линеаризации приводит к тому, что к якорю двигателя подводится импульсное

напряжение, причем длительность импульсов напряжения, подводимых к якорю двигателя, а также длительность пауз между ними зависят от величины ампер-витков и обмоток реле. Рассмотрим сначала, как изменяется ток в обмотке линеаризации w_3. Допустим, что контакт К реле Р (рис. 15.3.1) находится в верхнем положении. В этом случае контакт $К_1$ реле $Р_1$ замкнут вверх. К источнику питания подключаются обмотка якоря двигателя и обмотка линеаризации реле через дроссель Др (рис. 15.3.3). Процесс изменения тока i_3 в цепи, включающей обмотку линеаризации, и в этом случае описывается уравнением

$$(L+L_3)\frac{di_3}{dt}+(R+r)\,i_3=u_0, \qquad (15.3.2)$$

где L — индуктивность дросселя, L_3 — индуктивность обмотки w_3; R — сопротивление дросселя; r — сопротивление обмотки w_3. Решение уравнения (15.3.2) при начальном условии $t=0$, $i_3=0$ имеет вид

$$i_3=i_0(1-e^{-t/\tau_0}), \qquad (15.3.3)$$

где

$$i_0=\frac{u_0}{R+r}, \quad \tau_0=\frac{L+L_3}{R+r}.$$

Если, после установления тока в этой цепи, перебросить контакт К реле Р в нейтральное положение, то реле $Р_1$ обесточится и его контакт $К_1$ перебросится вниз. При этом накоротко замыкается цепь, состоящая из дросселя и обмотки линеаризации. Уравнение тока в этой цепи имеет вид

$$(L+L_3)\frac{di_3}{dt}+(R+r)\,i_3=0. \qquad (15.3.4)$$

Решение его при начальном условии $t=0$, $i_3=i_0$ дается формулой

$$i_3=i_0\,e^{-t/\tau_0}. \qquad (15.3.5)$$

По законам (15.3.3) и (15.3.5) будут изменяться ампер-витки $(iw)_3$ при нарастании и спадании тока в обмотке w_3. Рассмотрим теперь работу рулевой машины в целом. Можно считать, что силовые реле $Р_1$ и $Р_2$ срабатывают мгновенно. Пусть в управляющей обмотке w_1 установились ампер-витки $(iw)_1$. При этом пусть суммарные ампер-витки $(iw)=(iw)_1-(iw)_2>0$. Если $(iw)>(iw)_{ср}$, то контакт К реле Р перебросится вверх, а цепь обмотки линеаризации w_3 окажется под напряжением. Ток в этой обмотке начнет нарастать по закону (15.3.3). Параметры

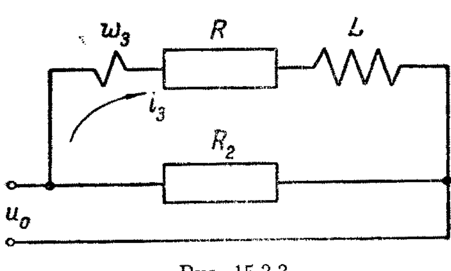


Рис. 15.3.3

цепи таковы, что время нарастания ампер-витков $(iw)_з$ мало, а ампер-витки iw за это время можно считать приблизительно постоянными. Ампер-витки $(iw)_з$ противоположны ампер-виткам iw. В этом случае суммарные ампер-витки $(iw) - (iw)_з$ уменьшаются (рис. 15.3.4), достигая в точке t_1 величины ампер-витков отпускания $(iw)_{от}$. В этот момент реле Р отпускает и его контакт перебрасывается в нейтральное положение. Отпускает также реле $Р_1$, контакт которого замыкает накоротко цепь якоря и цепь обмотки $w_з$. Ампер-витки обмотки $w_з$ начинают убы-

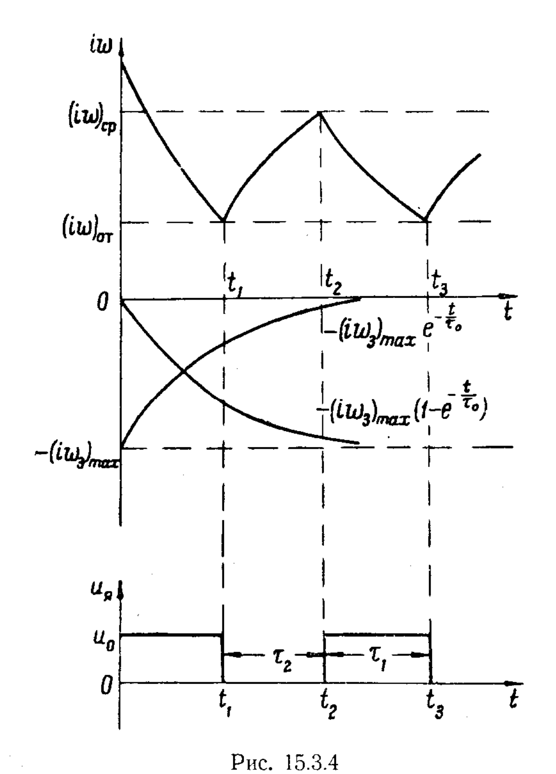


Рис. 15.3.4

вать по закону (15.3.5). Суммарные ампер-витки $(iw) - (iw)_з$ увеличиваются (участок $t_1 - t_2$ на рис. 15.3.4). В точке t_2 суммарные ампер-витки снова достигают величины $(iw)_{ср}$, реле Р срабатывает и процесс повторяется. К якорю двигателя будут подводиться импульсы напряжения одного знака постоянной амплитуды u_0 и длительности τ_1 (рис. 15.3.4).

Поскольку электромеханическая постоянная времени двигателя T_1 мала, якорь двигателя будет реагировать на каждый импульс. При этом время вращения якоря и угол поворота пропорциональны длительности импульса. Процесс отработки за-

данного сигнала управления u происходит прерывисто. Поэтому целесообразно оперировать со средней скоростью отклонения руля. Используя уравнение (15.3.1) и учитывая, что $\dot{\delta} = \omega/n$, а n — коэффициент передачи редуктора, для среднего угла отклонения руля δ получим уравнение

$$T_1 \ddot{\delta} + \dot{\delta} = \frac{k_{\text{п}}}{n} u_{\text{ср}} - \frac{k_{\text{н}}}{n} M_{\text{ш}}. \qquad (15.3.6)$$

Величина среднего значения напряжения $u_{\text{ср}}$, подводимого к якорю, равна:

$$u_{\text{ср}} = \frac{\tau_1}{\tau_1 + \tau_2} u_0, \qquad (15.3.7)$$

где τ_1 и τ_2 равны:

$$\tau_1 = \tau_0 \ln \frac{(iw_3)_{\max} - iw + (iw)_{\text{ср}}}{(iw_3)_{\max} - iw + (iw)_{\text{от}}},$$

$$\tau_2 = \tau_0 \ln \frac{iw - (iw)_{\text{от}}}{iw - (iw)_{\text{ср}}}.$$

Формулы для величин τ_1 и τ_2 получаются путем использования формул (15.3.3) и (15.3.5) и графиков на рис. 15.3.4. Для этого предварительно определяем моменты времени t_1, t_2, t_3, обозначенные на рис. 15.3.4, в которых суммарные ампер-витки iw достигают соответственно значений $(iw)_{\text{от}}$, $(iw)_{\text{ср}}$, $(iw)_{\text{от}}$. После этого вычисляем $\tau_1 = t_3 - t_2$, $\tau_2 = t_2 - t_1$.

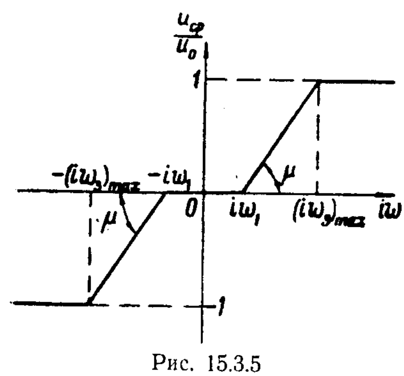


Рис. 15.3.5

На рис. 15.3.5 показана зависимость

$$u_{\text{ср}}/u_0 = \varphi(iw). \qquad (15.3.8)$$

Учитывая, что ампер-витки управляющей обмотки $(iw)_1$ обычно пропорциональны напряжению управляющего сигнала u', а ампер-витки обмотки отрицательной обратной связи $(iw)_2$ пропорциональны углу отклонения руля δ, имеем

$$iw = m' u' - l\delta, \qquad (15.3.9)$$

где l, m' — постоянные коэффициенты пропорциональности.

Следовательно, уравнения рулевой машины имеют вид

$$T_1 \ddot{\delta} + \dot{\delta} = \frac{k_0 u_0}{n} \varphi(iw) - \frac{k_{\text{н}}}{n} M_{\text{ш}}, \quad iw = m' u' - l\delta. \qquad (15.3.10)$$

Для участка линейности функции $\varphi(iw)$ и без учета зоны не-

чувствительности уравнения (15.3.10) упрощаются и принимают вид

$$T_1 T_0 \ddot{\delta} + T_0 \dot{\delta} + \delta = ku' - \frac{k_н}{k_0 u_0 cl} M_ш, \qquad (15.3.11)$$

где $T_0 = n/k_0 u_0 cl$, $k = m'/l$, $c = \mathrm{tg}\,\mu$ (рис. 15.3.5).

Работа схемы (рис. 15.3.1) была рассмотрена в предположении, что $iw = \mathrm{const}$. Фактически управляющий сигнал u', следовательно, и ампер-витки iw медленно изменяются. В этом случае среднее напряжение, подаваемое на якорь, является линейной функцией ампер-витков iw и их производной. Это следует из того, что передаточная функция реле, линеаризованного внутренними автоколебаниями за счет запаздывающей отрицательной обратной связи, охватывающей реле, имеет вид ([1], § 10.8).

$$\Phi(\lambda) = \frac{1}{k_1}(\tau_0 \lambda + 1), \qquad (15.3.12)$$

где $k_1 = 1/(R + r)$, $\tau_0 = (L + L_в)/(R + r)$. Таким образом, уравнения рулевой машины имеют вид

$$\left.\begin{aligned} (T_1 p^2 + p)\,\delta &= \frac{k_0 u_0}{n} \varphi((iw)_1) - \frac{k_н}{n} M_ш, \\ (iw)_1 &= \frac{1}{k_1}(\tau_0 p + 1)(iw), \quad iw = mu' - l\delta. \end{aligned}\right\} \qquad (15.3.13)$$

Полная структурная схема рулевой машины изображена на рис. 15.3.6. Функция φ_δ на схеме характеризует ограничение от-

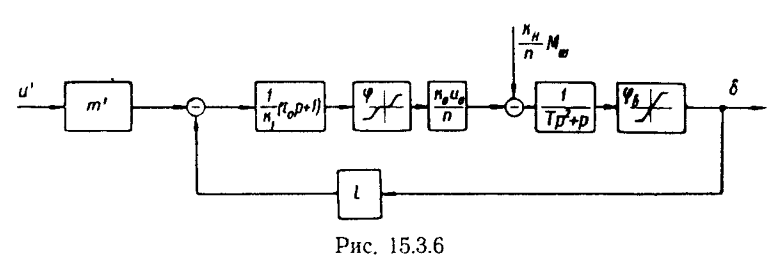


Рис. 15.3.6

клонения руля. Если пренебречь нелинейностью функции φ, то получим полное линейное уравнение вида

$$[T_1 T p^2 + (T + \tau_0) p + 1]\,\delta = k(\tau_0 p + 1)\,u' - \frac{k_н k_1}{k_0 u_0 cl} M_ш, \quad (15.3.14)$$

где $T = k_1 T_0$. Быстродействие электрической рулевой машины ограничивается сравнительно небольшими предельными скоростями движения руля при заданной мощности и габаритах.

§ 15.4. РУЛЕВЫЕ МАШИНЫ С ПНЕВМАТИЧЕСКИМИ И ГИДРАВЛИЧЕСКИМИ ДВИГАТЕЛЯМИ

Рулевые машины с пневматическими и гидравлическими двигателями обладают более высоким быстродействием, чем электрические, при тех же габаритах и весах вследствие большей напряженности силы (напряженность силы в гидравлических и пневматических двигателях достигает 200—300 *кг/см*^{2}, а в электрических 4—6 *кг/см*^{2}). Одна из возможных принципиальных схем пневматической рулевой машины с жесткой отрицательной обратной связью по углу отклонения руля приведена на рис. 15.4.1. Пневмодвигатель имеет подвижный пневмоцилиндр *1* и

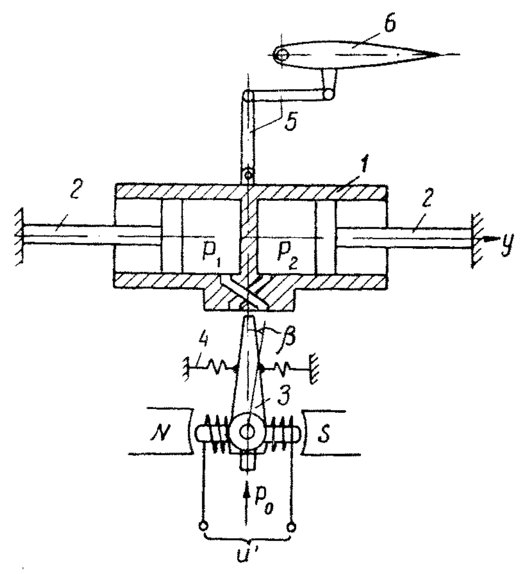


Рис. 15.4.1

неподвижные поршни *2*. В пневмоцилиндре имеются отверстия, через которые подается воздух или другой газ из струйной трубки *3*. Струйная трубка связана с магнитоэлектрическим устройством ([1], § 3.7), поворачивающимся в магнитном поле постоянного магнита при подаче в управляющую обмотку управляющего напряжения u'. Струйная трубка при отсутствии управляющего сигнала u' удерживается в нейтральном положении пружиной *4*. При этом давления в полостях пневмоцилиндра одинаковые. При перемещении струйной трубки относительно отверстий пневмоцилиндра давление в одной полости становится больше, чем во второй. Образуется перепад давления $p = p_1 - p_2$. Пневмоцилиндр приходит в движение и через тягу *5* поворачивает руль *6* (рис. 15.4.1). Так как приемные сопла распределителя соединены с противоположными полостями

рис. 15.4.1), то пневмоцилиндр перемещается в сторону, противоположную повороту струйной трубки. Этим самым осуществляется отрицательная жесткая обратная связь по углу отклонения руля в силу того, что поворот руля и перемещение цилиндра связаны передаточным числом n.

Вращающий момент в магнитоэлектрическом устройстве уравновешивается моментом пружин 4. Движение струйной трубки описывается уравнением колебательного звена ([1], § 9.12). Однако приближенно движение струйной трубки хорошо описывается уравнением идеального запаздывающего звена с постоянным запаздыванием $\tau = 0{,}01 \div 0{,}02$ *сек*.

$$\beta_1 = k_1 e^{-\tau p} u', \tag{15.4.1}$$

где β_1 — угол поворота струйной трубки от нейтрального положения; u' — управляющий сигнал; k_1 — постоянный коэффициент.

Как показано в [1], § 9.12, движение пневмоцилиндра приближенно при пренебрежении инерционностью образования перепада давления p, инерционными силами и вязким демпфированием, а также шарнирным моментом, который мал по сравнению с движущим моментом, в этой схеме может быть описано уравнением

$$\left.\begin{aligned} \dot{y} &= k_2 \left[\varphi(\varepsilon) - \frac{N}{\zeta S p_0} \operatorname{sgn} \dot{y}\right], \\ \varepsilon &= \beta_1 - k' y, \quad y = n\delta, \end{aligned}\right\} \tag{15.4.2}$$

где y — перемещение пневмоцилиндра; δ — угол отклонения руля; S — площадь поршня; p_0 — давление в магистрали; N — сила сухого трения цилиндра о поршни; ζ — коэффициент, учитывающий потери давления; k' — коэффициент перевода линейного перемещения в угловое; функция $\varphi(\varepsilon)$ имеет вид, изображенный на рис. 15.4.2, и характеризует ограничение отклонения струйной трубки.

Величина $N/\zeta S p_0 < 1$. Зависимость в правой части выражения (15.4.2) представляет собой нелинейность типа ограничения с зоной нечувствительности типа

$$\varphi_1(\varepsilon) = \begin{cases} -1 + \dfrac{N}{\zeta S p_0} & \text{при } \varepsilon < -\varepsilon_{\max}, \\ \varphi(\varepsilon) + \dfrac{N}{\zeta S p_0} & \text{при } -\dfrac{\zeta S p_0 - N}{N} < \varepsilon < -\dfrac{N}{\zeta S p_0}, \\ 0 & \text{при } -\dfrac{N}{\zeta S p_0} \leqslant \varepsilon \leqslant \dfrac{N}{\zeta S p_0}, \\ \varphi(\varepsilon) - \dfrac{N}{\zeta S p_0} & \text{при } \dfrac{N}{\zeta S p_0} < \varepsilon \leqslant \dfrac{\zeta S p_0 - N}{N}, \\ 1 - \dfrac{N}{\zeta S p_0} & \text{при } \varepsilon > \varepsilon_{\max}. \end{cases} \tag{15.4.3}$$

График функции $\varphi_1(\varepsilon)$ изображен на рис. 15.4.3.
Уравнения рулевой машины принимают вид

$$\dot{\delta} = \frac{k_2}{n} \varphi_1(\varepsilon), \quad \varepsilon = \beta_1 - k' n \delta, \quad \beta_1 = k_1 u'(t - \tau). \qquad (15.4.4)$$

Структурная схема пневматической рулевой машины изображена на рис. 15.4.4. Функция φ_δ характеризует ограничение отклонения руля.

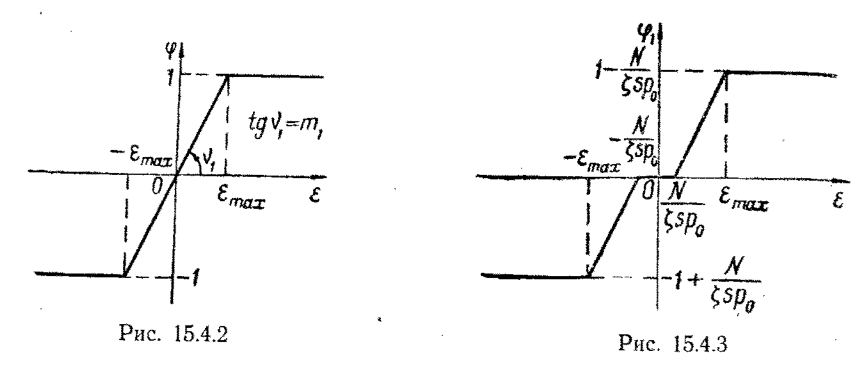


Рис. 15.4.2 Рис. 15.4.3

В линейной зоне функций φ_1 и φ_δ и при пренебрежении трением N и запаздыванием τ уравнения рулевой машины (15.4.4) принимают форму

$$T\dot{\delta} + \delta = ku', \qquad (15.4.5)$$

где $T = 1/k' k_2 m_1$, $k = k_1/k' n$.

Учет влияния шарнирного момента приводит к изменению скоростной характеристики пневмодвигателя, т. е. характеристики $\varphi_1(\varepsilon)$. Это равносильно наличию дополнительной отри-

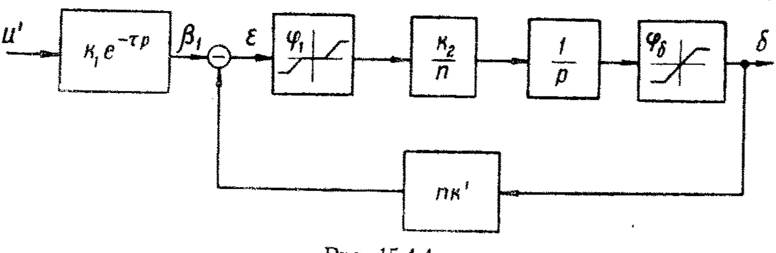


Рис. 15.4.4

цательной обратной связи выходной переменной со входом. Однако в данной схеме этой дополнительной обратной связью можно пренебречь, как было сказано выше.

Другая схема пневматической рулевой машины без использования жесткой отрицательной обратной связи по углу отклонения руля представлена на рис. 15.4.5. Отличие этой схемы

состоит в том, что поршень 2 подвижен и связан с рулем, а пневмоцилиндр 1 неподвижен. Уравнения работы такой рулевой машины аналогичны уравнениям (15.4.1) и (15.4.2). Однако в рассматриваемой схеме необходимо учесть действующий на руль шарнирный момент $M_ш$:

$$\dot{y} = k_2 \left[\varphi(\varepsilon) - \frac{N}{\zeta S p_0} \operatorname{sgn} \dot{y} - \frac{n M_ш}{\zeta S p_0} \right], \quad \varepsilon = \beta_1, \quad y = n\delta. \qquad (15.4.6)$$

Принимая во внимание выражение для функции $\varphi_1(\varepsilon)$, систему уравнений (15.4.6) перепишем в форме

$$\dot{\delta} = \frac{k_2}{n} \varphi_1(\varepsilon) - \frac{k_2 M_ш}{\zeta S p_0}, \quad \varepsilon = k_1 u'(t-\tau). \qquad (15.4.7)$$

Шарнирный момент в рассматриваемой схеме выполняет роль жесткой отрицательной обратной связи, так как содержит величину, пропорциональную углу отклонения руля. Шарнирный момент аэродинамического руля $M_ш$ выражается формулой

$$M_ш = S_р l_р \; q \, (m_ш^\delta \delta \pm m_ш^\alpha \dot{\alpha}), \qquad (15.4.8)$$

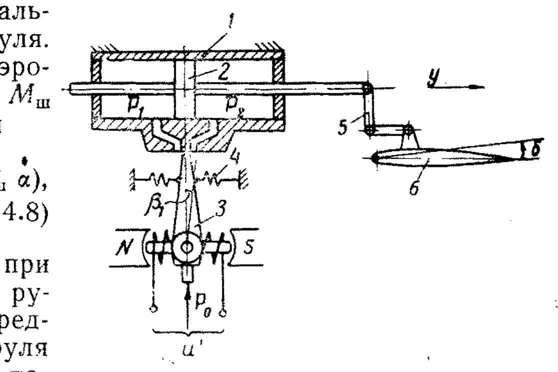


Рис. 15.4.5

где знак «+» берется при заднем расположении руля, а знак «—» при переднем расположении руля относительно несущих поверхностей;

α — угол атаки (или скольжения). Шарнирный момент газодинамического руля равен:

$$M_ш = S_р l_р q_г m_ш^\delta \delta, \qquad (15.4.9)$$

где $q_г$ — скоростной напор газового потока, в котором расположены рули.

Структурная схема рулевой машины рассматриваемого типа при аэродинамическом управлении приведена на рис. 15.4.6. При работе рулевой машины в линейных зонах функций φ_1 и φ_δ и при пренебрежении трением и запаздыванием получаем

$$T\dot{\delta} + \delta = ku' \pm \frac{m_ш^\alpha}{m_ш^\delta} \alpha, \qquad (15.4.10)$$

где $T = \zeta S p_0 / k_2 S_р l_р q m_ш^\delta$, $k = \zeta S p_0 k_1 m_1 / S_р l_р m_ш^\delta q n$.

При газодинамическом управлении вместо (15.4.10) получим

$$T\dot{\delta} + \delta = ku'/q. \qquad (15.4.11)$$

Принципиальные схемы гидравлических рулевых машин мало отличаются от схем пневматических рулевых машин. Разница заключается в использовании другого рабочего тела — жидкости (как правило, используют масло), в ином конструктивном выполнении самой рулевой машины и распределительного устройства золотникового типа.

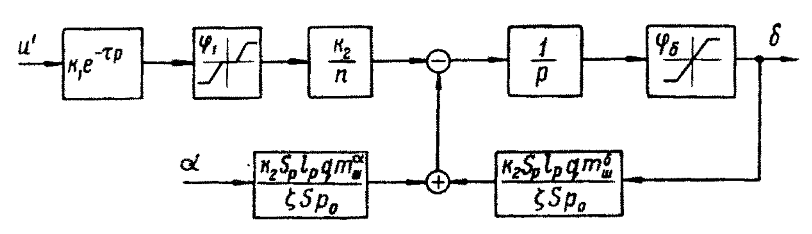


Рис. 15.4.6

На рис. 15.4.7 представлена принципиальная схема гидравлической рулевой машины без жесткой отрицательной обратной связи по углу отклонения руля. Рулевая машина состоит из неподвижного гидроцилиндра *1*, в котором перемещается поршень *2*, связанный тягой *5* с рулем *6*. Золотниковый распределитель *3* управляется магнитоэлектрическим устройством. При

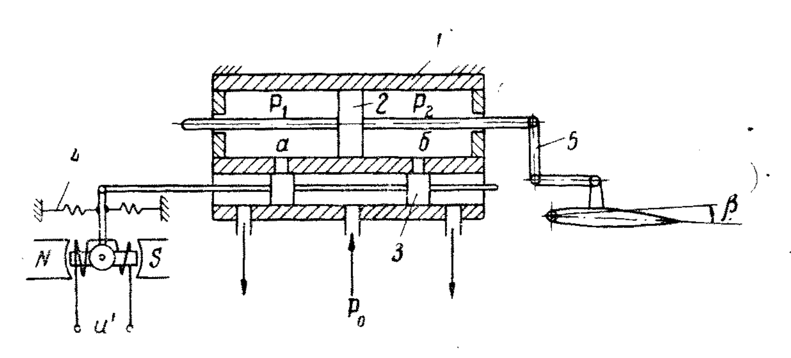


Рис. 15.4.7

нейтральном положении золотникового распределителя закрыт доступ рабочей жидкости в рабочий цилиндр *1*. При наличии управляющего сигнала магнитоэлектрическое устройство перемещает поршни золотника. Смещение золотника открывает доступ рабочей жидкости в одну из полостей гидроцилиндра, например в правую, а левую полость сообщает со сливным отверстием. Создается разность давлений в полостях гидроцилиндра. Под действием разности давлений поршень перемещается и перемещает руль. Динамические характеристики гидравлических рулевых машин аналогичны характеристикам пневматических

машин, а работа их описывается теми же рассмотренными выше уравнениями. В частности, уравнениями работы гидравлической рулевой машины, представленной на рис. 15.4.7, являются уравнения (15.4.7).

§ 15.5 РУЛЕВЫЕ МАШИНЫ С ЭЛЕКТРОМАГНИТАМИ

Рулевые машины с электромагнитами используются для отклонения рулей, виброрулей, элеронов, виброэлеронов, перемещения интерцепторов и управляющих заслонок. Различают две схемы рулевых машин такого типа: 1) схему непрерывного включения, обеспечивающую отклонение руля всегда на предельную величину в направлении, зависящем от знака сигнала; 2) схему прерывистого включения электромагнита, обеспечивающую работу руля **в** виброрежиме.

Принципиальная схема электромагнитной рулевой машины первого типа приведена на рис. 15.5.1. Рулевая машина состоит

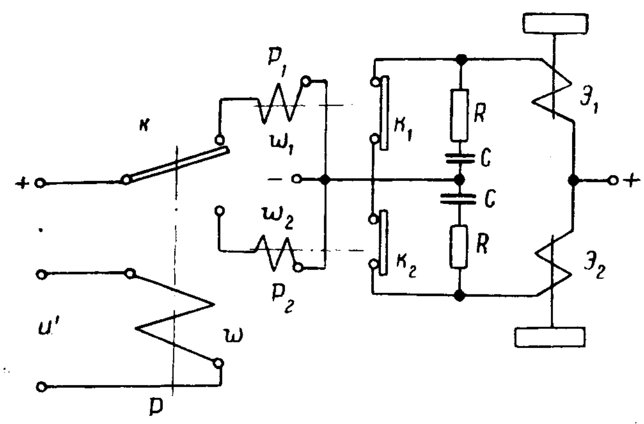


Рис. 15.5.1

из управляющего реле Р, силовых реле P_1 и P_2 и электромагнитов $Э_1$, $Э_2$. Цепочки, состоящие из сопротивления R и емкостей C, являются искрогасящими. Если ампер-витки обмотки управления положительны, $iw > 0$, то контакт К реле Р перебросится, например, вверх. При этом срабатывает реле P_1, замыкая контакт K_1. Срабатывает электромагнит $Э_1$, отклоняя руль вверх. Если $iw < 0$, то контакт К реле Р перебросится вниз, что приводит к срабатыванию реле P_2 и электромагнита $Э_2$. При этом руль отклоняется на постоянный угол вниз. Закон отклонения руля с учетом запаздывания на время τ, характеризующим немгновенность срабатывания реле и электромагнитов, в этом случае можно представить в форме

$$\delta = \delta_0 \operatorname{sgn} u'(t-\tau), \qquad (15.5.1)$$

где δ_0 — постоянное значение отклонения руля.

Схема прерывистого включения электромагнитов ничем не отличается от только что рассмотренной схемы. Однако управляющий сигнал, поступающий на вход электромагнитной рулевой машины, задается в этом случае в виде чередующихся положительных и отрицательных импульсов (рис. 15.5.2). Информация об управляющем воздействии в этом случае заключается в коэффициенте команды K, равном:

$$K = \frac{t_1 - t_2}{t_1 + t_2}, \qquad (15.5.2)$$

где t_1 — длительность положительного импульса; t_2 — длительность отрицательного импульса.

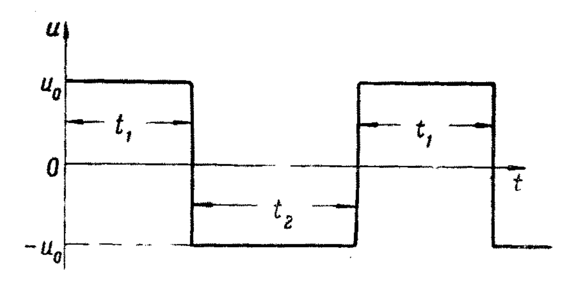


Рис. 15.5.2

Уравнение отклонения руля в этом случае также имеет вид (15.5.1). Частота следования прерывистого сигнала составляет обычно 5—10 *гц*. С такой же частотой колеблется руль. Так как частота собственных колебаний ракеты относительно центра массы обычно на порядок ниже, то ракета реагирует только на средний момент, создаваемый при колебаниях руля, который пропорционален коэффициенту команды K. При подаче на вход электромагнитной рулевой машины непрерывного сигнала и необходимости получения пропорционального управления применяют один из известных способов линеаризации управляющего реле Р. Такая линеаризация может быть осуществлена путем подачи дополнительно на вход реле переменного высокочастотного сигнала ([1], § 10.7). В результате управляющий сигнал будет иметь вид, изображенный на рис. 15.5.2, а информация об управляющем воздействии будет заключена в коэффициенте команды.

§ 15.6. ОБЩАЯ ФОРМА ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ

Присоединяя к уравнениям, написанным в § 15.1, уравнения измерителей, устройств формирования параметров управления, рулевых машин, выражения параметров управления и других измеряемых величин через элементы движения ракеты, получим

Глава 16

СТАБИЛИЗАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК РАКЕТ

§ 16.1. НАСТРОЙКА КОЭФФИЦИЕНТА УСИЛЕНИЯ СИСТЕМЫ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ РЕЖИМА ПОЛЕТА

При аэродинамическом управлении управляющая сила, как известно, приблизительно пропорциональна углу атаки (скольжения или крена) и скоростному напору. Таким образом, при одном и том же угле атаки управляющая сила будет тем больше, чем больше скоростной напор, и наоборот. Чтобы обеспечить независимость управляющей силы от скоростного напора, необходимо сделать угол атаки ракеты, при данном управляющем сигнале, обратно пропорциональным скоростному напору. Это может быть достигнуто настройкой некоторых параметров системы управления в зависимости от режима полета, что позволяет существенно улучшить качество управления и улучшить точность наведения ракет.

Рассмотрим существо дела на примере продольного канала управления, для которого выражение для управляющей силы имеет вид:

$$Y = c_y^\alpha Sq\alpha. \tag{16.1.1}$$

В установившемся режиме угол атаки ракеты пропорционален углу отклонения руля. Как следует из уравнения (1.5.6), при $c_{\dot{\theta}} = 0$ угол атаки α равен:

$$\alpha = -\frac{c_\delta}{c_\alpha}\delta. \tag{16.1.2}$$

Отношение c_δ/c_α мало изменяется при изменении скорости полета и его приближенно можно считать постоянной величиной. Отклонение руля δ в установившемся режиме при наличии жесткой обратной связи по углу отклонения руля пропорционально управляющему сигналу u':

$$\delta = k' u'. \tag{16.1.3}$$

Чтобы аэродинамическая управляющая сила была пропорциональна управляющему сигналу и не зависела от изменения режима полета ракеты (от изменения скоростного напора q), можно применить способ изменения коэффициента усиления k'

рулевой машины обратно пропорционально фактически действующему скоростному напору q. Это можно осуществить схемой изменения напряжения жесткой обратной связи рулевой машины, показанной на рис. 16.1.1.

Потенциометр обратной связи П имеет переменную длину l. Изменение рабочей длины потенциометра производится путем перемещения ползуна Д за счет изменения давления скоростного напора на площадку, помещенную в потоке. Длина потенциометра l_1 изменяется в соответствии с зависимостью

$$l_1 = \frac{k_1}{q}. \tag{16.1.4}$$

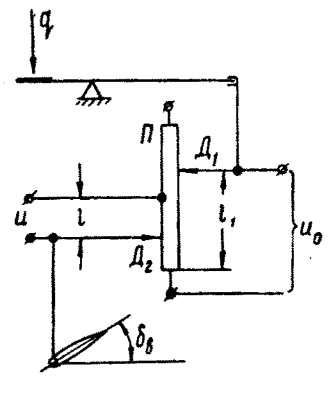


Рис. 16.1.1

Если к потенциометру П подводится напряжение u_0, то напряжение обратной связи u_1 равно:

$$u_1 = \frac{l}{l_1} u_0 = \frac{l}{k_1} q u_0. \tag{16.1.5}$$

Имея в виду, что $l = c\delta$, формулу (16.1.5) для напряжения обратной связи перепишем в форме

$$u_1 = \frac{c u_0 q}{k_1} \delta. \tag{16.1.6}$$

Пренебрегая нелинейностями, уравнение рулевой машины с жесткой отрицательной обратной связью по углу отклонения руля можно записать в виде

$$\dot{\delta} = -(k_0 u' - k_2 u_1), \tag{16.1.7}$$

где k_0, k_2 — постоянные коэффициенты. Подставляя в (16.1.7) выражение для u_1 из (16.1.6), получим

$$\dot{\delta} = k_0 u' - \frac{k_2 c u_0 q}{k_1} \delta. \tag{16.1.8}$$

Отсюда в установившемся режиме при $\dot{\delta}_в = 0$ получим

$$\delta = \frac{k}{q} u', \tag{16.1.9}$$

где $k = k_0 k_1 / k_2 c u_0$ — коэффициент усиления рулевой машины. Таким образом, при применении вышеприведенной схемы изменения напряжения обратной связи угол отклонения руля при одном и том же управляющем сигнале зависит от скоростного напора. Имея в виду (16.1.9) и (16.1.2), получим по формуле (16.1.1)

$$Y = -\frac{c_y^\alpha S c_\delta k}{c_\alpha} u'. \tag{16.1.10}$$

Таким образом, величина управляющей силы пропорциональна управляющему сигналу u' и не зависит от скоростного напора.

Рассмотренная схема достаточно проста и может быть применена при малом диапазоне изменения скоростного напора. Возможно также непосредственно изменять коэффициенты усиления различных цепей системы управления в зависимости от измеренного значения скоростного напора. Однако схема при этом получается сложнее. Для упрощения схемы можно ограничиться установкой необходимого постоянного значения коэффициента усиления (или некоторых коэффициентов усиления) перед пуском ракеты, если каждый конкретный полет ракеты происходит при изменении скоростного напора в небольших пределах. Если каждый полет ракеты происходит при значительном изменении скоростного напора, то необходимо обеспечить программное изменение соответствующих коэффициентов в полете.

§ 16.2. ПРИМЕНЕНИЕ КОРРЕКТИРУЮЩИХ ЦЕПЕЙ СО СКОРОСТНЫМИ ГИРОСКОПАМИ

Для улучшения динамических характеристик процесса движения ракеты вокруг центра массы эффективно применение дополнительных измерителей — скоростных двухстепенных (демпфирующих) гироскопов. Эти приборы, устанавливаемые на ракете и измеряющие угловые скорости вращения ракеты относительно связанных осей ω_{x_1}, ω_{y_1}, ω_{z_1}, включаются в отрицательные обратные связи, охватывающие объект управления. Эти отрицательные внутренние обратные связи являются корректирующими цепями. Они изменяют динамические характеристики объекта, так как сигнал скоростного гироскопа создает дополнительное искусственное демпфирование движения ракеты относительно центра массы и, как будет показано ниже, повышает стабильность динамических характеристик ракеты при заданном диапазоне высот и скоростей полета.

Скоростной двухстепенной гироскоп должен быть установлен на ракете так, чтобы ось его чувствительности совпадала с осью измерения (т. е. с осью вращения, угловую скорость которого необходимо измерить). Тогда выходной сигнал гироскопического измерителя в установившемся режиме будет пропорционален измеряемой угловой скорости.

Рассмотрим применение скоростного гироскопа на примере стабилизации продольного канала управления крестокрылой ракеты при малом угле крена. Уравнение движения ракеты относительно оси Pz_1 возьмем в форме (10.1.3). Уравнение работы гироскопического измерителя угловой скорости ω_{z_1} рассмотрено в [1], § 3.5. Пренебрегая инерционностью измерителя, это уравнение запишем в форме

$$u_\text{г} = k_\text{г}\, \omega_{z_1}, \qquad (16.2.1)$$

где $k_г$ — коэффициент усиления измерителя; $u_г$ — выходной сигнал измерителя.

Уравнение рулевой машины, имеющей жесткую обратную связь, пренебрегая запаздыванием и нелинейностями, приближенно примем в форме

$$\delta = k\,(u' + u_г), \tag{16.2.2}$$

где u' — сигнал управления. Уравнения (16.2.1) и (16.2.2) представляют собой в упрощенной форме закон управления для канала стабилизации. Полная система уравнений движения ракеты имеет в данном случае вид

$$\left.\begin{array}{l} \ddot{\alpha} + c_{\dot{\alpha}}\dot{\alpha} + c_\alpha \alpha = c_0 - c_\delta \delta, \qquad \dot{\theta} = A_\alpha \alpha - \dfrac{g_y}{v}, \\ \omega_{z_1} = \dot{\vartheta}, \;\; \vartheta = \theta + \alpha, \;\; u_г = k_г \omega_{z_1}, \;\; \delta = k\,(u' + u_г). \end{array}\right\} \tag{16.2.3}$$

Исключая из уравнений (16.2.3) переменные $\theta, \vartheta, \omega_{z_1}, \delta_в, u_г$, получим уравнение относительно угла атаки α:

$$\ddot{\alpha} + (c_{\dot{\alpha}} + c_\delta k k_г)\dot{\alpha} + (c_\alpha + c_\delta k k_г A_\alpha)\alpha = c_0 - c_\delta k u' + c_\delta k k_г \frac{g_y}{v}. \tag{16.2.4}$$

Из уравнения (16.2.4) следует, что использование сигнала скоростного гироскопа дает возможность изменять коэффициент демпфирования $c_{\dot{\alpha}} + c_\delta k k_г$ и отчасти коэффициент статической устойчивости ракеты $c_\alpha + c_\delta k k_г A_\alpha$. Выбором коэффициентов k и $k_г$ можно обеспечить желаемые динамические характеристики движения ракеты относительно центра массы при различных режимах полета. Эти параметры могут быть выбраны из анализа устойчивости, качества и длительности переходного процесса любым из методов теории стационарных автоматических систем ([1], § 6.7). Применяя корректирующие цепи подобного типа, удается обеспечить хорошее протекание переходного процесса движения ракеты относительно центра массы на больших высотах и при малых скоростях полета, так как применение сигнала скоростного гироскопа дает возможность в значительной степени увеличить демпфирование колебаний ракеты вокруг центра массы. Применение сигнала скоростного гироскопа позволяет также в некоторой степени стабилизировать динамические характеристики ракеты при аэродинамическом управлении.

Действительно, полагая в установившемся режиме $\dot{\alpha} = \ddot{\alpha} = 0$, из уравнения (16.2.4) получим установившееся значение угла атаки

$$\alpha = \frac{c_0 - c_\delta k u'}{c_\alpha + c_\delta k k_г A_\alpha} + \frac{c_\delta k k_г}{c_\alpha + c_\delta k k_г A_\alpha}\,\frac{g_y}{v}. \tag{16.2.5}$$

Вычислим величину поперечного управляющего ускорения в этом случае

$$vA_\alpha' \alpha = vA_\alpha' \frac{c_0 - c_\delta ku' + c_\delta kk_г g_y/v}{c_\alpha + c_\delta kk_г A_\alpha} \cdot \qquad (16.2.6)$$

Разделим числитель и знаменатель выражения (16.2.6) на коэффициент усиления k:

$$vA_\alpha' \alpha = vA_\alpha' \frac{c_0/k - c_\delta u' + c_\delta k_г g_y/v}{c_\alpha/k + c_\delta k_г A_\alpha} \cdot \qquad (16.2.7)$$

При достаточно большом коэффициенте усиления k, удовлетворяющем условию устойчивости и точности, величинами c_α/k и c_0/k в (16.2.7) можно пренебречь по сравнению с $c_\delta k_г A_\alpha'$ и $c_\delta u'$.

В результате имеем

$$vA_\alpha' \alpha = -\frac{u'}{k_г}\frac{A_\alpha'}{A_\alpha} v + g_y \frac{A_\alpha'}{A_\alpha} . \qquad (16.2.8)$$

Так как $A_\alpha'/A \approx 1$, то отсюда следует, что в рассматриваемом случае поперечное ускорение ракеты линейно зависит от скорости полета v. Более полную стабилизацию можно получить при использовании сигналов акселерометров.

§ 16.3. ПРИМЕНЕНИЕ КОРРЕКТИРУЮЩИХ ЦЕПЕЙ С АКСЕЛЕРОМЕТРАМИ

При аэродинамическом управлении эффективность управления зависит от режима полета, так как одному и тому же значению параметра управления (и одному и тому же углу отклонения руля) отвечают разные управляющие ускорения $vA_\alpha \alpha$ и $vB_\beta \beta$ при различных значениях скоростного напора q. Чтобы обеспечить слабую зависимость управляющих сил, а следовательно, и управляющих ускорений от режима полета, необходимо обеспечить автоматическую регулировку интенсивности работы рулей в зависимости от выходных сигналов ракеты, т. е. в зависимости от управляющих ускорений. Более того, желательно иметь динамическую характеристику ракеты от входного управляющего сигнала до выходного управляющего поперечного ускорения близкой к характеристике безынерционного усилителя. Это может быть достигнуто путем охвата объекта управления отрицательной обратной связью по выходному сигналу с большим коэффициентом усиления в цепи обратной связи ([1], § 12.2). В данном случае для этой цели могут быть применены акселерометры, измеряющие поперечную составляющую ускорения ракеты. Акселерометры обычно жестко устанавливаются на ракете по возможности ближе к центру массы, так, чтобы их оси чувствительности были направлены по соответствующим

связанным осям ракеты. Установка вблизи центра массы необходима для того, чтобы не сказывались ускорения от вращения ракеты.

Вычислим ускорения ракеты в проекции на оси y_1 и z_1 связанной системы координат при аэродинамическом управлении. В общем случае для ракет самолетной схемы эти ускорения на оси y_1 и z_1 равны (рис. 16.3.1):

$$a_{y_1} = g_{y_1} + \frac{Sq\,(c_y^\alpha \alpha + c_y^0)}{m}\cos\alpha + \frac{c_x Sq}{m}\cos\beta\sin\alpha - \\ - \frac{c_z^\beta Sq\beta}{m}\sin\beta\sin\alpha,$$

$$a_{z_1} = g_{z_1} - \frac{c_z^\beta Sq\beta}{m}\cos\beta - \frac{c_x Sq}{m}\sin\beta, \qquad (16.3.1)$$

где g_{y_1} и g_{z_1} — проекции ускорения силы тяжести на оси y_1 и z_1. Акселерометры измеряют проекции нормального ускорения ракеты на связанные оси за вычетом соответствующих проекций силы тяжести ([1], § 3.6). Используя ранее введенные обозначения

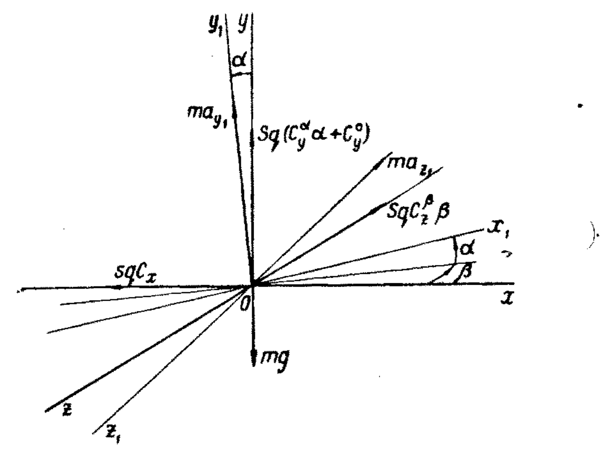


Рис. 16.3.1

$A_\alpha' = \frac{c_y^\alpha Sq}{mv}$, $B_\beta' = \frac{c_z^\beta Sq}{mv}$, $A_0 = \frac{c_y^0 Sq}{mv}$ и принимая во внимание, что $c_x \ll c_y^\alpha$, $c_x \ll c_z^\beta$, для малых углов атаки и скольжения получим выражения для измеряемых акселерометрами ускорений

$$a_{y_1} - g_{y_1} = vA_0 + vA_\alpha'\alpha; \quad a_{z_1} - g_{z_1} = -vB_\beta'\beta. \qquad (16.3.2)$$

Заметим, что для крестокрылых ракет $A_0 = 0$ и формулы (16.3.2) принимают более простой вид. Рассмотрим применение акселе-

рометра на примере продольного канала управления крестокрылой ракеты при малом угле крена. В этом случае измеряемое акселерометром ускорение равно:

$$a_{y_1} - g_{y_1} = vA_\alpha{}' \alpha. \qquad (16.3.3)$$

Акселерометр в динамическом отношении представляет собой колебательное звено ([1], § 3.6). Однако для наших целей пренебрежем инерционностью акселерометра и запишем его уравнение в форме

$$u_a = k_a vA_\alpha{}' \alpha, \qquad (16.3.4)$$

где k_a — коэффициент усиления акселерометра.

При наличии отрицательной обратной связи от измерителя поперечного ускорения жесткая отрицательная обратная связь по углу отклонения руля в рулевой машине может отсутствовать. Используются одновременно обе отрицательные обратные связи и по положению руля и по поперечному ускорению. Уравнение рулевой машины, имеющей жесткую обратную связь, так же, как и выше, примем в форме

$$\delta = k\,(u' + u_a), \qquad (16.3.5)$$

где u' — управляющий сигнал, зависящий от соответствующего параметра управления.

Полная система уравнений продольного движения крестокрылой ракеты в данном случае имеет вид:

$$\ddot{\alpha} + c_{\dot{\alpha}}\dot{\alpha} + c_\alpha \alpha = -c_\delta \delta; \quad \delta = k\,(u' + k_a vA_\alpha{}' \alpha). \qquad (16.3.6)$$

Исключая из уравнений (16.3.6) переменную δ, получим уравнение относительно α:

$$\ddot{\alpha} + c_{\dot{\alpha}}\dot{\alpha} + (c_\alpha + c_\delta k k_a vA_\alpha{}')\,\alpha = -c_\delta k u'. \qquad (16.3.7)$$

Таким образом, при использовании отрицательной обратной связи сигнала акселерометра увеличивается коэффициент статической устойчивости ракеты. Он становится равным $c_\alpha + c_\delta \times \times k k_a vA_\alpha{}'$. Из уравнения (16.3.7) определим установившееся значение угла атаки при заданном постоянном значении управляющего сигнала u':

$$\alpha = \frac{-c_\delta k u'}{c_\alpha + c_\delta k k_a vA_\alpha{}'}. \qquad (16.3.8)$$

Используя выражение (16.3.8), получим установившееся значение поперечного ускорения ракеты $vA_\alpha{}'\alpha$ при заданном постоянном значении управляющего сигнала u':

$$vA_\alpha{}'\alpha = -\frac{vA_\alpha{}' c_\delta k u'}{c_\alpha + c_\delta k k_a vA_\alpha{}'}. \qquad (16.3.9)$$

Отсюда при достаточно большом коэффициенте усиления k, до-

пустимом по условиям устойчивости и точности, при котором можно пренебречь величиной c_α/k по сравнению с $c_\delta k_a v A_\alpha'$, получим

$$vA_\alpha' \alpha = -\frac{1}{k_a} u'. \qquad (16.3.10)$$

Последнее выражение показывает независимость установившегося значения поперечного ускорения ракеты от режима полета.

Практически в системах управления используют одновременно отрицательные обратные связи по угловым скоростям вращения ракеты относительно связанных осей и по поперечным ускорениям, для чего необходимо использовать скоростные гироскопы и акселерометры. Возможно, однако, применение только акселерометров, выходные сигналы которых должны быть подвергнуты преобразованию с помощью оператора, вводящего производную. Но эта последняя операция связана с трудностями дифференцирования сигнала со случайными помехами. Поэтому, прежде чем дифференцировать такой сигнал, он должен быть отфильтрован. Рациональным подбором характеристик такого фильтра можно решить поставленную задачу.

§ 16.4. ПРИМЕНЕНИЕ КОРРЕКТИРУЮЩИХ ЦЕПЕЙ С АКСЕЛЕРОМЕТРАМИ И СКОРОСТНЫМИ ГИРОСКОПАМИ

Лучшую стабилизацию динамических характеристик ракеты в широком диапазоне изменения режима полета и хорошо демпфированный кратковременный переходный процесс установления углов атаки и скольжения при аэродинамическом рулевом управлении можно получить, если использовать одновременно обратные связи от скоростного гироскопа и акселерометра. Скоростные гироскопы и акселерометры устанавливаются на ракете так, как сказано в § 16.2 и 16.3.

Рассмотрим одновременное применение скоростного гироскопа и акселерометра также на примере продольного канала управления крылатой ракеты. Пренебрегая инерционностью и нелинейностью скоростного гироскопа и акселерометра, запишем сигналы этих измерителей в форме (16.2.1) и (16.3.4). Уравнение рулевой машины, имеющей жесткую обратную связь, примем в виде

$$\delta = k(u' + u_г + u_a). \qquad (16.4.1)$$

Полная система уравнений продольного движения ракеты имеет в данном случае вид:

$$\begin{gathered}\ddot{\alpha} + c_{\dot{\alpha}}\dot{\alpha} + c_\alpha \alpha = c_0 - c_\delta \delta,\\ \dot{\theta} = A_\alpha \alpha - \frac{g_y}{v}, \quad \omega_{z_1} = \dot{\vartheta}, \quad \vartheta = \theta + \alpha, \\ \delta_в = k(u' + k_г \omega_{z_1} + k_a v A_\alpha' \alpha).\end{gathered} \qquad (16.4.2)$$

На рис. 16.4.1 представлена структурная схема канала управления, соответствующая уравнениям (16.4.2) Исключая из уравнений (16.4.2) переменные δ, θ, ω_{z_1}, ϑ, получим уравнение для угла атаки α:

$$\ddot{\alpha} + (c_{\dot{\alpha}} + c_\delta k k_\text{г})\dot{\alpha} + (c_\alpha + c_\delta k k_\text{г} A_\alpha + c_\delta k k_a v A_\alpha')\alpha =$$
$$= c_0 - c_\delta k u' + c_\delta k k_\text{г} \frac{g_y}{v}. \qquad (16.4.3)$$

Таким образом, при использовании сигналов скоростного гироскопа и акселерометра увеличиваются коэффициенты статиче-

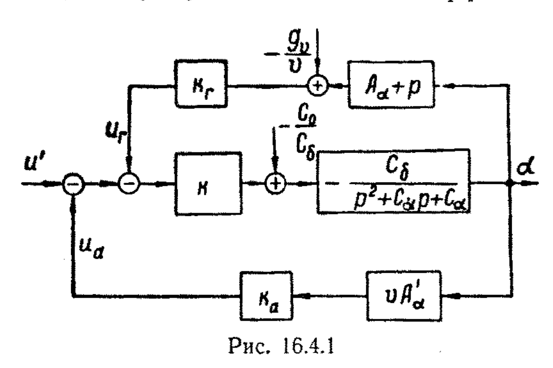


Рис. 16.4.1

ской устойчивости и демпфирования ракеты. Подбором коэффициентов k, $k_\text{г}$, k_a можно достигнуть кратковременного переходного процесса установления угла атаки с малой колебательностью. Установившееся значение угла атаки в этом случае получается из уравнения (16.4.3) в виде выражения

$$\alpha = \frac{c_0 - c_\delta k u' + c_\delta k k_\text{г} g_y/v}{c_\alpha + c_\delta k k_\text{г} A_\alpha + c_\delta k k_a v A_\alpha'}. \qquad (16.4.4)$$

Используя выражение (16.4.4), получим формулу для установившегося значения поперечного ускорения ракеты $vA_\alpha'\alpha$:

$$vA_\alpha'\alpha = vA_\alpha' \frac{c_0 - c_\delta k u' + c_\delta k k_\text{г} g_y/v}{c_\alpha + c_\delta k k_\text{г} A_\alpha + c_\delta k k_a v A_\alpha'}. \qquad (16.4.5)$$

При достаточно большом коэффициенте усиления k, допустимом по условиям устойчивости и точности управления, можно пренебречь величиной c_α/k по сравнению с членом $c_\delta k_a v A_\alpha'$. Кроме того, можно пренебречь членами c_0/k и $c_\delta k_\text{г} g_y/v$ по сравнению с членом $c_\delta u'$. Тогда из выражения (16.4.5) получаем формулу (16.3.10), которая показывает независимость установившегося поперечного ускорения ракеты от режима полета.

Практический интерес представляет схема, в которой управление ракетой ведется по интегралу от суммы управляющего

сигнала и сигнала акселерометра. В этой системе в рулевую машину подается сигнал $u_1 + u_г$, где $u_г$ — сигнал скоростного гироскопа, а u_1 — сигнал, получаемый в результате интегрирования суммы управляющего сигнала u' и сигнала акселерометра u_a. Приближенные уравнения применяемой аппаратуры, например, для продольного канала, запишем в том же виде, как и выше:

$$u_г = k_г \omega_{z_1}, \quad u_a = k_a v A_\alpha' \alpha; \quad \dot{u}_1 = u' + u_a, \quad \delta = k(u_1 + u_г). \tag{16.4.6}$$

Присоединим к ним уравнения движения ракеты

$$\ddot{\alpha} + c_{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + c_\alpha \alpha = c_0 - c_\delta \delta;$$

$$\dot{\theta} = A_\alpha \alpha - \frac{g_y}{v}, \quad \omega_{z_1} = \dot{\vartheta}, \quad \vartheta = \theta + \alpha. \tag{16.4.7}$$

На рис. 16.4.2 представлена структурная схема рассматриваемого канала управления, соответствующая уравнениям (16.4.6) и (16.4.7). Исключая из уравнений (16.4.6) и (16.4.7) перемен-

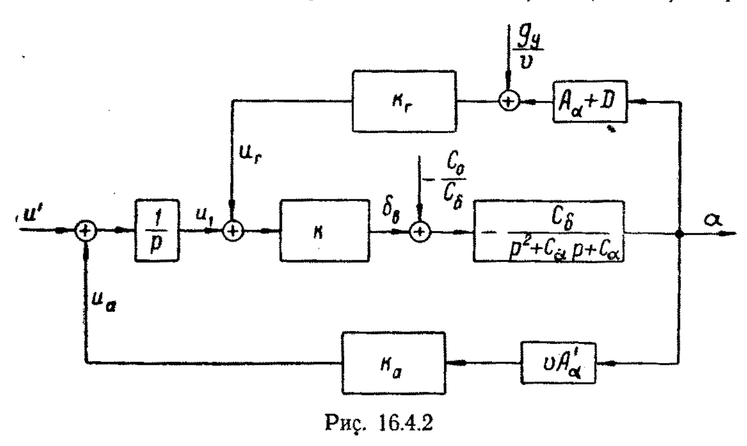


Рис. 16.4.2

ные θ, $u_г$, u_a, $\delta_в$, ω_{z_1}, ϑ, u_1, считая скорость полета v постоянной, получим уравнение относительно угла атаки α:

$$\dddot{\alpha} + (c_{\dot{\alpha}} + c_\delta k k_г) \ddot{\alpha} + (c_\alpha + c_\delta k k_г A_\alpha) \dot{\alpha} + c_\delta k k_a v A_\alpha' \alpha = -c_\delta k u'. \tag{16.4.8}$$

Отсюда находим установившееся значение управляющего ускорения при достаточно большом коэффициенте k

$$v A_\alpha' \alpha = -\frac{u'}{k_a}. \tag{16.4.9}$$

Таким образом, в данном случае при любом режиме полета ракеты установившееся поперечное ускорение ракеты пропорционально сигналу управления.

§ 16.5. ПРИМЕНЕНИЕ ОБРАТНЫХ СВЯЗЕЙ ПО ШАРНИРНОМУ МОМЕНТУ

Автоматической регулировки эффективности управления можно также достигнуть путем применения отрицательной обратной связи по шарнирному моменту руля.

При применении рулевых машин с обратной связью по шарнирному моменту настройка коэффициента усиления обеспечивается автоматически, так как движущий момент, развиваемый рулевой машиной, уравновешивается шарнирным моментом, моментом трения и моментом инерционных сил. Моментом инерционных сил и моментом трения можно пренебречь. Тогда уравнение движения такой рулевой машины в зоне линейности функций имеет вид (15.4.10).

Используя уравнение (15.4.10), в установившемся режиме при постоянном сигнале u' находим

$$\delta = \frac{k_0}{q} u' \pm \frac{m_{ш}^{\alpha}}{m_{ш}^{\delta}} \alpha, \quad k_0 = \frac{\zeta S p_0 k_1 m_1}{S_р l_р m_{ш}^{\delta} n}. \qquad (16.5.1)$$

Подставляя выражение (16.5.1) для δ в уравнение движения ракеты вокруг центра массы относительно угла атаки α, получаем

$$\ddot{\alpha} + c_{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + \left(c_{\alpha} \pm c_{\delta} \frac{m_{ш}^{\alpha}}{m_{ш}^{\delta}}\right) \alpha = c_0 - c_{\delta} \frac{k_0}{q} u'. \qquad (16.5.2)$$

В установившемся режиме получаем

$$\alpha = - \frac{c_{\delta} k_0 u'}{(c_{\alpha} m_{ш}^{\delta} \pm c_{\delta} m_{ш}^{\alpha}) q} + \frac{c_0}{c_{\alpha} m_{ш}^{\delta} \pm c_{\delta} m_{ш}^{\alpha}}. \qquad (16.5.3)$$

Установившееся значение поперечного ускорения в этом случае равно:

$$v A_{\alpha}' \alpha = - \frac{c_{\delta} k_0 S c_y^{\alpha} u'}{(c_{\alpha} m_{ш}^{\delta} \pm c_{\alpha} m_{ш}^{\alpha}) m} + \frac{c_0 v A_{\alpha}'}{c_{\alpha} m_{ш}^{\delta} \pm c_{\delta} m_{ш}^{\alpha}}, \qquad (16.5.4)$$

где учтено в правой части, что $A_{\alpha}' = S c_y^{\alpha} q / m v$. Последняя формула показывает, что первая составляющая ускорения в правой части (16.5.4), определяемая управляющим сигналом u', не зависит от режима полета. Вторая составляющая обычно мала, но зависит от режима полета. Для крестокрылых ракет, у которых $c_0 = 0$, вторая составляющая равна нулю.

Следует заметить, что любая рулевая машина осуществляет обратную связь по шарнирному моменту руля. Однако при наличии обычной отрицательной обратной связи по углу отклонения руля обратная связь по шарнирному моменту практически не играет роли в силу ее малости. Если же рулевая машина не имеет отрицательной обратной связи по углу отклонения руля,

то обратную связь по шарнирному моменту надо учитывать, так как она играет основную роль.

В некоторых случаях, когда собственное демпфирование ракеты мало, целесообразно применение совместно с обратной связью по шарнирному моменту также обратной связи по угловой скорости вращения ракеты, измеренной скоростным гироскопом. В этом случае сигнал u_1, подаваемый в рулевую машину рассматриваемого продольного канала, имеет вид:

$$u_1 = u' + u_г , \qquad (16.5.5)$$

где u' — управляющий сигнал, зависящий от параметра управления, $u_г$ — сигнал скоростного гироскопа, имеющий в установившемся режиме вид

$$u_г = k_г A_\alpha \alpha + k_г \dot{\alpha} - k_г \frac{g_v}{v} . \qquad (16.5.6)$$

Используя так же, как и выше, для рулевой машины с обратной связью по шарнирному моменту уравнение (15.4.10) для установившегося режима, получим

$$\delta = \frac{k_0}{q} (u' + u_г) \pm \frac{m_ш^\alpha}{m_ш^\delta} \alpha. \qquad (16.5.7)$$

Подставляя выражения (16.5.6) и (16.5.5) в уравнение движения ракеты вокруг центра массы, записанное для угла α, получим

$$\ddot{\alpha} + \left(c_{\dot{\alpha}} + c_\delta \frac{k_0 k_г}{q} \right) \dot{\alpha} + \left(c_\alpha \pm c_\delta \frac{m_ш^\alpha}{m_ш^\delta} + \frac{c_\delta k_0 k_г A_\alpha}{q} \right) \alpha = c_0 + \\ + \frac{c_\delta k_0 k_г}{qv} g_y - c_\delta \frac{k_0}{q} u'. \qquad (16.5.8)$$

Подбором коэффициентов $k_г$ и k_0 можно достигнуть удовлетворительного переходного процесса установления угла атаки на всех режимах полета. Для установившегося режима при пренебрежении малыми составляющими, зависящими от c_0 и g_v, в этом случае получаем формулу

$$vA_\alpha' \alpha = - \frac{c_\delta S c_y^\alpha k_0 u'}{(c_\alpha m_ш^\delta \pm c_\delta m_ш^\alpha + c_\delta k_г k_0 S c_y^\alpha / mv) m} . \qquad (16.5.9)$$

Последняя формула показывает, что управляющее ускорение определяется управляющим сигналом u' и практически не зависит от режима полета.

Глава 17

СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ РАКЕТ

§ 17.1. ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ О СИСТЕМАХ СТАБИЛИЗАЦИИ

Стабилизация углового положения ракет заключается в поддержании заданных углов тангажа, рысканья и крена путем управления движением ракеты вокруг центра массы. Необходимость в стабилизации продольной оси ракеты (т. е. заданных углов тангажа и рысканья) возникает, как мы видели в гл. 11, в автономной гироскопической системе управления, которая должна обеспечить полет ракеты с заданным направлением продольной оси. Задача системы стабилизации состоит в том, чтобы возможно быстрее ликвидировать все возникающие случайные отклонения осей ракеты от заданных направлений. Стабилизации ракеты относительно продольной оси, т. е. по крену, обычно применяются в таких случаях, когда каждый руль ракеты должен осуществлять управление только в одной определенной плоскости. Например, в автономных системах управления ракетами самолетной формы важно, чтобы руль высоты осуществлял управление только по высоте. Для этого необходимо поддерживать угол крена близким к нулю, т. е. необходима стабилизация ракеты по крену, независимо от того, производится управление по курсу с помощью руля направления или элеронов. В последнем случае система стабилизации поддерживает малый угол крена, задаваемый командой управления по курсу.

В командных системах телеуправления крестокрылыми ракетами обычно важно, чтобы команды управления по двум каналам не «перепутывались», т. е. чтобы команда управления по тангажу не исполнялась как команда управления по курсу, и наоборот. Это обычно достигается стабилизацией ракеты по крену таким образом, чтобы руль высоты всегда осуществлял управление по тангажу, а руль направления — по курсу. Отказаться от стабилизации по углу крена ракеты в этом случае можно только, если ввести в бортовую систему управления ракеты дополнительное устройство распределения команд. В качестве такого устройства может быть применен, например, синусно-косинусный вращающийся трансформатор (см. [1], § 3) со стабилизированным по крену ротором. Подавая на одну обмотку

ротора команду управления по тангажу, а на другую — команду управления по курсу, мы получим автоматическое распределение команд между рулем высоты и рулем направления, независимо от угла крена. Наконец, стабилизация ракеты по крену обычно применяется и в системах управления крестокрылыми ракетами по радиолучу с целью стабилизации начала отсчета угла визирования, реализуемого с помощью опорного напряжения (см. гл. 8).

Для самонаводящихся ракет, имеющих двухканальную систему управления и управляемых с помощью рулей, поворотных крыльев или реактивной силы, поперечная стабилизация часто необходима для ограничения угла или угловой скорости поворота относительно продольной оси, чтобы не нарушать нормального функционирования измерителей на ракете. В некоторых случаях вместо стабилизации ракеты по крену можно ограничиться стабилизацией по угловой скорости ω_{x_1}. Такая система поддерживает угловую скорость ω_{x_1}, близкую к нулю.

Системы стабилизации углового положения ракет являются автономными и, как правило, с независимыми тремя каналами управления. Основными измерителями служат позиционные (трехстепенные) и скоростные гироскопы для измерения углов и угловых скоростей соответственно.

У ракет, имеющих двухканальную систему управления и управляемых с помощью рулей, поворотных крыльев или боковых реактивных сил, система поперечной стабилизации является автономной, так как свою функцию, состоящую в поддержании угла крена равным нулю, заданному постоянному значению, или вращению с постоянной угловой скоростью она выполняет независимо от них. Это обстоятельство позволяет рассмотреть работу таких систем поперечной стабилизации вне связи с основными каналами управления, тем более, что схемы систем поперечной стабилизации являются общими для различных принципов управления ракетами.

В схемах ракет самолетного типа с элеронным управлением система поперечной стабилизации входит в канал, бокового управления. В этом случае применяют координированную стабилизацию. Система поперечной стабилизации должна обеспечить равенство угла крена ракеты заданному значению, соответствующему команде управления по курсу.

Любая система поперечной стабилизации содержит измерители угла крена и угловой скорости ракеты относительно продольной оси. Измерение угла крена производится свободным гироскопом. Измерение угловой скорости может быть произведено скоростным гироскопом или гиротроном. В некоторых системах применяется интеграционный гироскоп, выдающий сигнал, представляющий собой линейную комбинацию угловой скорости и интеграла от нее. Кроме того, производную угла крена можно получить путем дифференцирования сигнала позиционного (сво-

бодного) гироскопа. Для суммирования сигналов измерителей используются электрические или механические суммирующие устройства. Для усиления сигналов измерителей широкое применение находят усилители релейного типа с линеаризацией, магнитные и электронные усилители. Органами управления в системах поперечной стабилизации могут быть элероны, аэродинамические и газовые рули, работающие в дифференциальном режиме, интерцепторы и реактивные двигатели.

Управление ориентацией и стабилизацией космических летательных аппаратов имеет некоторые особенности. Определенная ориентация космического орбитального аппарата необходима для задания направления корректирующей тяги, для создания определенных условий визирования, для задания определенного положения антеннам связи, солнечным батареям. Движение космического орбитального аппарата относительно любой из его осей описывается уравнением второго порядка, имеющим нулевые (или близкие к нулю) демпфирующие и стабилизирующие моменты. Однако орбитальный летательный аппарат подвержен действию возмущающих моментов. Эти возмущающие моменты вызываются несимметричностью действия солнечного давления, влиянием градиента гравитационного поля, а также импульсными воздействиями из-за столкновения с космическими частицами. Кроме того, космическая ракета или орбитальный летательный аппарат могут иметь начальную угловую скорость вращения при выходе на орбиту. Следовательно, необходима специальная система для обеспечения заданной ориентации аппарата. Для этой цели необходимы измерители, ориентаторы и исполнительные устройства, создающие необходимые управляющие моменты.

Существует два возможных подхода к управлению ориентацией космического аппарата: метод внешних и метод внутренних моментов. Метод, использующий внешние моменты, основан либо на расходовании массы, либо на взаимодействии с внешними полями или давлениями. В последнем случае моменты образуются за счет давления солнечного света или же путем использования градиентов окружающих магнитных или гравитационных полей. Метод внутренних моментов состоит в создании стабилизирующих моментов за счет специальных маховиков, силовых гироскопов и других устройств, способных перераспределять момент количества движения между основной конструкцией летательного аппарата и вращающимися частями.

Первый метод обладает тем недостатком, что требует рабочего вещества для выбрасывания, что ограничивает полезное время управления. Недостаток второго метода заключается в том, что в некоторых случаях при постоянном возмущающем моменте может произойти насыщение системы и нарушение нормального функционирования из-за недостаточных стабилизирующих моментов.

§ 17.2. СИСТЕМЫ ПОПЕРЕЧНОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ ЛИНЕЙНОГО ТИПА

Рассмотрим линейную систему поперечной стабилизации, в состав которой входят интеграционный гироскоп и пневматическая рулевая машина с жесткой обратной связью по углу отклонения руля.

При повороте ракеты вокруг продольной оси интеграционный гироскоп выдает сигнал, линейно зависящий от угловой скорости ω_{x_1} и интеграла от нее. Сигнал получается в виде угла отклонения рамки, с которой связана струйная трубка. Струйная трубка и воздушный приемник являются усилительными элементами. Чтобы интеграционный гироскоп и рулевая машина в момент пуска ракеты находились в нейтральном положении, применяют арретирующее устройство.

Угол поворота струйной трубки рулевой машины β_1 определяется уравнением работы интеграционного гироскопа, которое при пренебрежении инерционностью имеет вид:

$$\beta_1 = a \int_0^t \omega_{x_1} dt + b\omega_{x_1} + X_1, \qquad (17.2.1)$$

где a и b — постоянные коэффициенты, зависящие от конструкции гироскопа; ω_{x_1} — угловая скорость вращения ракеты вокруг оси x_1; X_1 — ошибка измерения.

Уравнение работы рулевой машины пневматического типа в зоне линейности характеристик запишем в виде

$$T\dot{\delta} + \delta = k\beta_1. \qquad (17.2.2)$$

Движение ракеты вокруг продольной оси описывается уравнением

$$\dot{\omega}_{x_1} + a_{xx}\,\omega_{x_1} + a_{xy}\,\dot{\beta} + a_{x\beta}\,\beta = -a_{x\delta}\,\delta + X_2, \qquad (17.2.3)$$

где X_2 — возмущающий момент, поделенный на момент инерции ракеты относительно оси x_1. К основным возмущающим моментам, обозначенным здесь через X_2', относятся момент косой обдувки и аэродинамический момент, возникающий в силу производственной асимметрии ракеты. В уравнении (17.2.3) величина $a_{x\beta}\beta$ получается за счет момента естественной поперечной устойчивости, пропорционального углу скольжения ракеты. Этот момент достигает существенного значения только для ракет самолетной аэродинамической формы с крыльями, имеющими поперечное V. Он обеспечивает стабилизацию оси y_1 в вертикальной плоскости, если отсутствует скольжение ракеты. При полете же ракеты со скольжением возникающий момент оказывается дестабилизирующим и стремится накренить ракету. Поэтому управляемые ракеты выполняются, как правило, нейтральными ($a_{x\beta} = 0$). Учитывая вышесказанное, уравнение движения ракеты (17.2.3) принимает форму

$$\dot{\omega}_{x_1} + a_{xx}\,\omega_{x_1} = -a_{x\delta}\,\delta + X_2, \qquad (17.2.4)$$

где $X_2' = X_2 - a_{xy}\beta$. Записанная система уравнений (17.2.1), (17.2.2) и (17.2.4) дает возможность изучить процесс стабилизации угловой скорости ω_{x_1}, пользуясь обычными методами линейной теории автоматического управления (см. [1], § 4.6, 4.7, 6.6 и 6.7).

Системе уравнений (17.2.1), (17.2.2) и (17.2.4) соответствует структурная схема, изображенная на рис. 17.2.1.

Полагая $X_1 = X_2' = 0$, а величины $a_{x\delta}$ и a_{xx} постоянными и размыкая систему по ω_{x_1}, получим разомкнутую систему, передаточная функция которой $\Phi_1(\lambda)$ равна:

$$\Phi_1(\lambda) = -\frac{a_{x\delta}k(a + b\lambda)}{(T\lambda + 1)(\lambda^2 + a_{xx}\lambda)}. \qquad (17.2.5)$$

Построив логарифмические амплитудную и фазовую частотные характеристики, оценим запасы устойчивости при заданных параметрах или выберем параметры k, a, b, обеспечивающие необходимые запасы устойчивости и качество переходного процесса (см. [1], § 6.6 и 6.7).

Как следует из вида передаточной функции $\Phi_1(\lambda)$, содержащей интегрирующее звено в прямой цепи управления, система является астатической первого порядка. Она обеспечивает стабилизацию нулевой угловой скорости вращения ($\omega_{x_1} = 0$) при постоянном возмущении.

Для выбора оптимальной системы стабилизации при учете случайных возмущений необходимо воспользоваться теорией оптимальных линейных динамических систем ([1], § 15.5, [18]) или приближенным способом определения параметров k, a, b на основе критерия точности. Воспользуемся последним способом.

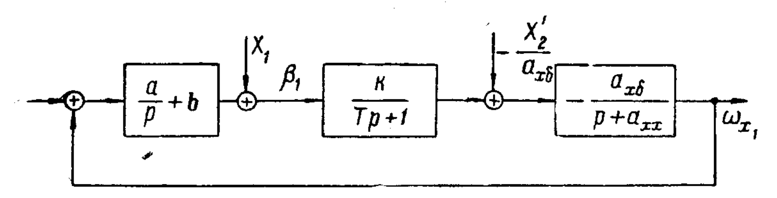


Рис. 17.2.1

Для этого предварительно получим формулы для оценки точности системы стабилизации. Точность поперечной стабилизации ракеты зависит от случайных возмущений, характеризуемых ошибкой измерения X_1 и приведенным моментом X_2'.

Исключая из уравнений (17.2.1), (17.2.2) и (17.2.4) промежуточные переменные и считая коэффициенты a_{xx} и $a_{x\delta}$ постоянными, получим уравнение, определяющее угловую скорость ω_{x_1}:

$$[Tp^3 + (Ta_{xx} + 1)p^2 + (a_{xx} + a_{x\delta}kb)p + a_{x\delta}ka]\,\omega_{x_1} =$$
$$= -a_{x\delta}kpX_1 + (Tp + 1)pX_2'. \qquad (17.2.6)$$

Из уравнения (17.2.6) следует, что систематическая ошибка стабилизации ракеты по угловой скорости не возникает при постоянных математических ожиданиях случайных возмущений X_1 и X_2'. Однако при стабилизации нулевой скорости ракеты ($\omega_{x_1}=0$) вокруг оси x_1 угол крена γ может изменяться.

Связь между углом крена γ и угловыми скоростями ракеты при малом угле крена γ определяется уравнением

$$\dot{\gamma}=\omega_{x_1}-\omega_{y_1}\operatorname{tg}\vartheta. \qquad (17.2.7)$$

Только при угле тангажа ϑ, равном или близком нулю, при стабилизации нулевой угловой скорости ω_{x_1} обеспечивается стабилизация ракеты на нулевом или постоянном угле крена, зависящем от начального угла крена в момент пуска ракеты.

Случайная составляющая момента X_2 при полете в воздухе определяется главным образом косой обдувкой корпуса ракеты. Этот момент практически можно считать стационарной случайной функцией времени. Случайная составляющая ошибок измерения X_1, зависящая от внутренних шумов измерителей, приближенно также может рассматриваться как стационарная случайная функция времени, не связанная, с X_2. При этих допущениях дисперсия ошибки в стабилизации угловой скорости ракеты ω_{x_1} вычисляется по формуле

$$\sigma^2_{\omega_{x_1}}=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left(a_{x\delta}k\omega^2 s_{x_1}(\omega)+|T(i\omega)^2+i\omega|^2 s_{x_2}(\omega)\right)|\Phi(i\omega)|^2\,d\omega, \qquad (17.2.8)$$

где

$$\Phi(i\omega)=\frac{1}{T(i\omega)^3+(Ta_{xx}+1)(i\omega)^2+(a_{xx}+a_{x\delta}akb)\,i\omega+a_{x\delta}ka},$$

$s_{x_1}(\omega)$ и $s_{x_2}(\omega)$ — спектральные плотности случайных возмущений X_1 и X_2 соответственно.

Задаваясь допустимым значением дисперсии ошибки стабилизации угловой скорости ракеты, по формуле (17.2.8) можно определить оптимальные параметры k, a, b системы.

Следует заметить, что фактические параметры ракеты $a_{x\delta}$, a_{xx} зависят от режима полета. В силу этого процесс стабилизации и оптимальные параметры системы при аэродинамической стабилизации будут зависеть от режима полета. Обычно рассматривают наиболее тяжелый режим стабилизации (большая высота полета при аэродинамической стабилизации) и для этого режима определяют оптимальные параметры системы.

Для некоторых ракет, к которым относятся самонаводящиеся ракеты, не требуется обязательная стабилизация по крену, но желательно ограничение угловой скорости вращения относительно оси x_1. При аэродинамическом управлении это может быть осуществлено с помощью ролеронов [49].

Ролерон (рис. 17.2.2) представляет собой плоский ротор *1* с лопастями, помещенный в обойму *2*. Обойма является рулем-

элероном, закрепленным в крыле или хвостовом оперении ракеты (рис. 17.2.3) так, что ось вращения обоймы перпендикулярна оси x_1 и параллельна оси z_1 или y_1. Под действием набегающего потока воздуха ротор получает вращение с достаточно большой угловой скоростью. Ротор имеет две степени свободы относительно корпуса ракеты: вращение относительно своей оси в

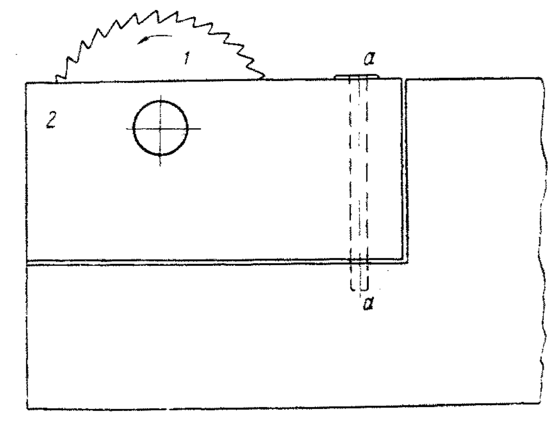


Рис. 17.2.2

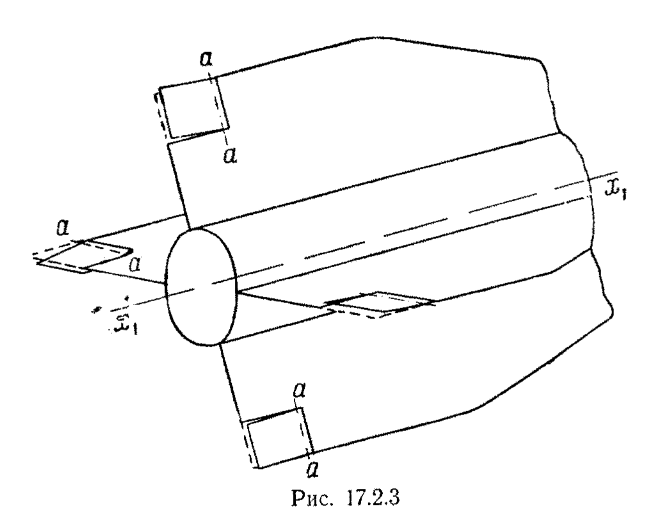


Рис. 17.2.3

обойме и поворот относительно корпуса ракеты вместе с обоймой. Таким образом, ролерон по существу является двухстепенным гироскопом с некоторым кинетическим моментом K, перпендикулярным плоскости обоймы-рамки. До тех пор, пока ракета не запущена, ролероны удерживаются стопорами, а роторы имеют небольшие обороты. После запуска ракеты ролероны освобождаются, скорость вращения роторов достигает 40—50

тысяч оборотов в минуту. При вращении ракеты относительно оси x_1 с угловой скоростью ω_{x_1} возникает гироскопический момент $M_г = K\omega_{x_1}$, под действием которого ролероны прецессируют. Поворот ролеронов относительно осей *aa* (рис. 17.2.2) в набегающем потоке воздуха сопровождается появлением аэродинамических сил, создающих момент относительно оси x_1. Этот момент тормозит вращение ракеты и уменьшает угловую скорость ω_{x_1}.

Рассмотрим действие ролеронов. Отклонение ролеронов происходит под действием их гироскопических моментов до тех пор, пока шарнирный момент ролерона $M_ш$ не уравновесит гироскопический момент $M_г$. Из условия равенства этих моментов определим угол отклонения ролерона δ:

$$\delta = \frac{K\omega_{x_1}}{S_р\, l_р\, q\, m_ш^{\delta}}. \qquad (17.2.9)$$

Подставляя выражение для угла отклонения ролерона (17.2.9) в уравнение (17.2.4), получаем

$$\dot{\omega}_{x_1} + \left(a_{xx} + \frac{a_{x\delta} K}{S_р\, l_р\, q\, m_ш^{\delta}}\right)\omega_{x_1} = X_2'. \qquad (17.2.10)$$

Из уравнения (17.2.10) следует, что при наличии только начальных возмущений величина угловой скорости ω_{x_1} затухает и стремится к нулю. Длительность переходного процесса ликвидации начальной угловой скорости зависит от величины коэффициента при ω_{x_1}, а он увеличился при применении ролеронов. Следовательно, переходный процесс стал менее длительным. Кроме того, изменяются ошибки стабилизации угловой скорости под действием внешнего возмущения. При стационарном режиме полета ракеты, когда можно считать a_{xx}, $a_{x\delta}$, $m_ш^{\delta}$, q постоянными и при постоянном или медленно меняющемся среднем значении возмущения, уравнение (17.2.10) дает возможность определить математическое ожидание установившейся угловой скорости вращения

$$m_{\omega_{x_1}} = \frac{S_р\, l_р\, q m_ш^{\delta}\; m_{x_2'}}{a_{xx}\, S_р\, l_р\, q m_ш^{\delta} + a_{x\delta} K}. \qquad (17.2.11)$$

Средняя скорость вращения ракеты зависит от величины математического ожидания возмущающего момента, а также от параметров ролеронов и ракеты. Дисперсия угловой скорости ω_{x_1} ракеты в этом же установившемся режиме в предположении стационарной случайной функции внешнего возмущения вычисляется по формуле

$$\sigma^2_{\omega_{x_1}} = \int_{-\infty}^{\infty} s_{x_2'}(\omega)\,\frac{1}{a^2 + \omega^2}\,d\omega, \qquad (17.2.12)$$

где $a = a_{xx} + K\, a_{x\delta}/S_р\, l_р\, q m_ш^{\delta}$.

§ 17.3. НЕЛИНЕЙНАЯ СИСТЕМА ПОПЕРЕЧНОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ

Система поперечной стабилизации с нелинейной электромагнитной рулевой машиной проста в конструктивном отношении. На рис. 17.3.1 изображена принципиальная схема системы поперечной стабилизации. Система содержит позиционный $Г_1$ и скоростной $Г_2$ гироскопы, двухпозиционное поляризованное реле $Р_0$, контакты которого управляют силовыми реле $Р_1$ и $Р_2$, которые в свою очередь управляют электромагнитами рулей стабилизации. На обмотки поляризованного реле подаются напряжения с гироскопических измерителей: напряжение u_1, пропорциональное углу крена, и напряжение u_2, пропорциональное угловой скорости ракеты ω_{x_1}.

При появлении угла крена или угловой скорости реле срабатывает, замыкая одну пару своих контактов. При этом срабатывает одна пара электромагнитов, отклоняя рули и создавая постоянный момент M_0 относительно оси x_1, направленный в сторону уменьшения угла крена.

Если не вводить в систему управления скоростной гироскоп, то, вследствие запаздывания в срабатывании реле и электромагнитов рулей за счет конечной величины токов срабатывания реле и электромагнитов, момент перекладки рулей будет отставать от момента изменения знака угла крена. Это запаздывание, а также постоянство восстанавливающего момента M_0, не зависящего от угла крена и угловой скорости ω_{x_1}, вызывают перерегулирование в положении ракеты и в конечном счете автоколебания относительно нулевого угла крена. Амплитуда автоколебаний может принимать недопустимо большое значение. Для уменьшения амплитуды автоколебаний ракеты в управляющий сигнал вводится сигнал, пропорциональный угловой скорости ω_{x_1}, измеряемой скоростным гироскопом. Это позволяет не только уменьшить амплитуду автоколебаний, но также повысить их частоту и существенно уменьшить время переходного процесса установления автоколебаний при наличии начального возмущения.

Рассмотрим уравнения работы системы поперечной стабилизации. Пренебрегая инерционностью скоростного гироскопа, уравнения измерителей запишем в виде

$$u_1 = k_1 \gamma, \quad u_2 = k_2 \omega_{x_1}. \tag{17.3.1}$$

Суммарные ампер-витки реле $Р_0$ пропорциональны величине

$$\sigma = k_3 u_1 + k_4 u_2. \tag{17.3.2}$$

Зависимость угла отклонения элеронов от суммарного сигнала σ реле $Р_0$ выражается нелинейным уравнением. Причем в силу того, что реле $Р_0$ является чувствительным двухпозиционным поляризованным, можно считать его идеально работающим, т. е. обладающим идеальной релейной характеристикой. В последу-

ющих цепях силовых реле и электромагнитов, включаемых на постоянное напряжение, следует учесть только время движения контактов и элеронов некоторым значением времени запаздывания τ. Таким образом, примем уравнение рулевой машины в виде

$$\delta = \delta_{max}\,\mathrm{sgn}\,\sigma\,(t-\tau). \qquad (17.3.3)$$

Присоединяя к уравнениям (17.3.1) — (17.3.3) уравнение движения ракеты вокруг оси x_1 в форме (17.2.4) и уравнение связи ω_{x_1} и γ, получим

$$\left.\begin{aligned} &\dot{\omega}_{x_1} + a_{xx}\,\omega_{x_1} = -a_{x\delta}\,\delta + X_2',\\ &\delta = \delta_{max}\,\mathrm{sgn}\,\sigma\,(t-\tau),\\ &\sigma = k(\gamma + T\omega_{x_1}),\ \omega_{x_1} = \dot{\gamma} + \omega_{y_1}\,\mathrm{tg}\,\vartheta, \end{aligned}\right\} \qquad (17.3.4)$$

где $\qquad k = k_1 k_2,\ \ T = k_2 k_4 / k_1 k_3.$

Полагая $\sigma/k = z$ и учитывая, что $\mathrm{sgn}\,\sigma = \mathrm{sgn}\,kz = \mathrm{sgn}\,z$, приведем систему (17.3.4) к виду

$$\left.\begin{aligned} &\ddot{\gamma} + a_{xx}\,\dot{\gamma} = -a_{x\delta}\,\delta + X_3,\\ &\delta = \delta_{max}\,\mathrm{sgn}\,z\,(t-\tau),\\ &z = \gamma + T\dot{\gamma} + T\omega_{y_1}\,\mathrm{tg}\,\vartheta, \end{aligned}\right\} \qquad (17.3.5)$$

где $\quad X = X_2' - a_{xx}\,\omega_{y_1}\,\mathrm{tg}\,\vartheta - \dot{\omega}_{y_1}\,\mathrm{tg}\,\vartheta + \omega_{y_1}\,\dot{\vartheta}/\cos^2\vartheta.$

Расчет системы поперечной стабилизации по полученным уравнениям прежде всего сводится к подбору параметров, обеспечивающих малую амплитуду автоколебаний крена (менее 1—2°) и малое время переходного процесса установления автоколебаний.

В рассматриваемой системе, находящейся под действием случайных и неслучайных возмущений X и $T\omega_{y_1}\,\mathrm{tg}\,\vartheta$, в установившемся режиме возможны смещенные несимметричные автоколебания. Для их определения без учета случайного возмущения целесообразно воспользоваться приближенным методом гармонической линеаризации (см. [1], § 8.4, 10.6), с учетом случайного возмущения — методом совместной гармонической и статической линеаризации (см. [1], § 8.6, 10.7).

Рассмотрим более простой случай отсутствия внешнего возмущения X_2' и малого угла тангажа, когда можно пренебречь всеми внешними возмущениями. Уравнения (17.3.5) в этом случае принимают форму

$$\left.\begin{aligned} &\ddot{\gamma} + a_{xx}\,\dot{\gamma} = -a_{x\delta}\,\delta,\\ &\delta = \delta_{max}\,\mathrm{sgn}\,z\,(t-\tau),\\ &z = \gamma + T\dot{\gamma}. \end{aligned}\right\} \qquad (17.3.6)$$

Для отыскания амплитуды и частоты автоколебаний в соответствии с методом гармонической линеаризации положим

$$z = z^* \sin \omega^* t, \tag{17.3.7}$$

где z^* и ω^* — искомые амплитуда и частота автоколебаний. Согласно способу гармонической линеаризации второе уравнение (17.3.6) приближенно представляется в форме

$$\delta = \delta_{max}\, qz + \frac{\delta_{max}\, q' \dot{z}}{\omega^*}, \tag{17.3.8}$$

где коэффициенты q и q' зависят от вида нелинейности. Для рассматриваемого нелинейного релейного элемента с временным запаздыванием эти коэффициенты равны:

$$q = \frac{4}{\pi z^*} \cos \omega^* \tau, \quad q' = -\frac{4}{\pi z^*} \sin \omega^* \tau. \tag{17.3.9}$$

Система уравнений (17.3.6) теперь принимает вид:

$$\left.\begin{aligned} &(p^2 + a_{xx}\, p)\, \gamma = -a_{x\delta}\, \delta, \\ &\delta = \frac{\delta_{max}}{z^*}\left(q + \frac{q'}{\omega^*}\, p\right) z, \\ &z = (1 + Tp)\, \gamma. \end{aligned}\right\} \tag{17.3.10}$$

Исключив из этих уравнений переменные γ и δ, получим при постоянных a_{xx} и $a_{x\delta}$ уравнение для z:

$$[(T_1 \omega^* + T \delta_{max}\, \omega_1\, q')\, p^2 + (\omega^* + T\delta_{max}\, \omega_1\, q\, \omega^* + \omega_1\, \delta_{max}\, q')\, p +$$
$$+ \omega_1\, \delta_{max}\, q\, \omega^*]\; z = 0, \tag{17.3.11}$$

где $T_1 = 1/a_{xx}$, $\omega_1 = a_{x\delta}/a_{xx}$.

Применим условие существования автоколебательного режима. Это условие состоит в том, что соответствующее линейному дифференциальному уравнению с постоянными коэффициентами характеристическое уравнение должно иметь чисто мнимый корень $i\omega^*$. Записав это условие и разделив в полученном уравнении действительную и мнимую части, получим

$$\left.\begin{aligned} &\delta_{max}\, \omega_1 (q - Tq'\, \omega^*) - T_1\, \omega^{*2} = 0, \\ &\delta_{max}\, \omega_1 (q' + Tq\, \omega^*) + \omega^* = 0. \end{aligned}\right\} \tag{17.3.12}$$

Система уравнений (17.3.12) совместно с равенствами (17.3.9)

служит для определения величин z^* и ω^*. Подставляя выражение (17.3.9) для q и q' в уравнения (17.3.12), получим

$$\left.\begin{aligned} \frac{4\delta_{max}\,\omega_1}{\pi z^*}(\cos\omega^*\tau + T\omega^*\sin\omega^*\tau) = T_1\omega^{*2}, \\ \frac{4\delta_{max}\,\omega_1}{\pi z^*}(\sin\omega^*\tau - T\omega^*\cos\omega^*\tau) = \omega^*. \end{aligned}\right\} \quad (17.3.13)$$

Исключив из этих уравнений z^*, получим следующее уравнение для определения частоты ω^*:

$$\operatorname{tg}\omega^*\tau = \frac{1 + TT_1\omega^{*2}}{(T_1 - T)\,\omega^*}. \qquad (17.3.14)$$

Уравнение (17.3.14) следует решать методом последовательных приближений или графически.

Для определения амплитуды автоколебаний z^* можно воспользоваться любым из уравнений (17.4.13) после того как определена частота ω^*. Более простое выражение для z^* можно получить, если исключить $\sin\omega^*\tau$ и $\cos\omega^*\tau$ из этих уравнений:

$$z^* = \frac{4\,\delta_{max}\cdot\omega_1}{\pi\,\omega^*}\left[\frac{1 + T^2\omega^{*2}}{1 + T_1^2\omega^{*2}}\right]^{1/2}. \qquad (17.3.15)$$

Амплитуда автоколебаний угла крена γ^* теперь может быть определена из последнего уравнения (17.3.10)

$$\gamma^* = z^*\frac{1}{\sqrt{1 + T^2\omega^{*2}}}. \qquad (17.3.16)$$

Подставляя в правую часть этого равенства выражение для z^*, получим

$$\gamma^* = \frac{4}{\pi}\,\frac{\omega_1\,\delta_{max}}{\omega^*\sqrt{1 + T_1^2\omega^{*2}}}. \qquad (17.3.17)$$

Введение в сигнал управления угловой скорости ω_{x_1} позволяет резко повысить частоту автоколебаний ω^*. Это, в свою очередь, как следует из формулы (17.3.17), приводит к уменьшению амплитуды автоколебаний γ^*. Методом подбора можно из уравнений (17.3.14) и (17.3.17) найти приемлемую величину коэффициента T. Как указывалось выше, постоянная T влияет также на характер переходного процесса. При достаточно большом значении T переходный процесс может превра-

титься из колебательного в апериодический. Способ гармонической линеаризации не позволяет определить параметры, характеризующие переходный процесс, и, в частности, время переходного процесса. На основании более точных исследований методом фазовой плоскости Г. С. Поспеловым предложена рекомендация по выбору T, при котором время переходного процесса получается минимальным

$$T = T_1 \left(1 - \ln 2 \cdot e^{-\tau/T_1}\right). \qquad (17.3.18)$$

Пример 17.3.1. Определить параметры автоколебаний в угле крена для ракеты, имеющей следующие данные: $J_{xx} = 1{,}8$ *кгмсек*^{2}, $M_x^{\omega_{x_1}} = m_x^{\omega_{x_1}} Sql = 9$ *кгмсек*, $M_0 = 45$ *кгм*, $\tau = 0{,}02$ *сек*. Система стабилизации имеет вид, изображенный на рис. 17.3.1.

Определим параметры T_1 и $\omega_1 \delta_{max}$:

$$T_1 = \frac{J_{xx}}{M_x^{\omega_{x_1}}} = 0{,}2 \text{ сек}, \quad \omega_1 \delta_{max} = \frac{M_0}{M_x^{\omega_{x_1}}} = 5 \ 1/\text{сек}.$$

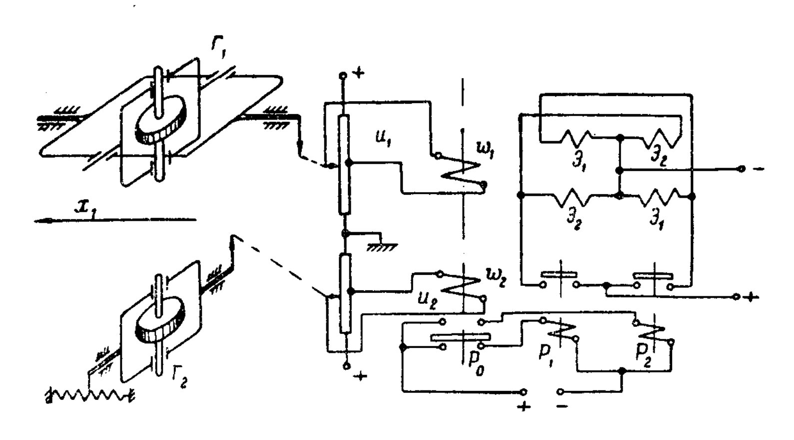


Рис. 17.3.1

Случай 1. Система поперечной стабилизации не имеет скоростного гироскопа ($T = 0$). Уравнение для определения частоты автоколебаний имеет вид

$$\operatorname{tg} 0{,}02\,\omega^* = \frac{1}{0{,}2\omega^*}.$$

Решая его графически, получим $\omega^* = 15{,}5$ 1/*сек*.

Амплитуда автоколебаний γ^* равна:

$$\gamma^* = \frac{4}{\pi} \frac{\omega_1 \delta_{max}}{\omega^* \sqrt{(T_1 \omega^*)^2 + 1}} = 0,128 \ рад.$$

Случай 2. Система поперечной стабилизации имеет скоростной гироскоп ($T \neq 0$). Постоянную T выберем согласно (17.3.18)

$$T = 0,2\,(1 - e^{-0,1} \ln 2) \approx 0,074 \ сек.$$

Уравнение для определения частоты автоколебаний следующее:

$$\operatorname{tg} 0,02\,\omega^* = \frac{0,074 \cdot 0,2 \cdot \omega^{*2} + 1}{-0.074 \cdot \omega^* + 0,2\,\omega^*}.$$

Решая его графически, получим $\omega^* = 75 \ 1/сек$. Амплитуда автоколебаний γ^* в этом случае равна:

$$\gamma^* = \frac{4}{\pi} \frac{5}{75\sqrt{(0,2 \cdot 75)^2 + 1}} \approx 0,56 \cdot 10^{-2} \ рад.$$

Таким образом, введение сигнала скоростного гироскопа позволяет в 20 раз снизить амплитуду автоколебаний и в 5 раз увеличить их частоту.

При учете внешних не случайных возмущений, действующих на ракету, расчеты несколько усложняются и приводят к появлению постоянной или медленно меняющейся составляющей в угле крена. Наличие случайного возмущения стационарного типа снижает амплитуду автоколебаний, а при высоком уровне стационарных высокочастотных помех возможен срыв автоколебаний. При этом угол крена изменяется случайно, а величина отклонения от среднего значения может быть оценена дисперсией отклонения методами, изложенными в [1], § 10.7.

§ 17.4. ПРИМЕНЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ КОРРЕКТИРУЮЩИХ ЦЕПЕЙ В СИСТЕМАХ СТАБИЛИЗАЦИИ РАКЕТ

Существенное уменьшение времени переходного процесса и перерегулирование при стабилизации ракеты относительно связанных осей можно получить путем применения нелинейных зависимостей углов отклонения рулей от управляющих сигналов стабилизации, подаваемых в рулевые машины. Рассмотрим систему поперечной стабилизации ракеты с использованием позиционного гироскопа для измерения угла крена γ, скоростного гироскопа для измерения угловой скорости ω_{x_1} и рулевой машины с жесткой отрицательной обратной связью. Уравнение

движения ракеты вокруг продольной оси принимаем в форме (17.2.4). Уравнение рулевой машины примем в форме уравнения инерционного звена первого порядка. Предполагая, что измерители и рулевая машина работают в зоне линейности своих характеристик, запишем уравнения системы стабилизации и движения ракеты в форме

$$\left.\begin{aligned}
&\dot{\omega}_{x_1} + a_{xx}\,\omega_{x_1} = -a_{x\delta}\,\delta + X_2',\\
&T\dot{\delta} + \delta = ku',\\
&u' = a_1 u_1 + a_2 u_2,\\
&u_1 = k_1\gamma;\ \ddot{u}_2 + 2\zeta_{\text{г}}\,\omega_{\text{г}}\,\dot{u}_2 + \omega_{\text{г}}^2\,u_2 = \beta_{\text{г}}\,\omega_{x_1},\\
&\omega_{x_1} = \dot{\gamma} - \omega_{y_1}\operatorname{tg}\vartheta,
\end{aligned}\right\}\qquad(17.4.1)$$

где $\omega_{\text{г}}$ — собственная частота скоростного гироскопа; $\zeta_{\text{г}}$ — коэффициент демпфирования измерителя.

Сигнал стабилизации u', подаваемый в рулевую машину, формируется из преобразованных сигналов гироскопических измерителей. Преобразование сигналов измерителей производится специальными нелинейными корректирующими цепями, обладающими коэффициентами усиления a_1 и a_2. Коэффициенты a_1 и a_2 — переменные и зависят от величины преобразуемых сигналов. Законы изменения этих коэффициентов, например, могут быть следующими:

$$a_1 = a_{10} + a_{11}\,|\gamma|,\quad a_2 = a_{20} + a_{21}\,|\omega_{x_1}| \qquad (17.4.2)$$

или

$$a_1 = a_{10} + a_{11}\,\gamma^2,\quad a_2 = a_{20} + a_{21}\,\omega_{x_1}^2. \qquad (17.4.3)$$

Коэффициенты a_{10}, a_{20}, a_{11}, a_{21} являются постоянными величинами. Исследование такой системы показывает, что переходный процесс в ней практически не имеет перерегулирования и близок к апериодическому. Время переходного процесса в системе с нелинейно изменяющимися коэффициентами усиления по сравнению с оптимальной по длительности переходного процесса линейной системой удается уменьшить более чем в два раза. Установлено, что в такой нелинейной системе качество переходного процесса практически не зависит от начальных условий. При этом несколько лучше по всем показателям закон изменения коэффициентов a_1 и a_2 в функции квадрата сигнала по сравнению с законом изменения в функции модуля сигнала.

Аналогично может быть устроена система стабилизации продольной оси ракеты по заданному программному направлению $\vartheta_{\text{п}}$. При использовании в системе позиционного гироскопа для измерения отклонения тангажа ракеты ϑ от программного значения, скоростного гироскопа, измеряющего ω_{z_1}, и рулевой

машины с жесткой обратной связью линеаризованные уравнения продольного движения ракеты при малых углах крена и рысканья имеют вид:

$$\left.\begin{aligned}
&\dot{\omega}_{z_1}+a_{zz}\omega_{z_1}+a_{z\dot{\alpha}}\dot{\alpha}+a_{z\alpha}\alpha=a_{z0}-a_{z\delta}\delta,\\
&T\dot{\delta}+\delta=ku',\\
&u'=a_1u_1+a_2u_2,\ u_1=k_1\Delta_1,\quad \Delta_1=\vartheta-\vartheta_{\text{п}},\\
&\ddot{u}_2+2\zeta_{\text{г}}\omega_{\text{г}}\dot{u}_2+\omega_{\text{г}}^2u_2=\beta_{\text{г}}\omega_{z_1},\quad \dot{\vartheta}=\omega_{z_1},\\
&\vartheta=\theta+\alpha,\ \dot{\theta}=A_\alpha\alpha-\frac{g_y}{v}\,.
\end{aligned}\right\}\qquad(17.4.4)$$

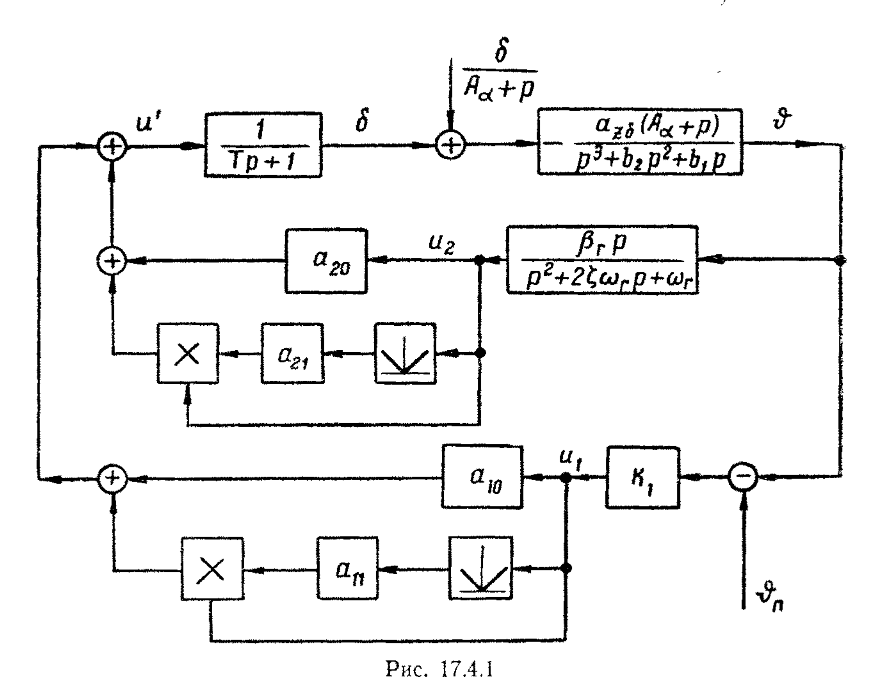


Рис. 17.4.1

После выполнения преобразований исключения переменных ω_{z_1}, Δ, θ и α система уравнения принимает вид:

$$\left.\begin{aligned}
&\dddot{\vartheta}+b_2\ddot{\vartheta}+b_1\dot{\vartheta}=-a_{z\delta}(A_\alpha\delta+\dot{\delta})+\delta_1,\\
&T\dot{\delta}+\delta=ku',\ u_1=k_1(\vartheta-\vartheta_{\text{п}}),\\
&b_2=a_{zz}+a_{z\dot{\alpha}}+A_\alpha,\ \delta_1=A_\alpha a_{z0}+\dot{a}_{z0}-a_{z\alpha}\frac{g_y}{v}-a_{z\dot{\alpha}}\left(\frac{g_y}{v}\right),\\
&u'=a_1u_1+a_2u_2,\ u_2+2\zeta_{\text{г}}\omega_{\text{г}}\dot{u}_2+\omega_{\text{г}}^2u_2=\beta_{\text{г}}\dot{\vartheta},\\
&b_1=a_{zz}A_\alpha+a_{z\alpha}.
\end{aligned}\right\}\qquad(17.4.5)$$

Если принять закон изменения коэффициентов a_1 и a_2 в форме (17.4.2), то структурная схема системы продольной стабилизации принимает форму, изображенную на рис. 17.4.1.

Рассматриваемый нелинейный закон изменения коэффициентов усиления обеспечивает хорошую инвариантность динамических свойств ракеты при изменении ее характеристик в довольно широком диапазоне. В целом рассмотренная система значительно превосходит линейную той же схемы с постоянными параметрами и мало отличается от нелинейной оптимальной по быстродействию.

Глава 18

СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПОЛЕТОМ РАКЕТ

§ 18.1. СИСТЕМЫ ПРЯМОГО САМОНАВЕДЕНИЯ

Система управления полетом ракеты является сложным комплексом электромеханических, электронных, пневматических, механических, оптических и радиотехнических приборов и устройств. Она содержит измерители параметров управления и элементов движения ракеты, усилители, сумматоры, фильтры, преобразующие элементы и рулевые машины. В предыдущих главах были рассмотрены отдельные составные части систем управления и их уравнения. В гл. 15 в достаточно общей форме была описана структура любой системы управления и сформулированы уравнения ее работы, т. е. закон управления. В этой главе мы рассмотрим типовые конкретные системы управления различных классов, их уравнения и структурные схемы. Обратимся прежде всего к системам самонаведения.

Система самонаведения представляет собой комплекс бортовой аппаратуры ракеты, формирующей сигналы управления в соответствии с уравнениями идеальных связей и отклоняющей рули ракеты. Структура систем самонаведения и форма законов управления чрезвычайно разнообразны. Разнообразие систем самонаведения определяется главным образом составом измерителей и принятым методом наведения в различных конкретных случаях. Системы самонаведения включают измерители относительных координат цели и ракеты и их производных. Такими измерителями являются координаторы цели, рассмотренные в гл. 4, 5 и 6. Измеряемые ими величины, как мы видели, часто являются непосредственно параметрами управления.

Однако в некоторых случаях для формирования параметров управления используются также сигналы других измерителей, в частности, гироскопических измерителей углового положения ракеты относительно некоторой заданной системы отсчета. В таких случаях параметры управления формируются по сигналам измерителей путем соответствующих вычислений. Кроме этих измерителей, в системе самонаведения используются также измерители угловых скоростей вращения ракеты относительно связанных осей (скоростные гироскопы или гиротроны), измери-

тели угла крена (позиционный гироскоп) и измерители ускорения ракеты в проекциях на оси связанной системы координат (акселерометры). Для формирования управляющих сигналов, подаваемых в рулевые машины, применяют различного рода суммирующие усилители и фильтры. В целом система самонаведения может иметь от одного до трех каналов управления в зависимости от конструктивной схемы ракеты и принятого способа управления. При одноканальной или двухканальной системах управления отсутствует система поперечной стабилизации. При одноканальной системе управления имеется один канал управления рулем, но ракета должна вращаться с постоянной угловой скоростью и стабильность этой угловой скорости должна поддерживаться специальными средствами. При двухканальной системе управления также отсутствует система поперечной стабилизации и оба канала являются основными каналами управления. Одноканальные и двухканальные системы самонаведения целесообразно применять для осесимметричных или крестокрылых ракет. Наконец, трехканальные системы управления у осесимметричных (или крестокрылых) ракет имеют два канала управления, а третий канал используется для поперечной стабилизации ракеты относительно оси x_1. Для ракет с плоской аэродинамической симметрией все три канала могут быть использованы для управления полетом центра массы.

Рассмотрим структуру систем самонаведения. При наведении на малоподвижные цели главным образом крылатых ракет классов «воздух—земля» и «земля—земля», а также «воздух—корабль» и «корабль—земля» применяется наиболее простая система прямого самонаведения. Она, как правило, содержит координатор цели, жестко закрепленный на ракете так, что ось координатора цели совпадает с осью x_1 ракеты или ей параллельна. Кроме того, как указывалось в гл. 15, для получения хорошего качества управления и независимости управляющих сил от режима полета могут быть применены измерители угловых скоростей ракеты и поперечного ускорения в проекциях по связанным осям. Осесимметричные крестокрылые ракеты имеют два одинаковых канала управления и независимый канал поперечной стабилизации. Последний может отсутствовать, если ракета достаточно медленно вращается. Так как каналы управления у крестокрылых ракет идентичны, то рассмотрение одного канала вполне характеризует систему. Для одного канала, например продольного, при наличии поперечной стабилизации теоретическое выражение параметра управления имеет вид

$$\Delta_1 = \varepsilon - \vartheta. \qquad (18.1.1)$$

Измерение параметра управления производится непосредственно координатором цели, как показано в гл. 4, который можно рассматривать как апериодическое звено. Следовательно, изме-

ренное значение параметра управления определяется уравнением

$$(T_к p + 1)\,\Delta_{1и} = k_к \Delta_1\,. \qquad (18.1.2)$$

Сигнал координатора, как известно из гл. 15, обычно подвергается преобразованию с целью фильтрации помехи и введения производной. Сигнал на выходе этого устройства $\Delta_в$ определяется уравнением

$$(T_1 p + 1)\,\Delta_в = k_1 (\tau_1 p + 1)\,\Delta_{1и}. \qquad (18.1.3)$$

Так как при операции дифференцирования сигнала $\Delta_{1и}$ вводится в неявном виде производная угла ϑ, то часто дополнительного измерителя угловой скорости ω_{z_1} не требуется. Если управление полетом ракеты производится при помощи виброрулей или интерцепторов, то можно не вводить в систему управления никаких других измерителей и вырабатывать команду непосредственно в зависимости от преобразованного параметра управления $\Delta_в$. В этом случае уравнения исполнительных устройств имеют вид

$$u_в = \psi_в(\Delta_в); \quad \delta_в = u_в, \qquad (18.1.4)$$

где функция $\psi_в$ имеет вид, изображенный на рис. 14.1.1.

Уравнения (18.1.1) — (18.1.4) представляют собой полную систему уравнений одного канала системы прямого самонаведения с безынерционной рулевой машиной, работающей в вибрационном режиме.

Как показано в гл. 15 и 16, для осуществления автоматической регулировки интенсивности работы рулей целесообразно вводить в систему управления отрицательные обратные связи измерителей поперечных составляющих ускорения ракеты или шарнирных моментов рулей. В случае применения отрицательной обратной связи измерителя поперечного ускорения вводится дополнительная измеряемая величина w_2, равная при аэродинамическом управлении (для канала руля высоты)

$$w_2 = vA_\alpha{}'\,\alpha. \qquad (18.1.5)$$

Акселерометр является колебательным звеном и его поведение описывается уравнением

$$(p^2 + 2\zeta_a \omega_a p + \omega_a{}^2)\,u_a = \beta_a v A_\alpha{}'\,\alpha. \qquad (18.1.6)$$

Если управление ракетой производится при помощи обычного аэродинамического руля, приводимого в действие рулевой машиной с жесткой отрицательной обратной связью по углу отклонения руля, то в систему управления необходимо ввести измеритель положения руля (например, потенциометр), который измеряет угол отклонения руля практически безынерционно. В таком случае выходной сигнал измерителя отклонения руля выражается формулой

$$u_\delta = l_\delta\,\delta. \qquad (18.1.7)$$

Сигнал управления в рассматриваемом случае определяется уравнением

$$u_{\text{в}} = k_{\text{в}} \Delta_{\text{в}} + u_a - u_\delta . \qquad (18.1.8)$$

Заметим, что при наличии отрицательной обратной связи по поперечному ускорению жесткая отрицательная обратная связь в рулевой машине по отклонению руля может отсутствовать. Уравнение рулевой машины с учетом постоянного запаздывания τ запишем в виде

$$\dot{\delta} = \varphi(u_{\text{в}}(t - \tau)). \qquad (18.1.9)$$

Уравнения (18.1.1)—(18.1.3), (18.1.5)—(18.1.9) представляют собой полную систему уравнений одного канала системы прямого самонаведения. На рис. 18.1.1 изображена структурная схема этого канала.

Метод прямого самонаведения принципиально может быть аппаратурно реализован и несколько другим способом, со стабилизацией углового положения ракеты. Практически такой способ получается в том случае, когда направление продольной оси ракеты стабилизируется при помощи гироскопических приборов, а изменение направления полета осуществляется путем подачи управляющего сигнала, зависящего от параметра управления, на перемещения основания или потенциометра гироскопа.

§ 18.2. СИСТЕМЫ САМОНАВЕДЕНИЯ С УПРЕЖДЕНИЕМ

Системы самонаведения с упреждением основаны на методах наведения ракеты в некоторую упрежденную точку на продолжении траектории цели. К таким распространенным методам относится прежде всего метод параллельного сближения и его разновидности, а также метод наведения в вычис-

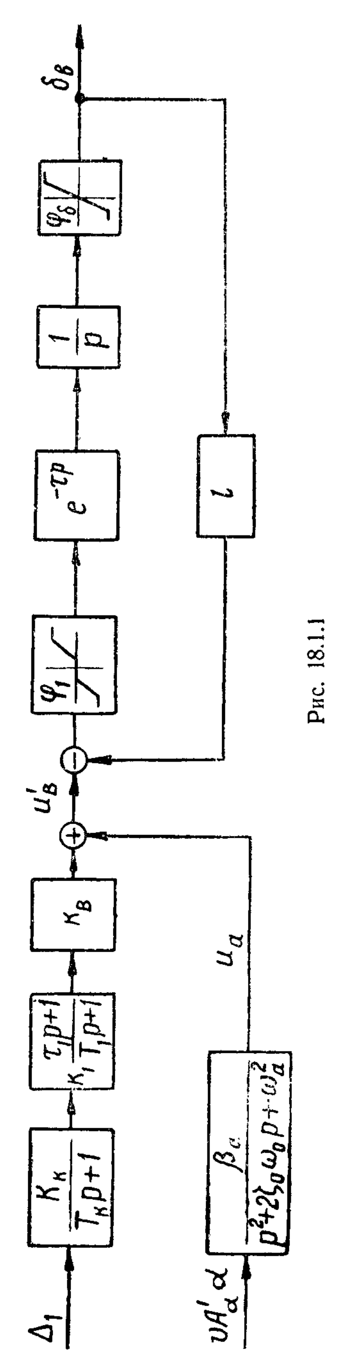


Рис. 18.1.1

ленную точку встречи ракеты с целью. Системы самонаведения с упреждением применяются главным образом в ракетах «воздух — воздух», «земля — воздух», а также могут быть применены в ракетах, предназначенных для действия по быстродвижущимся малоразмерным наземным или морским целям. Практически эти системы самонаведения могут быть осуществлены с помощью различных комплексов устройств измерения и формирования параметров управления в зависимости от формы, в которой заданы параметры управления. Так, при самонаведении методом параллельного сближения параметры управления могут быть заданы либо в виде углов отклонения вектора дальности от стабилизированного направления, либо в виде составляющих угловой скорости вращения вектора дальности, как показано в § 3.2. Параметры управления при методе параллельного сближения сравнительно легко измеряются. Для измерения параметров управления в первом случае требуется координатор, стабилизированный в заданном направлении с помощью гироскопов или гироплатформы. Для измерения параметров управления во втором случае требуется следящий координатор, рассмотренный в гл. 6. Второй способ задания параметров управления обладает некоторыми преимуществами. При наведении ракеты в вычисленную точку встречи с целью параметры управления могут быть заданы в виде углов отклонения фактического направления вектора скорости ракеты от вычисленного в системе управления направления. Измерение их требует использования ряда измерителей, следящего координатора цели и дополнительных вычислительных устройств. Таким образом, характерной особенностью большинства систем самонаведения с упреждением является использование сигнала следящего координатора, зависящего от угловой скорости линии визирования ракета — цель. Как отмечалось в гл. 6, наиболее приемлемым средством измерения угловой скорости линии ракета—цель является гироскопический следящий координатор. Поэтому большинство систем самонаведения с упреждением базируется на использовании следящих гироскопических координаторов.

Таким образом, система самонаведения с упреждением, как правило, содержит следящий координатор, дополнительные измерители поперечного ускорения и угловых скоростей вращения ракеты относительно связанных осей, устройства формирования управляющих сигналов, представляющие собой суммирующие усилители, преобразующие цепи дифференцирования и интегрирования, усилители мощности и рулевые машины.

Рассмотрим обобщенную схему одного продольного канала управления для ракеты, имеющей поперечную стабилизацию. Продольный канал следящего координатора измеряет рассогласование $\varepsilon - \varepsilon_г$, где ε — угол ориентировки вектора дальности; $\varepsilon_г$ — угол ориентировки оси следящего координатора. Структурная схема одного канала следящего коорди-

натора представлена на рис. 18.2.1,*а*. На рис. 18.2.1,*б* приведена эквивалентная структурная схема того же канала следящего координатора. Теоретическое выражение параметра управления имеет вид:

$$\Delta_1 = -\dot{\varepsilon}. \tag{18.2.1}$$

Измеренное следящим координатором значение параметра управления определяется из уравнения

$$(T_к p^2 + p + k_к k_2)\,\Delta_{1и} = k_к\,\Delta_1\,. \tag{18.2.2}$$

Сигнал $\Delta_{1и}$ претерпевает дополнительное преобразование в корректирующей цепи. Преобразованный параметр управления в этом случае определяется из уравнения

$$(T_1 p + 1)\,\Delta_в = k_1(1 + \tau_1 p)\,\Delta_{1и}. \tag{18.2.3}$$

Для осуществления автоматической регулировки интенсивности работы руля и обеспечения необходимого демпфирования движения ракеты относительно центра массы применяются отрицательные обратные связи по поперечному ускорению и по угловой скорости вращения ракеты относительно связанных осей. Уравнения измерителей ускорения по оси y_1 и угловой скорости ω_{z_1} имеют соответственно вид (18.1.6) и пятого уравнения (17.4.1). Если управление ракетой производится при помощи аэродинамического руля, приводимого в действие рулевой машиной с жесткой отрицательной обратной связью по углу отклонения руля, то уравнения рулевой машины можно в общем случае записать в форме

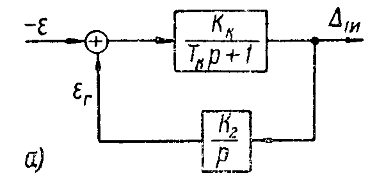


Рис. 18.2.1

$$\left.\begin{aligned} u_в &= k_в\,\Delta_в + u_a + u_г - u_\delta\,,\\ u_\delta &= l_\delta\,\delta_в\,,\\ \dot{\delta}_в &= \varphi(u_в(t-\tau)). \end{aligned}\right\} \tag{18.2.4}$$

Уравнения (18.2.1.), (18.2.4), (18.1.6) и пятое уравнение (17.4.1) представляют собой закон управления для одного канала управления. На рис. 18.2.2 изображена структурная схема этого канала системы управления. Второй канал управления имеет аналогичную структуру.

При применении отрицательных обратных связей по шарнирному моменту руля, как уже указывалось, жесткая обратная связь в рулевой машине не применяется. Пример такой рулевой машины был рассмотрен в § 15.4 (рис. 15.4.6). Для системы са-

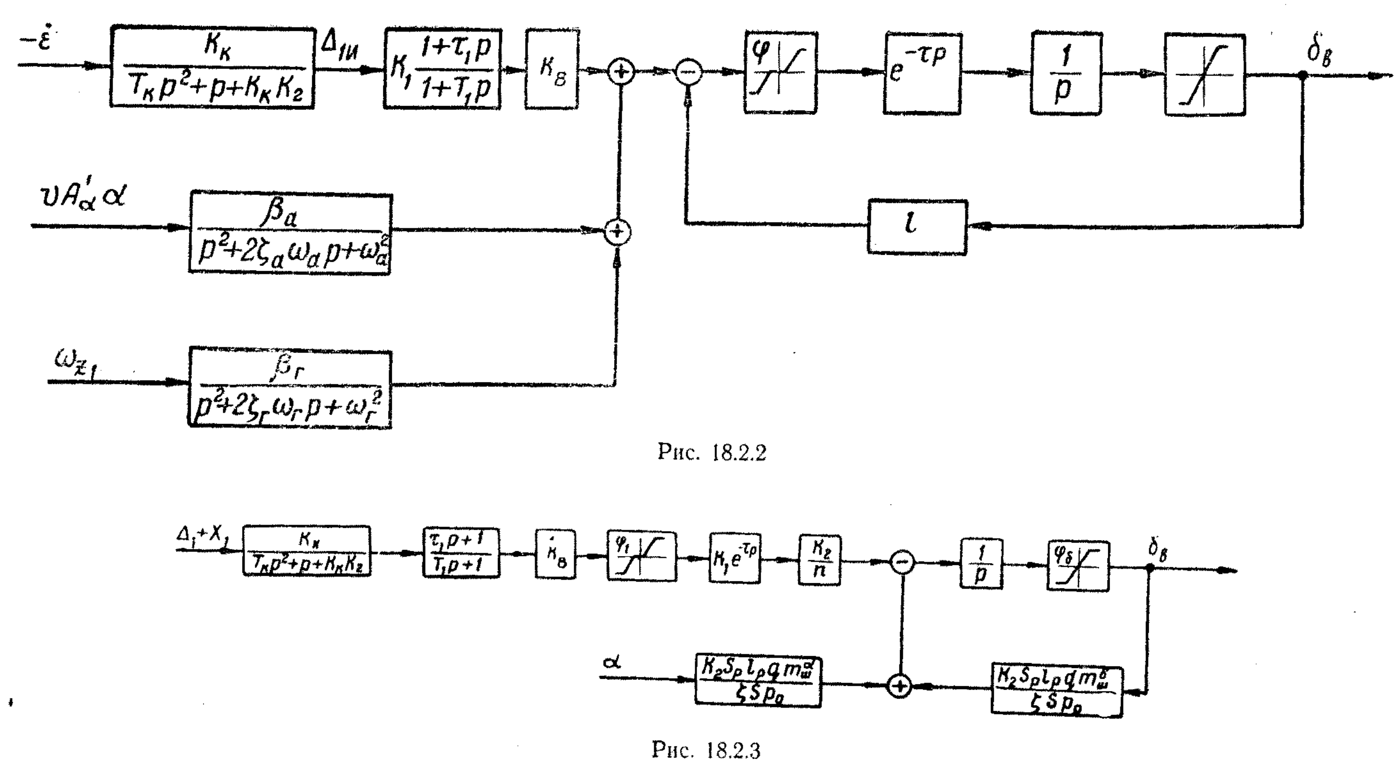


Рис. 18.2.2

Рис. 18.2.3

монаведения с упреждением со следящим координатором и с отрицательной обратной связью по шарнирному моменту руля закон управления для одного канала управления имеет вид:

$$\left.\begin{aligned}
&\Delta_1 = -\dot{\varepsilon},\\
&\Delta_{1\text{и}} = \frac{k_{\text{к}}}{T_{\text{к}} p^2 + p + k_{\text{к}} k_2}\Delta_1,\\
&p\delta_{\text{в}} = \frac{k_2}{n}\varphi_1(\varepsilon) - \frac{k_2 M_{\text{ш}}}{\zeta S p_0},\\
&\varepsilon = k' u' (t - \tau),\\
&u' = k_{\text{в}} \Delta_{\text{в}},\\
&(T_1 p + 1)\Delta_{\text{в}} = k_1(\tau_1 p + 1)\Delta_{1\text{и}},\\
&M_{\text{ш}} = s_{\text{р}} l_{\text{р}}\, q\,(m_{\text{ш}}^{\delta}\delta + m_{\text{ш}}^{\alpha}\alpha).
\end{aligned}\right\} \quad (18.2.5)$$

Структурная схема одного канала системы самонаведения такого типа представлена на рис. 18.2.3.

Возможно большое число других вариантов схем систем самонаведения с упреждением. Однако главные их черты иллюстрируются достаточно хорошо рассмотренными схемами. Второй канал управления аналогичен рассмотренному.

§ 18.3. СИСТЕМЫ ТЕЛЕУПРАВЛЕНИЯ

Уравнения работы и структуры систем телеуправления, характеризующие закон управления, также чрезвычайно разнообразны. В состав системы телеуправления обычно входят измерители текущих координат ракеты и цели и их производных. Эти измерители, в качестве которых обычно применяются радиолокаторы, располагаются, как правило, на командном пункте управления. На основании сигналов этих измерителей в соответствии с уравнениями идеальных связей определяются параметры управления. Устройства формирования параметров управления в общем случае являются вычислителями непрерывного или дискретного типа.

Для улучшения динамических характеристик управления, как показано в гл. 16, необходимо использовать сигналы, зависящие от угловых скоростей ракеты относительно связанных осей y_1 и z_1, а также сигналы, зависящие от нормального ускорения ракеты в проекциях на связанные оси y_1 и z_1.

Для измерения угловых скоростей используются скоростные гироскопы или гиротроны, а для измерения ускорений ракеты — акселерометры. Кроме того, в системах телеуправления необходимо осуществлять управление движением ракеты относительно продольной оси x_1, чтобы обеспечить необходимое управление рулями в соответствии с измеренными параметрами управле-

ния. Обычно телеуправляемые ракеты стабилизируются на определенном значении угла крена, в частности, на нулевом. Однако возможно управлять ракетой, вращающейся относительно оси x_1. В этом случае необходим специальный преобразователь управляющих сигналов в соответствии с вращением ракеты (см. § 17.1). Во всех этих случаях необходимы гироскопические измерители текущего угла крена и угловой скорости ω_{x_1} ракеты относительно оси x_1. В каждом канале управления имеются корректирующие фильтры и суммирующие усилители, при помощи которых формируются управляющие сигналы, подаваемые в рулевые машины.

В силу того, что в большинстве случаев каналы управления независимы, рассмотрим один канал управления ракетой, например, продольный. Теоретическое выражение параметра управления для одного продольного канала телеуправляемой ракеты имеет вид

$$\Delta_1 = \varepsilon_п - \varepsilon_р, \qquad (18.3.1)$$

где $\varepsilon_п$ обычно представляет собой заданную функцию координат ракеты $\varepsilon_р$, $D_р$ и их производных, координат цели $\varepsilon_ц$, $D_ц$ и их производных и времени, как показано было в гл. 7.

$$\varepsilon_п = \varepsilon_п (\varepsilon_р, D_р, \varepsilon_ц, D_ц, \dot{\varepsilon}_р, \dot{D}_р, \dot{\varepsilon}_ц, \dot{D}_ц, t). \qquad (18.3.2)$$

Таким образом, для формирования параметра управления в системе телеуправления должны измеряться или вычисляться величины

$$w_1 = \varepsilon_р,\ w_2 = \varepsilon_ц,\ w_3 = D_р,\ w_4 = D_ц,\ w_5 = \dot{\varepsilon}_р,$$
$$w_6 = \dot{\varepsilon}_ц,\ w_7 = \dot{D}_р,\ w_8 = \dot{D}_ц. \qquad (18.3.3)$$

Работа измерительных устройств в общем случае описывается уравнениями типа (15.1.2). Параметр управления вырабатывается системой управления по формуле

$$\Delta_{1и} = \varepsilon_п (w_{1и}, w_{2и}, \cdots, w_{8и}, \cdots, t) - w_{1и}. \qquad (18.3.4)$$

В частном случае, при наведении ракеты трехточечным методом $\varepsilon_{рп} = \varepsilon_ц$, параметр управления определяется на основе измерения только двух величин по формуле

$$\Delta_{1и} = w_{2и} - w_{1и}. \qquad (18.3.5)$$

Сигнал $\Delta_{1и}$ подвергается преобразованию корректирующей цепью с оператором $M_{11}(p)$, выбираемым из условия наилучшей фильтрации помехи и наилучшей экстраполяции сигнала с помощью методов статистической теории оптимальных систем. В результате преобразованное значение параметра управления в одном канале равно:

$$\Delta_в = M_{11}(p)\, \Delta_{1и}. \qquad (18.3.6)$$

Измерение угловой скорости вращения $w_9 = \omega_{z_1}$ ракеты относительно оси z_1 осуществляется скоростным гироскопом. Если учесть инерционность этого измерителя, то выходной сигнал определяется уравнением

$$(p^2 + 2\zeta_г \omega_г p + \omega_г^2)\, u_г = \beta_г w_9. \qquad (18.3.7)$$

Измерение нормального ускорения ракеты производится акселерометром, выходной сигнал которого $w_{10и} = u_a$ определяется из уравнения

$$(p^2 + 2\zeta_a \omega_a p + \omega_a^2)\, u_a = \beta_a w_{10}, \qquad (18.3.8)$$

где измеряемая величина w_{10} равна проекции нормального ускорения на соответствующую ось измерения акселерометра за вычетом проекции ускорения силы тяжести:

$$w_{10} = vA_\alpha{}' \alpha. \qquad (18.3.9)$$

Сигналы дополнительных измерителей $u_г$ и u_a также преобразуются с помощью операторов $L_9(p)$ и $L_{10}(p)$ для получения сигналов с необходимыми динамическими свойствами и для фильтрации ошибок измерения. Управляющий сигнал $u_в$, подаваемый в рулевую машину, получается обычным суммированием сигнала $\Delta_в$ и преобразованных сигналов $u_г$ и u_a. В результате закон управления для одного канала системы телеуправления имеет вид:

$$\left.\begin{aligned} p\delta_в &= e^{-\tau p} \varphi(u_в), \\ u_в &= f_в(\psi_в(\Delta_в) + \psi_{11}(w_{9и}') + \psi_{12}'(w_{10и}')), \\ \Delta_в &= M_{11}(p)\Delta_{1и}, \\ w_{9и}' &= L_9(p) \frac{\beta_г}{p^2 + 2\zeta_г \omega_г p + \omega_г^2}\, \omega_{z_1}, \\ w_{10и}' &= L_{10}(p) \frac{\beta_a}{p^2 + 2\zeta_a \omega_a p + \omega_a^2}\, vA_\alpha{}' \alpha. \end{aligned}\right\} \qquad (18.3.10)$$

В системах управления по радиолучу параметры управления измеряются непосредственно на ракете с помощью радиолокационного измерителя. Теоретическое выражение параметра управления для продольного канала управления в этом случае такое же, как в формуле (18.3.1), где в частном случае при наведении трехточечным методом $\varepsilon_{рп} = \varepsilon_ц$.

Для конкретности рассмотрим формирование управляющего сигнала и закон управления продольного канала системы телеуправления ракеты «воздух—воздух», наводимой по радиолучу

методом совмещения. Измерение параметра управления $\Delta_1 = \varepsilon_ц - \varepsilon_р$ в системе телеуправления рассматриваемого типа происходит при помощи радиолокационного устройства ракеты, расположенного в ее хвостовой части.

Чтобы система реагировала на линейное отклонение ракеты от равносигнальной линии, в канале измерения устанавливается программное устройство, изменяющее чувствительность канала в предположении, что скорость ракеты примерно постоянна на участке управляемого полета. Практически программное устройство выполняется в виде так называемого потенциометра дальности, изменяющего коэффициент усиления усилителя приемника по линейному закону.

На выходе измерителя получается сигнал, пропорциональный линейному отклонению ракеты от равносигнальной зоны. Измеренное значение параметра управления $\Delta_{1и}$ связано с параметром Δ_1 выражением

$$\Delta_{1и} = \Psi_1(p)\,\Delta_1, \qquad (18.3.11)$$

где $\Psi_1(p) = \dfrac{k_0(D_{рт})_{ср}}{T_0 p + 1}$, $(D_{рт})_{ср}$ — средняя дальность до ракеты; $\Delta_1 = \varepsilon_ц - \varepsilon_р$.

Сигнал с выхода измерителя $\Delta_{1и}$ подается на дифференцирующую цепочку, обеспечивающую его преобразование таким образом, чтобы получить сумму сигналов, пропорциональных параметру управления и его производной. В результате получаем преобразованное значение параметра управления

$$\Delta_в = M_{11}(p)\,\Delta_{1и}, \qquad (18.3.12)$$

где

$$M_{11}(p) = k_1 \frac{T_1 p + 1}{T_2 p + 1}.$$

Преобразованный сигнал подается в усилитель и суммируется с преобразованным сигналом акселерометра, измеряющего ускорение, равное $vA_\alpha'\alpha$ при аэродинамическом управлении. Преобразование сигнала акселерометра осуществляется на операционном усилителе с большим коэффициентом усиления, включенным по схеме интегратора. Это обеспечивает запаздывание сигнала акселерометра, необходимое для получения требуемых динамических характеристик управления. Сигнал акселерометра дает отрицательную обратную связь по ускорению. Сигнал на выходе акселерометра определяется уравнением

$$(p^2 + 2\zeta_a\omega_a p + \omega_a^2)\,w_{2и} = \beta_a\, vA_\alpha'\alpha. \qquad (18.3.13)$$

Преобразованный сигнал акселерометра, подаваемый в суммирующий усилитель, имеет вид:

$$w_{2и}' = L_2(p)\, w_{2и}, \quad (18.3.14)$$

где

$$L_2(p) = k_2 \frac{1}{T_2 p + 1}.$$

Для измерения угловой скорости ω_{z_1} применяется скоростной гироскоп.

Сигнал на выходе скоростного гироскопа определяется из уравнения

$$(p^2 + 2\zeta_г \omega_г p + \omega_г^2)\, w_{3и} = \beta_г \omega_{z_1}. \quad (18.3.15)$$

Сигнал этого измерителя усиливается. Преобразованный сигнал имеет вид

$$w_{3и}' = k_3 w_{3и}. \quad (18.3.16)$$

Суммарный управляющий сигнал, подаваемый в рулевую машину при работе всех элементов в линейной зоне, равен:

$$u_в' = \Delta_в + w_{2и}' + w_{3и}'. \quad (18.3.17)$$

Рулевая машина пневматического типа имеет схему, рассмотренную в гл. 15 и представленную на рис. 15.4.4 с учетом основных нелинейностей.

Полная структурная схема продольного канала управления системы телеуправления по радиолучу ракеты представлена на рис. 18.3.1.

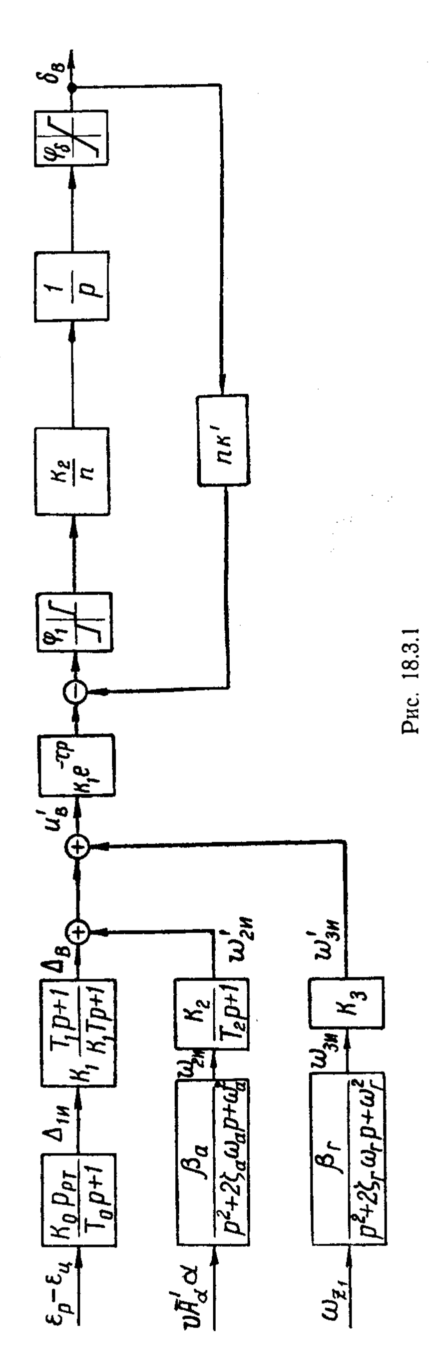


Рис. 18.3.1

§ 18.4. ГИРОСКОПИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Гироскопическими системами управления называются системы, имеющие в качестве основного измерителя гироориентатор (§ 11.2), состоящий из гироплатформы или комплекса гироскопических приборов. В состав гироскопической автономной системы управления входят гироскопические измерители углов ориентировки корпуса ракеты, угловых скоростей вращения ракеты относительно связанных осей — гироориентатор, программные устройства, усилители, устройства формирования сигналов управления и исполнительные устройства — рулевые машины. Следует заметить, что гироскопические системы управления, помимо основного комплекса гироскопических измерителей, часто имеют еще дополнительные измерители — акселерометры и высотомеры. При управлении полетом баллистических ракет и космических аппаратов в состав автономной системы управления входит еще аппаратура регулирования тяги или выключения двигателя, состоящая из измерителя скорости полета, на основе тяжелого гироскопа или акселерометров с интегратором, программного устройства заданной скорости полета, аппаратуры формирования сигнала управления тягой двигателя. Рассмотрим гироскопическую систему управления баллистической ракеты малой или средней дальности. Система управления баллистической ракеты, как правило, управляет ракетой на активном начальном участке полета. Задача системы управления на этом участке состоит в том, чтобы придать траектории ракеты определенную форму и вывести ракету в заданную область или точку пространства с заданным вектором скорости, обеспечивающим в дальнейшем полет по баллистической траектории на заданную дальность. Система управления в этом случае содержит два канала управления ракетой в продольном и боковом направлении. Управление производится рулем высоты $\delta_в$ и рулем направления $\delta_н$. Имеется также канал поперечной стабилизации, обеспечивающий стабилизацию нулевого угла крена. Наличие поперечной стабилизации делает практически независимым управление ракетой по продольному и боковому каналам. Управление полетом в продольном канале состоит в осуществлении полета ракеты по заданной программе в заданной вертикальной плоскости, а канал бокового управления необходим для удержания ракеты в этой плоскости, т. е. для устранения возникающего угла рысканья и бокового линейного сноса. Кроме перечисленных каналов управления полетом, имеется еще канал управления тягой двигателя. Обычно, в простейших случаях, этот канал устроен так, что производит выключение двигателя по достижении ракетой заданной величины скорости полета. Таким образом, практически все каналы управления баллистической ракетой являются независимыми.

Наиболее характерными для гироскопических систем управления баллистических ракет являются два канала: продольный канал программного управления направлением полета и канал управления тягой двигателя или моментом его выключения. Рассмотрим структурные схемы этих двух каналов. Канал продольного управления, обеспечивающий полет ракеты в вертикальной плоскости по определенной программе, содержит программный блок, задающий программное значение угла тангажа ракеты $\vartheta_п$ как функции времени, высоты или скорости и гироскопический измеритель текущего угла тангажа ракеты (гирогоризонт). Теоретическое значение параметра управления в продольной плоскости равно:

$$\Delta_1 = \vartheta - \vartheta_п. \tag{18.4.1}$$

Гироскопический измеритель измеряет текущее значение угла тангажа ракеты ϑ с погрешностью, зависящей от карданных ошибок (см. § 11.6) и случайных неточностей самого измерителя и его начальной выставки. При малых углах ψ и γ карданные ошибки играют несущественную роль, поэтому измеренное значение тангажа $\vartheta_и$ равно:

$$\vartheta_и = \vartheta. \tag{18.4.2}$$

Измеренное значение параметра управления следующее:

$$\Delta_{1и} = \vartheta - \vartheta_п. \tag{18.4.3}$$

Сигнал, пропорциональный измеренному значению параметра управления, усиливается и подвергается преобразованию с помощью дробно-рационального оператора $M_{11}(p)$, вводящего производные от входного сигнала. Преобразованное значение параметра управления определяется выражением

$$\Delta_в = M_{11}(p)\,\Delta_{1и}, \tag{18.4.4}$$

где

$$M_{11}(p) = \frac{(\tau_1 p + 1)(\tau_2 p + 1)}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}\, m_1{}^*.$$

Для устранения возникающего в полете смещения траектории центра массы ракеты за счет внешних возмущений, главным образом ветра, в системе управления применяют дополнительный измеритель проекции поперечного ускорения центра массы ракеты (акселерометр). Этот измеритель устанавливается так, чтобы его ось чувствительности совпадала с осью y_1. Тогда акселерометр приближенно измеряет величину управляющего нормального ускорения a_{y_1} и его сигнал определяется уравнением

$$(p^2 + 2\zeta_a \omega_a p + \omega_a^2)\, u_a = \beta_a a_{y_1}. \tag{18.4.5}$$

---

* Этот оператор разложением на простые дроби приводится к стандартному виду, данному в § 16.1.

Вычитая из сигнала акселерометра сигнал, пропорциональный теоретическому значению поперечного ускорения $a_{y, т}$, получаем корректирующий сигнал

$$u_1' = u_a - k_a a_{y_1 т}, \qquad (18.4.6)$$

где $k_a = \beta_a/\omega_a^2$. В некоторых случаях программная траектория может быть выбрана так, что $a_{y_1 т} = 0$, т. е. искривление траектории должно осуществляться только силой тяжести. Сигнал (18.4.6) преобразуется путем интегрирования для получения сигнала, пропорционального линейной скорости центра массы. В результате получим

$$u_1 = L_1(p) u_1', \qquad (18.4.7)$$

где $L_1(p) = l_1/p$. Если рулевая машина имеет жесткую отрицательную обратную связь, то сигнал управления, подаваемый в рулевую машину, имеет вид

$$u_в = \Delta_в + u_1 - l_\delta \delta_в. \qquad (18.4.8)$$

Уравнение рулевой машины примем в общей форме.

$$\dot{\delta}_в = \varphi(u_в(t - \tau)). \qquad (18.4.9)$$

Уравнения (18.4.1) — (18.4.9) представляют собой закон управления для продольного канала. На рис. 18.4.1 представлена структурная схема этого канала. Аналогична схема у бокового канала с той только разницей, что отсутствует программный блок.

Канал управления выключением двигателя называется каналом управления дальностью полета. Он содержит измеритель скорости полета ракеты и устройство выключения двигателя.

Аппаратура управления выключением двигателя обычно подает сигнал на выключение двигателя по достижении ракетой заданной скорости полета. Заданная скорость полета вычисляется заранее и зависит от требуемой дальности полета ракеты или высоты, которой должна достигнуть ракета. Скорость полета ракеты измеряется радиотехническим способом с командного пункта или автономными средствами. В последнем случае на ракете устанавливается акселерометр, измеряющий проекцию ускорения ракеты на продольную ось x_1, и интегратор, вычисляющий проекцию скорости ракеты на продольную ось x_1. При этом используется электромеханический акселерометр и электролитический интегратор, а также гироскопический измеритель скорости — гироскопический маятник, угол поворота которого под действием измеряемого ускорения пропорционален достигнутой проекции скорости полета. Измеренное значение проекции скорости полета w сравнивается с заданным значением $w_к$. Когда w достигнет значения $w_к$, подается команда на выключение двигателя.

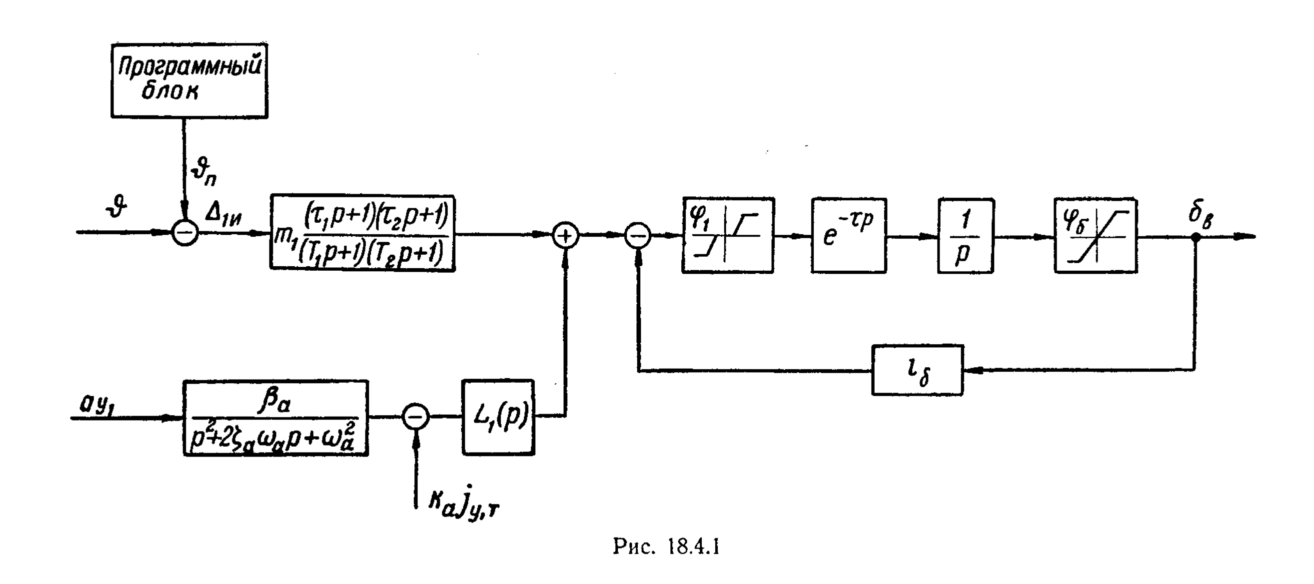

Программный блок
ϑ
$\vartheta_п$
$\Delta_{1и}$
$m_1\frac{(\tau_1 p+1)(\tau_2 p+1)}{(T_1 p+1)(T_2 p+1)}$
φ_1
$e^{-\tau p}$
$\frac{1}{p}$
φ_δ
$\delta_в$
l_δ
$a y_1$
$\frac{\beta_a}{p^2+2\zeta_a\omega_a p+\omega_a^2}$
$L_1(p)$
$k_a j_{y,т}$

Рис. 18.4.1

Практически выключение двигателя происходит по командам в два этапа. По первой предварительной команде тяга двигателя уменьшается, по второй главной команде, следующей через малый временной интервал Δt, двигатель выключается.

Рассмотрим теперь типовую гироскопическую систему управления крылатой ракеты самолетной формы. В состав системы входит гироориентатор, состоящий из комплекса позиционных и скоростных гироскопов для измерения углов ϑ, ψ, γ и угловых скоростей ω_{x_1}, ω_{y_1}, ω_{z_1}, программных устройств, задающих программные углы $\vartheta_п$ и $\psi_п$, акселерометр для измерения скольжения, высотомер для измерения высоты полета, а также программное устройство заданной высоты полета и рулевые машины.

Позиционные гироскопы и высотомер можно считать безынерционными, их выходные сигналы имеют вид

$$u_\vartheta = k_\vartheta(\vartheta - \vartheta_п), \quad u_\psi = k_\psi(\psi - \psi_п), \quad u_\gamma = k_\gamma \gamma, \qquad (18.4.10)$$
$$u_п = k_и (H - H_п).$$

Сигналы скоростных гироскопов u_1, u_2, u_3 связаны с величинами ω_{z_1}, ω_{y_1}, ω_{x_1} соответственно уравнениями колебательного звена

$$\left.\begin{aligned} \ddot{u}_1 + 2\zeta_г \omega_г \dot{u}_1 + \omega_г^2 u_1 &= \beta_г \omega_{z_1}, \\ \ddot{u}_2 + 2\zeta_г \omega_г \dot{u}_2 + \omega_г^2 u_2 &= \beta_г \omega_{y_1}, \\ \ddot{u}_3 + 2\zeta_г \omega_г \dot{u}_3 + \omega_г^2 u_3 &= \beta_г \omega_{x_1}. \end{aligned}\right\} \qquad (18.4.11)$$

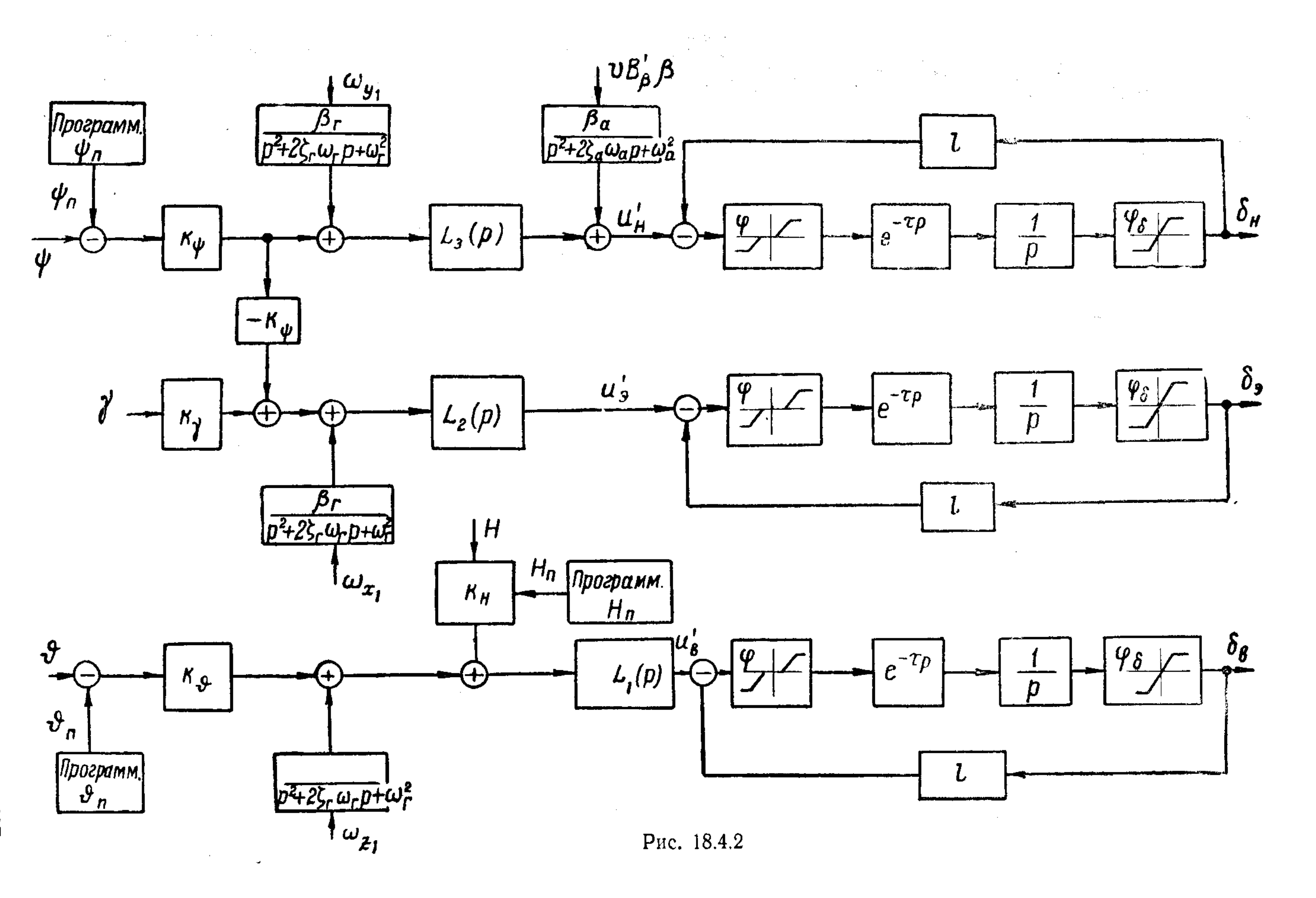
Сигнал акселерометра, измеряющего скольжение, определяется уравнением

$$\ddot{u}_a + 2\zeta_a \omega_a \dot{u}_a + \omega_a^2 u_a = \beta_a v B'_\beta \beta. \qquad (18.4.12)$$

Сигналы суммируются и преобразуются корректирующими цепями, имеющими операторы $L_i(p$:реобразованные сигналы управления следующие:

$$\left.\begin{aligned} u'_в &= L_1(p)(u_\vartheta + u_1 + u_н), \\ u'_н &= L_2(p)(u_\psi + u_2) + u_a), \\ u'_э &= L_3(p)(u_\gamma + u_2 - k_1 u_\psi). \end{aligned}\right\} \qquad (18.4.13)$$

Управляющий сигнал $u'_э$ содержит, помимо сигналов стабилизации u_γ и u_2, еще сигнал $- k_1 u_\psi$ для создания крена ракеты при наличии бокового параметра управления $\psi - \psi_п$. Этим самым обеспечивается координированное управление. Для предотвращения возможного скольжения в сигнал управления рулевой машиной руля направления вводится сигнал акселерометра u_a. При применении рулевых машин с жесткими



Программ. ψп
ψп
ψ
kψ
−kψ
γ
kγ
ωy1
ωx1
ωz1
βг / p²+2ζг ωг p+ωг²
βа / p²+2ζа ωа p+ωа²
vB'β β
L3(p)
L2(p)
L1(p)
u'н
u'э
u'в
φ
e^−τp
1/p
φδ
l
δн
δэ
δв
H
Hп
Программ. Hп
kн
ϑ
ϑп
Программ. ϑп
kϑ

Рис. 18.4.2

обратными связями в рулевые машины должны быть поданы сигналы

$$u_в = u'_в - l\delta_в, \quad u_н = u'_н - l\delta_н, \quad u_э = u'_э - l\delta_э. \qquad (18.4.14)$$

Принимая уравнение рулевых машин в форме (15.6.7), получим полную систему уравнений закона управления в данном случае в виде уравнений (18.4.10) — (18.4.14), (15.6.7).

На рис. 18.4.2 изображена структурная схема системы управления рассматриваемого типа.

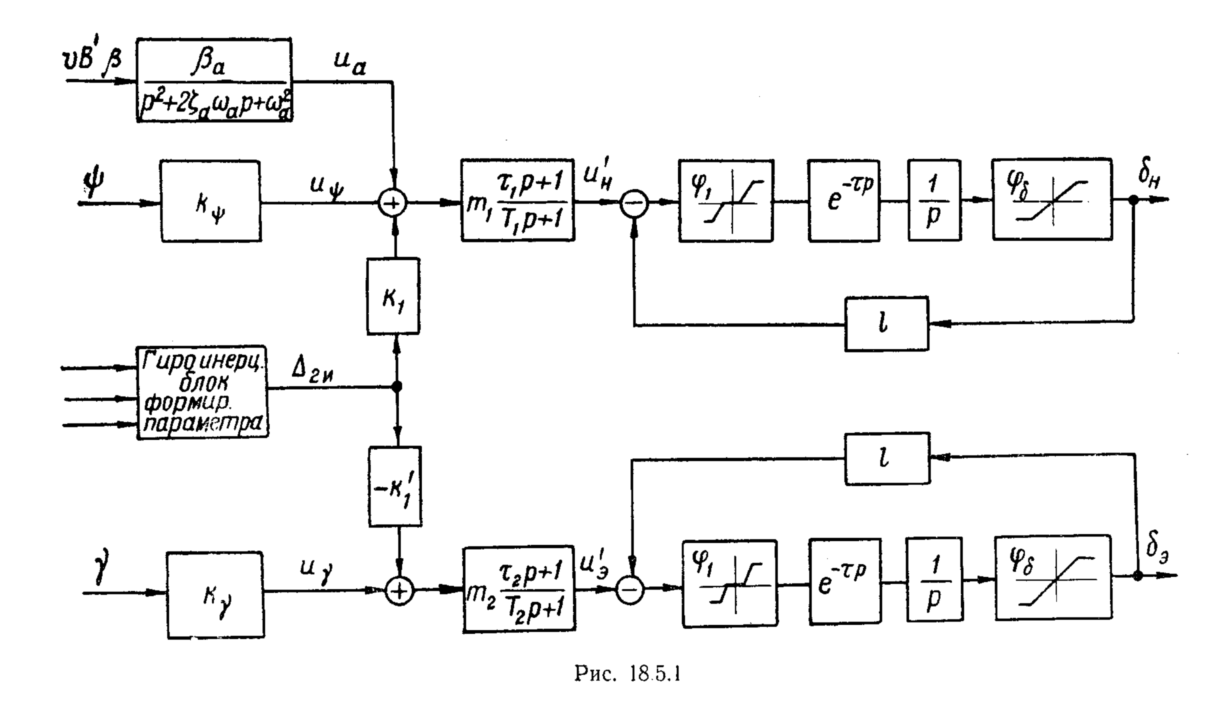
§ 18.5. ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ И АСТРОИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Инерциальные и астроинерциальные системы управления имеют аппаратуру формирования параметров управления — гироинерциальный координатор, принципы устройства которого рассматривались в гл. 10 и 12, усилители и преобразователи сигналов управления, дополнительные измерители угловых скоростей ракеты относительно связанных осей, рулевые машины и, в некоторых случаях, исполнительные устройства управления тягой двигателя.

Типичными инерциальными или астроинерциальными системами управления являются системы управления крылатыми ракетами «земля — земля» или «воздух — земля», предназначенными для полета на большие дальности. Такие ракеты имеют аэродинамическую схему самолетной формы. Продольный канал управления обычно не зависит от каналов управления креном и курсом. Этот канал по существу не имеет отношения к инерциальным или астроинерциальным системам и является автономным. Каналы управления курсом и креном связаны. Наиболее характерными здесь являются каналы управления в боковом направлении. Рассмотрим структуру этих каналов и соответствующий закон управления. Параметр управления Δ_2 формируется на основании измерений элементов движения ракеты гироинерциальным координатором (§ 12.2). В состав двух каналов управления боковым движением крылатой ракеты входят: гироинерциальный координатор, гироскопы для измерения углов крена и рысканья, акселерометр для измерения скольжения, усилители и преобразователи сигналов управления, рулевые машины. Сигналы гироинерциального координатора и других измерителей связаны с измеряемыми величинами уравнениями

$$\left.\begin{aligned} &\Delta_{2и} = k_1 \Delta_2, \; u_\psi = k_\psi \psi, \; u_\gamma = k_\gamma \gamma, \\ &\ddot{u}_a + 2\zeta_a \omega_a u_a + \omega_a^2 u_a = \beta_a v B'_\beta \beta, \end{aligned}\right\} \qquad (18.5.1)$$

где Δ_2 — параметр управления, k_Δ, k_ψ, k_γ — постоянные коэффициенты; u_γ, u_ψ — сигналы гироскопов; u_a — сигнал акселерометра.



vB' β
β_a / (p²+2ζ_a ω_a p+ω_a²)
u_a
ψ
k_ψ
u_ψ
m_1 (τ_1 p+1)/(T_1 p+1)
u'_н
φ_1
e^{-τp}
1/p
φ_δ
δ_н
l
K_1
Гиро инерц. блок формир. параметра
Δ_ги
-K'_1
l
γ
k_γ
u_γ
m_2 (τ_2 p+1)/(T_2 p+1)
u'_э
φ_1
e^{-τp}
1/p
φ_δ
δ_э

Рис. 18.5.1

Эти сигналы суммируются и преобразуются корректирующими цепями. Преобразованные сигналы управления, подаваемые в рулевые машины, имеют вид

$$\left.\begin{aligned} u_{н}' &= m_1 \frac{\tau_1 p + 1}{T_1 p + 1} (u_{\psi} + k_1 \Delta_{2и} + u_a), \\ u_{э}' &= m_2 \frac{\tau_2 p + 1}{T_2 p + 1} (u_{\gamma} - k_1' \Delta_{2и}). \end{aligned}\right\} \quad (18.5.2)$$

Полагая уравнения рулевых машин с жесткими обратными связями по углам отклонения рулей в форме (15.6.7), получим систему уравнений (18.5.1), (18.5.2), (15.6.7) закона управления в боковом направлении для крылатой ракеты.

При этом, как и в предыдущем параграфе, в ракете осуществляется координированное управление в боковой плоскости.

На рис. 18.5.1 приведена структурная схема рассмотренных двух каналов управления гироинерциальной системы.

Глава 19

ПРИБЛИЖЕННЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССА НАВЕДЕНИЯ УПРАВЛЯЕМЫХ РАКЕТ

§ 19.1. ПОЛНАЯ СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ И ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ СХЕМА ПРОЦЕССА НАВЕДЕНИЯ

В гл. 1 мы видели, что в системе уравнений движения управляемой ракеты число переменных всегда превосходит число уравнений, а именно, в уравнения движения управляемой ракеты входят «лишние» переменные — отклонения рулей. Наличие этих лишних переменных отражает управляемость ракеты.

Уравнения работы системы управления, определяющие закон управления, устанавливают связь между отклонениями рулей (или поворотных крыльев, или коэффициентами команд виброрулей, или интерцепторов) и элементами движения ракеты. Таким образом, вместе с кинематическими и динамическими уравнениями движения ракеты уравнения работы системы управления образуют полную систему уравнений процесса наведения управляемой ракеты.

Полная система уравнений процесса наведения управляемой ракеты представляет собой весьма сложную систему дифференциальных уравнений, имеющую высокий порядок и содержащую некоторые переменные с запаздывающим аргументом (например, уравнение работы рулевых машин). Эта система в общем случае содержит различные ошибки и возмущения, являющиеся случайными функциями времени и, может быть, также некоторых величин, определяющих состояние ракеты и системы управления в каждый данный момент. Кроме того, ввиду того, что в системах управления часто применяются различные нелинейные элементы (например, релейные, имеющие разрывные характеристики), полная система уравнений процесса наведения содержит существенно нелинейные функции, разрывные или непрерывные, но с разрывными первыми производными. Все эти обстоятельства делают полную систему уравнений процесса наведения управляемой ракеты крайне сложной. Если даже не учитывать случайные ошибки системы управления и другие случайные возмущения, интегрирование полной системы уравнений процесса наведения практически может быть выполнено только

на современных быстродействующих математических машинах, цифровых или аналоговых (моделирующих устройствах). Исследование процесса наведения управляемой ракеты с учетом случайных возмущений, при наличии в системе управления существенно нелинейных элементов, на основе интегрирования полной системы уравнений, без каких-либо упрощений этой системы, может быть выполнено только методом статистических испытаний на быстродействующих математических машинах. Для этого необходимо моделировать в математической машине действие случайных возмущений, имеющих заданные вероятностные характеристики, и повторять интегрирование полной системы уравнений процесса наведения с учетом действия случайных возмущений в одних и тех же условиях достаточно большое число раз, чтобы можно было применить к результатам испытаний обычные статистические методы обработки. Таким путем можно исследовать действие случайных возмущений на процесс наведения управляемых ракет и определить элементы рассеивания управляемых ракет (см. [1], § 11.4).

Однако решение полной системы уравнений процесса наведения управляемой ракеты на математических машинах представляет собой сложный и трудоемкий процесс.

Кроме того, для интегрирования полной системы уравнений процесса наведения требуются весьма сложные вычислительные машины с большим числом нелинейных блоков и операционных усилителей, позволяющие интегрировать системы дифференциальных уравнений высоких порядков.

Наконец, путем интегрирования полной системы уравнений на математических машинах можно исследовать лишь процесс наведения при вполне определенных параметрах ракеты, при вполне определенной структуре и параметрах системы управления. Поэтому для решения задач проектирования ракет и систем управления, для выбора оптимальной структуры системы управления и параметров всего комплекса при помощи интегрирования полной системы уравнений можно применять только различные методы подбора на основе сравнительных расчетов различных технически целесообразных вариантов.

Изложенное ясно показывает, что для исследования процесса наведения управляемых ракет необходимы приближенные методы, основанные на тех или иных упрощениях полной системы уравнений процесса наведения и дающие возможность приближенно исследовать процесс наведения без применения математических машин или, по крайней мере, существенно упрощающие процесс работы на математических машинах и позволяющие применять более простые, стандартные математические машины серийного производства.

Полной системе уравнений процесса наведения соответствует функциональная схема системы наведения (рис. 19.1.1). Объектом управления является ракета, состояние и движение которой

в каждый данный момент определяется координатами ее центра массы, вектором скорости и управляющими ускорениями (нормальными к траектории центра массы). В соответствии с этим на рис. 19.1.1 ракета условно изображена в виде последовательного соединения трех звеньев: 1) собственно ракеты, для которой входными сигналами являются отклонения рулей, а выходными — управляющие ускорения; 2) вектора скорости ракеты, для которого входными сигналами являются управляющие ускорения, а выходными — углы, определяющие направление вектора скорости ракеты в соответствующей системе координат; 3) центра массы ракеты, для которого входными сигналами являются углы, определяющие направление вектора скорости ракеты, а выходными — ее координаты в соответствующей системе координат. В свою очередь совокупность измерительных устройств и функциональных устройств, осуществляющих обработку информации, показанная на рис. 19.1.1 как одно целое, может быть расчленена на схеме на отдельные звенья, выполняющие определенные функции.

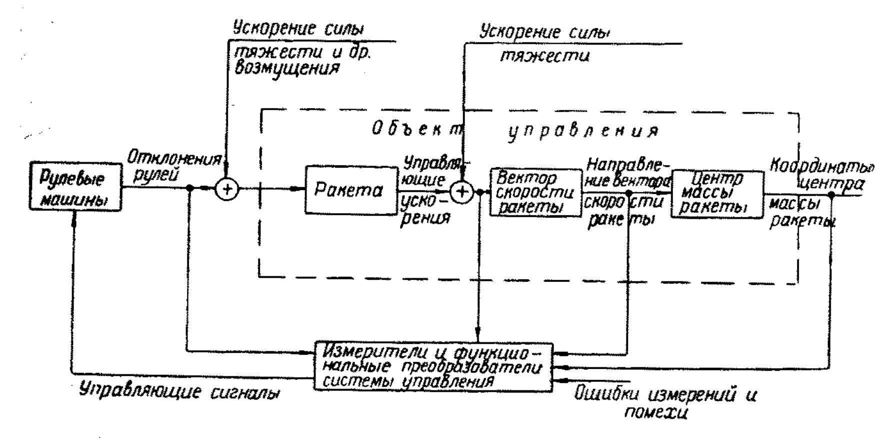


Рис. 19.1.1

Если дополнить схему указанием динамических характеристик звеньев, то получим структурную схему системы наведения. Структурную схему системы наведения целесообразно строить в каждом конкретном случае в зависимости от задач предпринимаемого исследования.

§ 19.2. ПРИБЛИЖЕННОЕ КИНЕМАТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТРАЕКТОРИЙ УПРАВЛЯЕМЫХ РАКЕТ

В § 3.3 и 7.3 было отмечено, что кинематические уравнения движения центра массы ракеты и уравнения идеальной связи полностью определяют движение управляемой ракеты, если ее скорость известна (как функция времени или как заданная

постоянная). В частности, эти уравнения определяют и траектории центра массы управляемой ракеты для различных условий стрельбы. Само собой разумеется, что эти траектории являются теоретическими идеальными траекториями, по которым должна двигаться ракета при абсолютно точном выполнении идеальной связи. Действительные траектории ракеты будут всегда отличаться от идеальных кинематических траекторий, требуемых методом наведения, за счет отклонения движения ракеты от идеальной связи. Однако эти отклонения будут малыми по сравнению с длиной пути ракеты. Поэтому кинематические траектории ракеты, полученные в предположении, что идеальная связь выполняется абсолютно точно, в большинстве случаев достаточно точно отражают общий характер траекторий управляемых ракет при данном методе наведения. Поэтому кинематическое исследование траекторий управляемых ракет часто применяется для грубо приближенного определения элементов движения.

Для определения кинематических траекторий управляемых ракет путем интегрирования кинематических уравнений совместно с уравнениями идеальной связи необходимо задать скорость ракеты как функцию времени. Это легко сделать, так как закон изменения скорости ракеты во времени практически полностью определяется тяговыми характеристиками двигателей и очень слабо зависит от формы траектории и от условий стрельбы. Более того, пределы изменения зависимости скорости ракеты от времени при довольно значительных изменениях траектории оказываются обычно меньше, чем естественный разброс закона изменения скорости для одной и той же траектории, вызываемый разбросом тяговых характеристик двигателей. Наконец, как уже отмечалось в гл. 1, разброс скорости ракеты в довольно значительных пределах имеет сравнительно малое значение для управления направлением полета. Поэтому для проектирования систем управления и исследования процесса наведения точное знание скорости ракеты не имеет существенного значения.

На основании изложенного, мы будем считать, что скорость ракеты является известной функцией времени, которая может быть получена для одной или нескольких типовых траекторий путем интегрирования уравнения (1.2.7) или (1.4.3).

Несмотря на то, что в ряде конкретных случаев кинематические уравнения движения управляемых ракет могут быть проинтегрированы в элементарных функциях, уравнение семейства возможных траекторий управляемой ракеты получается, как правило, весьма громоздким и практически непригодным для построения траекторий. Практически оказывается гораздо проще определить траектории каким-либо приближенным способом интегрирования дифференциальных уравнений. Например, можно определить траектории управляемых ракет путем численного интегрирования кинематических уравнений с учетом уравнений связи. Имея в виду, что при кинематических исследованиях обычно

нет нужды вычислять траектории с высокой степенью точности, можно признать целесообразным применение графических методов построения траекторий, которые особенно удобны при исследовании плоского движения. В настоящем параграфе мы изложим общий графический метод построения траекторий управляемых ракет.

Для построения абсолютной траектории самонаводящейся ракеты в случае, когда связь накладывается методом наведения на вектор скорости ракеты (или на ее ось), следует начертить траекторию цели и отметить на ней положение цели для ряда моментов времени t_0, t_1, $t_2, \ldots$ Пусть в момент времени t_0 ракета находится в точке P_0 (рис. 19.2.1). Соединив точку P_0 с $Ц_0$ и

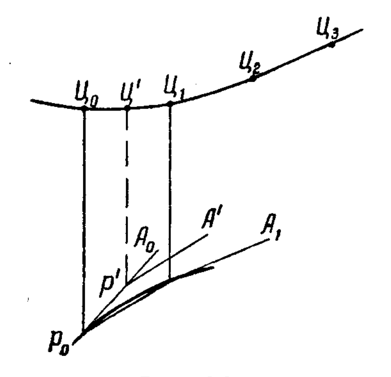


Рис. 19.2.1

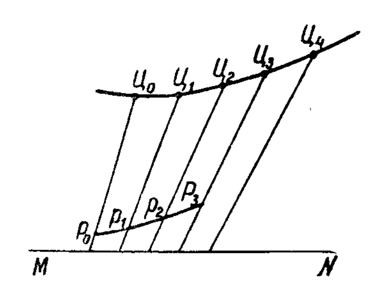


Рис. 19.2.2

построив угол $Ц_0P_0A_0$, равный значению $\psi_{п\,0}$ угла упреждения $\psi_п$ в точке P_0 в момент t_0, мы получим направление касательной P_0A_0 к абсолютной траектории ракеты в точке P_0. Отложим на прямой P_0A_0 отрезок P_0P', равный $v_0\Delta t/2 = v_0(t_1 - t_0)/2$, где v_0 — значение скорости ракеты в момент t_0, и соединим точку P' с точкой $Ц'$, в которой цель находится в момент времени $(t_0 + t_1)/2$. Построив угол $Ц'P'A'$, равный значению угла упреждения в точке P' в момент $(t_0 + t_1)/2$, получим направление $P'A'$ вектора скорости ракеты в точке P' в момент $(t_0 + t_1)/2$. Приняв это направление за направление средней скорости ракеты в промежутке времени (t_0, t_1), проводим из точки P_0 прямую, параллельную $P'A'$, и откладываем на ней отрезок P_0P_1, равный $v_{1,2}\Delta t$, где $v_{1,2}$ — значение скорости ракеты в момент $(t_0 + t_1)/2$. Тогда P_1 может быть принята за положение снаряда в момент t_1. Далее, совершенно так же, как раньше, находим направление P_1A_1 вектора скорости ракеты в точке P_1 в момент t_1. Криволинейная дуга P_0P_1, касающаяся прямых P_0A_0 и P_1A_1 соответственно в точках P_0 и P_1, представляет собой приближенно траекторию ракеты в интервале времени (t_0, t_1). Построив подобным образом отрезки траектории ракеты, со-

ответствующие интервалам времени $(t_1, t_2), \ldots$, получим абсолютную траекторию самонаводящейся ракеты.

Для построения абсолютной траектории самонаводящейся ракеты в случае, когда связь накладывается на вектор дальности, следует, как и раньше, построить траекторию цели и, отметив на ней положение цели $Ц_0, Ц_1, Ц_2, \ldots$ для ряда достаточно близких друг к другу моментов времени $t_0, t_1, t_2, \ldots$, провести из точек $Ц_0, Ц_1, Ц_2, \ldots$ прямые, углы наклона которых к заданному направлению MN (рис. 19.2.2) равны значениям угла $\varepsilon_п$, соответствующим моментам $t_0, t_1, t_2, \ldots$ Пусть в момент t_0 ракета находится в точке P_0. Тогда, сделав на прямой, выходящей из точки $Ц_1$, засечку из точки P_0 радиусом, равным $v_1 \Delta t = v_{1,2}(t_1 - t_0)$, где $v_{1,2}$ — средняя скорость ракеты в интервале времени (t_0, t_1), получим приближенно положение ракеты P_1 в момент t_1. Таким же способом можно приближенно найти положение ракеты $P_2, P_3, \ldots$ в моменты $t_2, t_3, \ldots$ Соединив точки $P_0, P_1, P_2, \ldots$ плавной кривой, получим абсолютную траекторию ракеты.

Для построения абсолютной траектории телеуправляемой ракеты следует начертить траектории цели и командного пункта и отметить на них положения цели $Ц_0 Ц_1 Ц_2 \ldots$ и командного пункта $K_0, K_1, K_2, \ldots$ для ряда достаточно близких друг к другу моментов времени $t_0, t_1, t_2, \ldots$ Если ракета наводится трехточечным методом, то следует соединить положения цели и командного пункта, соответствующие одинаковым моментам времени, прямыми. Отметим на прямой $K_0 Ц_0$ начальное положение ракеты P_0. Сделав из точки P_0 засечку на прямой $K_1 Ц_1$ радиусом, равным $v_{1,2}\Delta t$, получим приближенно положение ракеты P_1 в момент времени t_1. Определив таким же способом положения ракеты $P_2, P_3, \ldots$ в моменты $t_2, t_3, \ldots$ и соединив точки $P_0, P_1, P_2, \ldots$ плавной кривой, получим приближенно траекторию ракеты (рис. 19.2.3).

Если ракета наводится с углом упреждения, то уравнение идеальной связи определяет в случае плоского движения направление вектора дальности ракеты, т. е. угол $\varepsilon_р$, как функцию величин $D_р$, $D_ц$, $\varepsilon_ц$ и, может быть, t. Иными словами, уравнение идеальной связи определяет для каждого момента времени t некоторую кривую, проходящую через цель (см. § 2.2). Так, например, в случае наведения ракеты с углом упреждения, пропорциональным разности дальностей $D_ц - D_р$ с постоянным коэффициентом пропорциональности, уравнение идеальной связи:

$$\varepsilon_р = \varepsilon_ц + k(D_ц - D_р) \tag{19.2.1}$$

представляет собой уравнение архимедовой спирали, проходящей через цель и командный пункт.

Построив кривую, определяемую уравнением связи, для моментов времени $t_0, t_1, t_2, \ldots$, получим семейство кривых, на которых должна находиться ракета в момент $t_0, t_1, t_2, \ldots$ (рис.

19.2.4). Траектория ракеты может быть построена путем последовательных засечек на полученных кривых, совершенно так же, как и при помощи засечек на прямых. Кривые $Ц_0M_0$, $Ц_1M_1$, $Ц_2M_2, \ldots$ являются в данном случае *позиционными линиями* ракеты, совершенно так же, как прямые $Ц_0K_0$, $Ц_1K_1$, $Ц_2K_2, \ldots$ для трехточечного метода наведения.

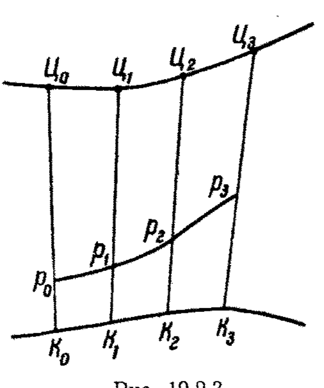


Рис. 19.2.3

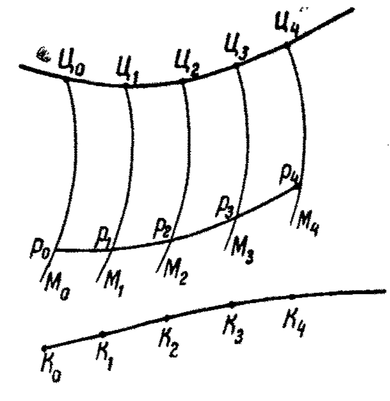


Рис. 19.2.4

Чтобы определить, может ли ракета, обладающая ограниченной маневренностью, двигаться по исследуемой траектории, необходимо при построении траектории ракеты следить за изменением ее нормального ускорения. При этом нормальное ускорение ракеты в точке P_i можно приближенно определить как произведение скорости ракеты в точке P_i на отношение угла поворота вектора средней скорости ракеты при переходе от участка $P_{i-1}P_i$ к участку P_iP_{i+1}, т. е. угла $\Delta\theta_i$ между отрезком P_iP_{i+1} и продолжением отрезка $P_{i-1}P_i$, к соответствующему интервалу времени $\Delta t = (t_{i+1} - t_{i-1})/2$:

$$a_{Ni} = \frac{2v_i}{t_{i+1} - t_{i-1}} \Delta\theta_i . \tag{19.2.2}$$

Для построения траектории ракеты после того, как необходимое для наведения ракеты исследуемым методом нормальное ускорение выйдет за достижимые для данной ракеты пределы ($|a_N| \leqslant n_{\max} g$ т. е. после потери управления), можно приближенно принять за отрезок траектории ракеты, проходимый за каждый малый промежуток времени Δt, дугу окружности радиуса

$$R = \frac{v^2}{n_{\max}}, \tag{19.2.3}$$

где v — среднее значение скорости ракеты в данном интервале времени Δt. Построив такие дуги окружностей для последова-

тельных интервалов времени Δt, мы и получим абсолютную траекторию ракеты после прекращения наведения.

Изложенный приближенный способ построения абсолютной траектории управляемой ракеты дает возможность достаточно точно находить траектории управляемых ракет; если интервалы между выбранными моментами времени взяты достаточно малыми и если чертежи выполняются в достаточно большом масштабе.

Кинематические методы построения траекторий управляемых ракет, так же, как и изложенные в § 3.3 и 7.3 кинематические методы определения требуемых нормальных ускорений, основанные на допущении об абсолютно точном выполнении заданной связи системой управления, дают возможность изучать общий характер траекторий ракет, определять необходимые маневренные качества ракет для наведения различными методами, изучать условия встречи ракеты с целью. На основе этих исследований можно также решать некоторые вопросы боевого применения управляемых ракет, в частности, изучать условия боевого применения ракеты, изучать способы прицеливания, определять необходимые тактико-технические требования к ракете и ее элементам, в частности к неконтактному взрывателю, сравнивать между собой различные методы наведения и решать целый ряд других вопросов, связанных с движением центра массы ракеты.

§ 19.3. ПРИБЛИЖЕННАЯ ЗАВИСИМОСТЬ УПРАВЛЯЮЩИХ СИЛ ОТ ПАРАМЕТРОВ УПРАВЛЕНИЯ

Изложенные в предыдущем параграфе кинематические методы исследования процесса наведения управляемых ракет не могут быть применены для нахождения траекторий управляемых ракет в условиях значительного отклонения их движения от идеальной связи. В частности, кинематические методы неприменимы для изучения начальных участков траекторий управляемых ракет непосредственно после старта, когда идеальная связь, соответствующая методу наведения, не выполняется и задачей системы управления является ввод ракеты в режим наведения данным методом. Точно так же кинематические методы неприменимы для изучения участков траекторий ракет с комбинированными системами управления, соответствующих переходу от одного метода наведения к другому.

Для изучения траекторий управляемых ракет при нарушении заданной идеальной связи необходимо приближенно учесть работу системы управления, например, приняв подходящую грубо приближенную зависимость управляющих сил от параметров управления.

Возможность подобного упрощения динамических свойств системы управления и ракеты определяется тем фактом, что центр массы ракеты обладает большой инерцией, вследствие

чего центр массы ракеты слабо реагирует (не успевает реагировать) на кратковременные и высокочастотные изменения (флуктуации) управляющих сил. Поэтому для исследования движения центра массы ракеты достаточно учесть динамику процесса образования управляющих сил грубо приближенно, путем отбрасывания быстро протекающих процессов в системе управления и в движении ракеты вокруг центра массы, с заменой их безынерционными процессами, или же приближенным учетом суммарной инерционности всех звеньев системы управления и корпуса ракеты в ее движении вокруг центра массы одним суммарным временем запаздывания управляющих сил.

Для нахождения грубо приближенной зависимости управляющих сил от параметров управления пренебрежем всеми быстро протекающими процессами в системе управления и колебаниями корпуса ракеты и учтем лишь медленно изменяющиеся составляющие всех элементов движения (или, что одно и то же, медленно изменяющиеся средние значения всех элементов движения). Тогда можно будет во всех уравнениях, описывающих движение ракеты и работу системы управления, пренебречь производными медленно изменяющихся величин. Исключив из полученных таким путем уравнений все промежуточные переменные, получим искомую приближенную зависимость управляющих сил, которые мы условились в § 1.4 считать выходными сигналами ракеты, от параметров управления. Очевидно, что это равноценно замене ракеты и всех звеньев системы управления безынерционными усилителями с соответствующими статическими коэффициентами усиления. Таким образом, для нахождения приближенной зависимости управляющих сил от параметров управления достаточно найти статические коэффициенты усиления ракеты и системы управления.

Для определения статических коэффициентов усиления ракеты, управляемой аэродинамическими рулями (конечно, уже со стабилизированными динамическими характеристиками), необходимо найти соответствующие передаточные функции от управляющих сигналов, вырабатываемых системой управления в зависимости от параметров управления, к управляющим ускорениям при фиксированных значениях коэффициентов всех уравнений. Значения этих передаточных функций при нулевом значении аргумента и будут равны статическим коэффициентам усиления ракеты.

Так как, согласно уравнениям (1.4.4), управляющие ускорения в каналах руля высоты и руля направления для ракеты, управляемой аэродинамическими рулями, равны соответственно:

$$a_{yy} = vA_\alpha \alpha, \quad a_{zy} = -vB_\beta \beta, \qquad (19.3.1)$$

то достаточно определить статические коэффициенты усиления ракеты, считая ее выходными сигналами углы α, β. Из уравнения (16.4.3) и аналогичного уравнения для канала руля направ-

ления видно, что ракета, управляемая аэродинамическими рулями, в каждом из двух основных каналов управления представляет собой колебательное звено. При фиксированных значениях коэффициентов уравнений легко находятся передаточные функции этих колебательных звеньев. Взяв их значения при нулевом значении аргумента (что равноценно пренебрежению производными $\dot{\alpha}$, $\ddot{\alpha}$, $\dot{\beta}$, $\ddot{\beta}$), находим статические коэффициенты усиления ракеты

$$\left.\begin{aligned} k_{\text{рв}} &= -\frac{c_\delta k}{c_\alpha + c_\delta k (k_{a\text{в}} v A_\alpha' + k_{\text{гв}} A_\alpha)}, \\ k_{\text{рн}} &= -\frac{c_{\delta'} k'}{c_\beta + c_\delta' k' (k_{a\text{н}} v B_\beta' + k_{\text{гн}} B_\beta)}. \end{aligned}\right\} \quad (19.3.2)$$

Аналогично находим статические коэффициенты усиления ракеты, управляемой поворотными крыльями, считая ее выходными сигналами углы поворота крыльев и полагая, что она обладает достаточно большой статической устойчивостью для того, чтобы можно было пренебречь углами атаки и скольжения.

$$k_{\text{рв}} = -\frac{k}{1 + k k_{a\text{в}} v A_\delta}, \quad k_{\text{рн}} = -\frac{k'}{1 + k' k_{a\text{н}} v B_\delta}. \quad (19.3.3)$$

Если вместо обратных связей по отклонениям рулей (или крыльев) и по поперечным ускорениям в системе управления применены обратные связи по шарнирным моментам, то статические коэффициенты усиления ракеты, управляемой аэродинамическими рулями, определяются из уравнений (16.5.8). В результате получим

$$\left.\begin{aligned} k_{\text{рв}} &= -\frac{c_\delta k_0 m_{\text{ш}}^{\delta_{\text{в}}}}{(c_\alpha m_{\text{ш}}^{\delta_{\text{в}}} \pm c_\delta m_{\text{ш}}^{\alpha}) q + c_\delta k_0 k_{\text{гв}} A_\alpha}, \\ k_{\text{рн}} &= -\frac{c_\delta' k_0' m_{\text{ш}}^{\delta_{\text{н}}}}{(c_\beta m_{\text{ш}}^{\delta_{\text{н}}} \pm c_\delta' m_{\text{ш}}^{\beta}) q + c_\delta' k_0' k_{\text{гн}} B_\beta}. \end{aligned}\right\} \quad (19.3.4)$$

Аналогично для ракеты с поворотными крыльями в случае применения обратных связей по шарнирным моментам найдем:

$$k_{\text{рв}} = -\frac{k}{1 + k k_{\text{шв}} a_{\text{ш}\delta}}, \quad k_{\text{рн}} = -\frac{k'}{1 + k' k_{\text{шн}} a_{\text{ш}\delta}'}. \quad (19.3.5)$$

Для определения статических коэффициентов усиления системы управления обратимся сначала к уравнениям (15.1.4). Из этих уравнений видно, что статические коэффициенты усиления системы управления от преобразованных параметров управления $\Delta_{\text{в}}$, $\Delta_{\text{н}}$ к управляющим сигналам $u_{\text{в}}$, $u_{\text{н}}$, являющимся входными сигналами рулевых машин, равны соответственно $k_{\text{в}}$, $k_{\text{н}}$.

Перемножая соответствующие статические коэффициенты усиления ракеты и системы управления, найдем коэффициенты пропорциональности (т. е. статические коэффициенты передачи) между преобразованными параметрами управления $\Delta_в$, $\Delta_н$ и углами атаки и скольжения α, β (или углами поворота крыльев $\delta_в$, $\delta_н$). В результате получим следующие приближенные зависимости угла атаки и угла скольжения ракеты, управляемой аэродинамическими рулями, от преобразованных параметров управления

$$\alpha = -\varkappa_в \Delta_в, \quad \beta = -\varkappa_н \Delta_н, \qquad (19.3.6)$$

где

$$\varkappa_в = k_{рв} k_в, \quad \varkappa_н = k_{рн} k_н. \qquad (19.3.7)$$

Аналогично для ракет с поворотными крыльями получим приближенные зависимости углов поворота крыльев от преобразованных параметров управления:

$$\delta_в = -\varkappa_в \Delta_в, \quad \delta_н = -\varkappa_н \Delta_н, \qquad (19.3.8)$$

где $\varkappa_в$ и $\varkappa_н$ определяются теми же формулами (19.3.7).

Формулы (19.3.6) и (19.3.8) определяют приближенные зависимости управляющих сил от параметров управления без учета ограничений углов атаки и скольжения и нормальных ускорений ракеты (перегрузок). Для приближенного учета ограничений можно заменить формулы (19.3.6) формулами

$$\alpha = \alpha_{max} \varphi\left(\frac{\varkappa_в \Delta_в}{\alpha_{max}}\right), \quad \beta = \beta_{max} \varphi\left(\frac{\varkappa_н \Delta_н}{\beta_{max}}\right), \qquad (19.3.9)$$

где $\varphi(x)$ — функция типа ограничителя, определяемая формулой

$$\varphi(x) = \begin{cases} x & \text{при } |x| < 1; \\ \operatorname{sgn} x & \text{при } |x| > 1. \end{cases} \qquad (19.3.10)$$

Величины α_{max} и β_{max} в формулах (19.3.9) определяются или из условия ограничения углов поворота рулей, или из условия ограничения перегрузок, если это предусмотрено в системе управления. В первом случае предельным отклонениям рулей соответствуют предельные значения угла атаки и угла скольжения α_{max}, β_{max}, которые легко определяются из структурной схемы ракеты (рис. 1.4.1), если учесть, что статические коэффициенты усиления колебательных звеньев, связывающих α, β с $\delta_в$, $\delta_н$, равны соответственно $-c_\delta/c_\alpha$ и $-c_\delta'/c_\beta$. Тогда получим

$$\alpha_{max} = \frac{c_\delta \delta_{в\,max}}{c_\alpha}, \quad \beta_{max} = \frac{c_\delta' \delta_{н\,max}}{c_\beta}. \qquad (19.3.11)$$

В случае ограничения перегрузок измеряемые акселерометрами поперечные составляющие ускорения, определяемые формулами (19.3.7), не могут превосходить данную величину $n_{max} g$,

где n_{max} — предельная допустимая поперечная перегрузка ракеты. Из этого условия находим

$$\alpha_{max} = \frac{n_{max} g}{vA_\alpha'}, \quad \beta_{max} = \frac{n_{max} g}{vB_\beta'}. \tag{19.3.12}$$

Совершенно аналогично формулы (19.3.8) с учетом ограничения углов поворота крыльев заменятся формулами

$$\delta_в = -\delta_{в\,max}\,\varphi\left(\frac{\varkappa_в \Delta_в}{\delta_{в\,max}}\right), \quad \delta_н = -\delta_{н\,max}\,\varphi\left(\frac{\varkappa_н \Delta_н}{\delta_{н\,max}}\right), \tag{19.3.13}$$

где $\delta_{в\,max}$, $\delta_{н\,max}$ равны максимальным углам поворота крыльев или определяются из условия, чтобы измеряемые акселерометрами поперечные ускорения ракеты $vA_\delta \delta_в$ и $vB_\delta \delta_н$ не превосходили заданного предела $n_{max} g$.

Остается определить зависимость преобразованных параметров управления $\Delta_в$, $\Delta_н$ от параметров управления Δ_1, Δ_2. Для определения этой зависимости можно было бы, конечно, тоже заменить в общих уравнениях, связывающих $\Delta_в$, $\Delta_н$ с Δ_1, Δ_2, операторы соответствующими статическими коэффициентами усиления. Однако при этом можно получить неустойчивый процесс изменения Δ_1, Δ_2 или исказить характер затухания Δ_1, Δ_2. Чтобы учесть демпфирующие свойства системы управления и получить более точно закон изменения параметров управления Δ_1, Δ_2 в процессе наведения, учтем члены с первыми производными и интегралами величин Δ_1, Δ_2 в выражениях $\Delta_в$, $\Delta_н$.

Для этого заметим, что, пренебрегая высокочастотными и другими быстропротекающими процессами изменения управляющих сил, мы тем самым допускаем, что все элементы движения ракеты являются медленно изменяющимися плавными функциями времени, так как учитываем при этом управляющие силы их средними значениями, очищая их от колебаний, практически не влияющих на движение центра массы ракеты. Это дает возможность упростить операторы $M_{ij}(p)$ в уравнениях преобразования параметров управления (15.1.5). Так, например, в случае, когда величины τ, T невелики и $\tau > T$, т. е. в случае дифференцирующего сглаживающего фильтра, оператор $(1+\tau p):(1+Tp)$ можно разложить по степеням оператора дифференцирования по времени p и ограничиться первой степенью p:

$$(1+\tau p)/(1+Tp) \approx (1+\tau p)(1-Tp) \approx 1 + (\tau - T)p. \tag{19.3.14}$$

Действительно, операторное уравнение

$$y = (1+\tau p)/(1+Tp)\,x \tag{19.3.15}$$

равноценно дифференциальному уравнению

$$T\dot{y} + y = x + \tau \dot{x}. \tag{19.3.16}$$

Если x — медленно изменяющаяся функция, то y тоже будет медленно изменяющейся функцией. Если при этом T невелико по сравнению с τ, то можно интегрировать уравнение (19.3.16) методом последовательных приближений, пренебрегая в первом приближении производной $\dot{y}$. Тогда получим

$$y^{(1)} = x + \tau\dot{x}. \qquad (19.3.17)$$

Во втором приближении заменим производную $\dot{y}$ в (19.3.16) производной величины y, найденной в первом приближении и определяемой формулой (19.3.17). Тогда получим

$$y = x + \tau\dot{x} - T\dot{y}^{(1)} = x + (\tau - T)\dot{x} - \tau T\ddot{x} \qquad (19.3.18)$$

или, пренебрегая второй производной (т. е. считая, что первая производная $\dot{x}$ не только мала, но и изменяется очень медленно),

$$y = x + (\tau - T)\dot{x} = [1 + (\tau - T)p]\,x. \qquad (19.3.19)$$

Замена формулы (19.3.15) приближенной формулой (19.3.19), очевидно, равноценна замене оператора $(1+\tau p)/(1+Tp)$ более простым оператором $1 + (\tau - T)p$. Так обосновывается приведенное выше формальное разложение оператора $(1 + \tau p) : (1 + Tp)$ по степеням p и отбрасывание степеней p выше первой.

Для интегрирующего фильтра, у которого величина T очень велика, разложение оператора $(1 + \tau p)/(1 + Tp)$ по степеням p будет незаконной операцией. Вместо этого можно пренебречь единицей в знаменателе и заменить оператор $(1 + \tau p)/(1 + Tp)$ более простым чисто интегрирующим оператором $1/Tp + \tau/T$. Для обоснования такой замены напишем формулу для общего интеграла уравнения (19.3.16).

$$y = e^{-t/T}\left[C + 1/T \int (x + \tau\dot{x})\, e^{t/T}\, dt\right], \qquad (19.3.20)$$

где C — произвольная постоянная. Интегрируя по частям при

$$du = (x + \tau\dot{x})\, dt, \quad v = e^{t/T},$$

получаем

$$\int (x + \tau\dot{x})\, e^{t/T}\, dt = e^{t/T} \int (x + \tau\dot{x})\, dt - \frac{1}{T}\int e^{t/T}\left[\int (x+\tau\dot{x})\, dt\right] dt =$$
$$= e^{t/T}\left(\int x\, dt + \tau x\right) - \frac{1}{T}\int e^{t/T}\left(\int x\, dt + \tau x\right) dt. \qquad (19.3.21)$$

При большом T по сравнению с временем исследуемого процесса t вторым членом в формуле (19.3.21) можно пренебречь по

сравнению с первым. Тогда, подставляя результат в (19.3.20), получим

$$y = Ce^{-t/T} + \frac{1}{T}\int x\,dt + \frac{\tau}{T}x. \qquad (19.3.22)$$

Или, принимая начальные условия $y_0 = \tau x_0/T$ при $t = t_0$,

$$y = \int_{t_0}^{t} \frac{1}{T}x\,dt + \frac{\tau}{T}x. \qquad (19.3.23)$$

Эта формула обосновывает замену оператора $(1+\tau p)/(1+Tp)$ при очень большом T более простым оператором $1/Tp + \tau/T$. Выполняя указанную замену дифференцирующих и интегрирующих операторов соответствующими более простыми операторами, приведем формулу (15.1.9) к виду

$$M_{ij}(p) = \sum_{\text{д}} k_{ij}^{(\nu)} + \sum_{\text{и}} \frac{k_{ij}^{(\nu)}\tau_{ij}^{(\nu)}}{T_{ij}^{(\nu)}} + \sum_{\text{д}} k_{ij}^{(\nu)}(\tau_{ij}^{(\nu)} - T_{ij}^{(\nu)})p + \sum_{\text{и}} \frac{k_{ij}^{(\nu)}}{T_{ij}^{(\nu)}}\cdot\frac{1}{p}, \qquad (19.3.24)$$

где суммы с индексом «д» распространяются на все дифференцирующие операторы, а суммы с индексом «и» — на все интегрирующие операторы.

Полагая для краткости

$$\left.\begin{aligned} k_{ij} &= \sum_{\text{д}} k_{ij}^{(\nu)} + \sum_{\text{и}} \frac{k_{ij}^{(\nu)}\tau_{ij}^{(\nu)}}{T_{ij}^{(\nu)}}, \\ \tau_{ij} &= \frac{1}{k_{ij}}\sum_{\text{д}} k_{ij}^{(\nu)}(\tau_{ij}^{(\nu)} - T_{ij}^{(\nu)}), \\ \frac{1}{T_{ij}} &= \frac{1}{k_{ij}}\sum_{\text{и}} \frac{k_{ij}^{(\nu)}}{T_{ij}^{(\nu)}}, \end{aligned}\right\} \qquad (19.3.25)$$

приведем формулу (19.3.24) к виду

$$M_{ij}(p) = k_{ij}\left(1 + \tau_{ij}p + \frac{1}{T_{ij}p}\right) \quad (i = 1,2;\ j = 1,2). \qquad (19.3.26)$$

Подставляя это выражение в (15.1.5) и принимая во внимание, что статические коэффициенты усиления измерителей равны еди-

нице, вследствие чего можно считать, что $\Delta_{i\text{и}} = \Delta_i$, заменим первые две формулы (15.1.5) приближенными формулами

$$\left.\begin{aligned} \Delta_\text{в} &= k_{11}\left(\Delta_1 + \tau_{11}\dot{\Delta}_1 + \frac{1}{T_{11}}\int_0^t \Delta_1\,dt\right) + \\ &+ k_{12}\left(\Delta_2 + \tau_{12}\dot{\Delta}_2 + \frac{1}{T_{12}}\int_0^t \Delta_2\,dt\right) + \Delta_{\text{в}0}, \\ \Delta_\text{н} &= k_{21}\left(\Delta_1 + \tau_{21}\dot{\Delta}_1 + \frac{1}{T_{21}}\int_0^t \Delta_1\,dt\right) + \\ &+ k_{22}\left(\Delta_2 + \tau_{22}\dot{\Delta}_2 + \frac{1}{T_{22}}\int_0^t \Delta_2\,dt\right) + \Delta_{\text{н}0}. \end{aligned}\right\} \quad (19.3.27)$$

В частности, для стабилизированной относительно продольной оси ракеты $k_{12} = k_{21} = 0$ формулы (19.3.27) принимают вид

$$\left.\begin{aligned} \Delta_\text{в} &= k_{11}\left(\Delta_1 + \tau_{11}\dot{\Delta}_1 + \frac{1}{T_{11}}\int_0^t \Delta_1\,dt\right) + \Delta_{\text{в}0}, \\ \Delta_\text{н} &= k_{22}\left(\Delta_2 + \tau_{22}\dot{\Delta}_2 + \frac{1}{T_{22}}\int_0^t \Delta_2\,dt\right) + \Delta_{\text{н}0}. \end{aligned}\right\} \quad (19.3.28)$$

В случае крылатой ракеты с полярным управлением (самолетной формы) целесообразно при изучении движения центра массы ракеты считать, что управляющая сила лежит в плоскости симметрии ракеты, т. е. плоскости угла атаки α. Это равноценно условию $\Delta_\text{н} \equiv \beta \equiv 0$ в формулах (19.3.9). Условие

$$\Delta_\text{н} = 0 \qquad (19.3.29)$$

определяет угол крена ракеты γ, который при исследовании движения центра массы ракеты можно считать равным углу крена поточной системы координат χ.

Таким образом, первая формула (19.3.9) и первая формула (19.3.27) определяют для ракеты с полярным управлением приближенную зависимость угла атаки, а следовательно, и управляющей силы от параметров

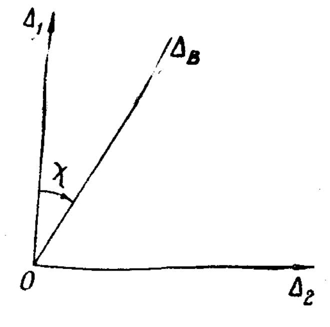


Рис. 19.3.1

управления. Вторая формула (19.3.27) и уравнение (19.3.29) определяют угол крена поточной системы координат, т. е. направление вектора управляющей силы в плоскости, нормальной к траектории центра массы ракеты.

В частном случае, когда параметры управления Δ_1, Δ_2 измеряются в системе координат, имеющей нулевой угол крена, в формулах (19.3.27) можно принять (рис. 19.3.1)

$$k_{11} = k\cos\chi, \quad k_{12} = k\sin\chi, \quad k_{21} = -k'\sin\chi, \quad k_{22} = -k'\cos\chi. \qquad (19.3.30)$$

Тогда, пренебрегая для простоты в уравнении (19.3.29) производными и интегралами от параметров управления Δ_1, Δ_2, получим для определения χ уравнение

$$-\Delta_1\sin\chi + \Delta_2\cos\chi = 0. \qquad (19.3.31)$$

Решая это уравнение, находим

$$\operatorname{tg}\chi = \Delta_2/\Delta_1. \qquad (16.3.32)$$

Таким образом, для ракеты самолетной формы приближенную зависимость угла атаки от параметров управления можно определить первой формулой (19.3.9) и первой формулой (19.3.27), определив в ней коэффициенты k_{11} и k_{12} по первым двум формулам (19.3.30), а угол крена поточной системы координат χ — по формуле (19.3.32).

Для более точного учета зависимости управляющих сил от параметров управления можно еще учесть запаздывание процесса создания управляющих сил от параметров управления. Это запаздывание можно учесть простым сдвигом во времени, заменив формулы (19.3.9) формулами

$$\alpha(t) = -\alpha_{max}\,\varphi\left(\frac{\varkappa_в\,\Delta_в(t-\tau_в)}{\alpha_{max}}\right), \quad \beta(t) = -\beta_{max}\,\varphi\left(\frac{\varkappa_н\,\Delta_н(t-\tau_н)}{\beta_{max}}\right), \qquad (19.3.33)$$

где $\tau_в$ и $\tau_н$ — соответственно суммарные запаздывания в каналах руля высоты и руля направления. Величины запаздываний $\tau_в$, $\tau_н$ целесообразно определить как запаздывания поворотов корпуса ракеты вокруг осей Pz_1 и Py_1 соответственно. Для определения этих запаздываний можно учесть в уравнении (16.4.3) и аналогичном уравнении для β первые производные и пренебречь вторыми производными. Тогда колебательные звенья заменятся апериодическими звеньями. Постоянные времени этих звеньев можно принять равными временам запаздывания $\tau_в$, $\tau_н$ в образовании углов атаки и скольжения, а следовательно, и управляющих сил. Тогда получим

$$\left.\begin{aligned} \tau_в &= \frac{c_{\dot\alpha} + c_\delta k k_{гв}}{c_\alpha + c_\delta k(k_{aв} v A_\alpha' + k_{гв} A_\alpha)}, \\ \tau_н &= \frac{c_{\dot\beta} + c_\delta' k' k_{гн}}{c_\beta + c_\delta' k'(k_{aн} v B'_\beta + k_{гн} B_\beta)}. \end{aligned}\right\} \qquad (19.3.34)$$

19.4. ПРИБЛИЖЕННЫЙ ДИНАМИЧЕСКИЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ ТРАЕКТОРИЙ УПРАВЛЯЕМЫХ РАКЕТ

Дополнив уравнения движения центра массы ракеты и соответствующие кинематические уравнения полученными в предыдущем параграфе приближенными зависимостями управляющих сил от параметров управления, выражениями параметров управления через элементы движения ракеты и цели и условием управления по крену (стабилизация по крену, стабилизация по угловой скорости относительно продольной оси или координированный разворот), мы получим систему уравнений, в которой число уравнений будет равно числу неизвестных. Таким образом, приближенные зависимости управляющих сил от параметров управления и выражения параметров управления замыкают уравнения движения центра массы управляемой ракеты и, следовательно, однозначно определяют траектории ракеты вместе с соответствующими начальными условиями и заданием закона движения цели. Это дает возможность изучать движение центра массы ракеты и решать различные задачи, связанные с траекториями и движением центра массы ракеты.

Применим изложенный метод к основным типам управляемых ракет. Для крестокрылой ракеты, стабилизированной по крену, уравнения движения центра массы имеют вид (1.4.3) и (1.4.4). Добавляя к ним уравнения (1.2.26) при $\chi=0$ и исключая из полученных уравнений Ω_y, Ω_z, получим уравнения движения центра массы ракеты в форме

$$\left.\begin{aligned} \dot{v} &= \Phi_{x_1} - \frac{g}{p} c_x q + g_x, \\ \dot{\theta} &= A_\alpha \alpha + g_y, \\ \dot{\varphi} \cos\theta &= B_\beta \beta - g_z. \end{aligned}\right\} \qquad (19.4.1)$$

Эти уравнения содержат пять неизвестных: v, θ, φ, α, β. Добавляя к ним векторное кинематическое уравнение (3.1.1), или (3.1.3), или (7.1.1), или (7.1.3), уравнения (19.3.9) или (19.3.33) и (19.3.28) и выражения параметров управления Δ_1, Δ_2 через элементы движения ракеты, получим двенадцать скалярных уравнений с двенадцатью неизвестными v, θ, φ, α, β, три составляющих вектора $\boldsymbol{D}$ (или $\boldsymbol{D}_p$), $\Delta_в$, $\Delta_н$, Δ_1 и Δ_2.

Для ракеты с поворотными крыльями уравнения (19.3.9) заменяются уравнениями (19.3.13), а величины $A_\alpha \alpha$ и $B_\beta \beta$ в уравнениях (19.4.1) заменятся соответственно величинами $A_\delta \delta_в$ и $B_\delta \delta_в$. Соответственно вместо неизвестных α, β в уравнениях будут $\delta_в$, $\delta_н$.

Уравнениями (19.4.1) вместе с остальными перечисленными уравнениями можно также пользоваться для вычисления траекторий центра массы ракеты, не стабилизированной по крену, при условии, если каналы управления с помощью руля высоты

и с помощью руля направления идентичны. В этом случае $A_\alpha = B_\beta$, $A_\delta = B_\delta$, $\varkappa_в = \varkappa_н$, $k_{11} = k_{22}$, и вследствие этого ракета движется совершенно так же, как стабилизированная.

Движение центра массы ракеты самолетной формы описывается уравнениями (1.4.2), (1.6.3) и (1.6.9). Исключая из этих уравнений Ω_y, Ω_z и полагая $\beta = 0$, получим уравнения движения центра массы ракеты в форме

$$\left.\begin{aligned} \dot{v} &= \Phi_{x_1} - \frac{g}{p} c_x q + g_x, \\ \dot{\theta} &= (A_0 + A_\alpha \alpha)\cos\chi + \frac{1}{v}(g_y \cos\chi - g_z \sin\chi), \\ \dot{\varphi}\cos\theta &= -(A_0 + A_\alpha \alpha)\sin\chi - \frac{1}{v}(g_y \sin\chi + g_z \cos\chi). \end{aligned}\right\} \quad (19.4.2)$$

В частном случае, когда невращающаяся система координат $Px_g y_g z_g$ выбрана так, что ось Py_g направлена по местной вертикали, составляющие ускорения силы тяжести по осям поточной системы координат на основании формул (1.7.3) равны соответственно $-g\sin\theta$, $-g\cos\theta\cos\chi$, $g\cos\theta\sin\chi$, и уравнения (19.4.2) принимают вид

$$\left.\begin{aligned} \dot{v} &= \Phi_{x_1} - \frac{g}{p} c_x q - g\sin\theta, \\ \dot{\theta} &= (A_0 + A_\alpha \alpha)\cos\chi - \frac{g\cos\theta}{v}, \\ \dot{\varphi}\cos\theta &= -(A_0 + A_\alpha \alpha)\cos\chi. \end{aligned}\right\} \quad (19.4.3)$$

Уравнения (19.4.2) и (19.4.3) содержат пять неизвестных: v, θ, φ, α, χ. Добавляя к уравнениям (19.4.2) или (19.4.3) кинематические уравнения, первое уравнение (19.3.9), первое уравнение (19.3.27) при $k_{11} = k\cos\chi$, $k_{12} = k\sin\chi$, уравнение (19.3.32) и выражения параметров управления Δ_1, Δ_2, через элементы движения ракеты, получим одиннадцать уравнений с одиннадцатью неизвестными: v, θ, φ, α, χ, три составляющих вектора $\boldsymbol{D}$ (или $\boldsymbol{D}_р$), $\Delta_в$, Δ_1 и Δ_2.

Для интегрирования уравнений движения центра массы ракеты и кинематических уравнений с использованием приближенных зависимостей управляющих сил от параметров управления можно применить любой численный или численно-графический метод интегрирования дифференциальных уравнений. В частности, можно применить обычный разностный метод численного интегрирования, нашедший широкое применение в баллистике. Очень удобен также численно-графический метод, основанный на определении значений всех переменных в $n+1$-й момент времени по формуле

$$x_{n+1} = x_n + \dot{x}_{n,\,n+1}\,\Delta t, \quad (19.4.4)$$

где $\dot{x}_{n,n+1}$ — среднее значение производной соответствующей переменной в интервале времени $\Delta t_n = t_{n+1} - t_n$, определяемое приближенно графической экстраполяцией кривой $x'(t)$, построенной по значениям x, вычисленным для предыдущих моментов времени (рис. 19.4.1). Определив по формуле (19.4.4) значения всех переменных в момент времени t_{n+1} и вычислив для этого момента значения входящих в уравнения производных, можем нанести на графики производных точки, соответствующие моменту времени t_{n+1}. Если при этом окажется, что все графики производных в интервале времени Δt_n были проэкстраполированы достаточно точно, то расчет можно продолжить для следующего интервала времени Δt_{n+1}. Если какой-либо из графиков производных окажется проэкстраполированным с существенной ошибкой (рис. 19.4.2), то расчет значения соответствующей переменной для момента времени t_{n+1} по формуле (19.4.4) следует повторить, после чего снова вычислить значения входящих в уравнения производных и уточнить ход графиков производных в интервале Δt_n. Подобное уточнение значений переменных и их производных для момента t_{n+1} можно в случае необходимости повторить несколько раз.

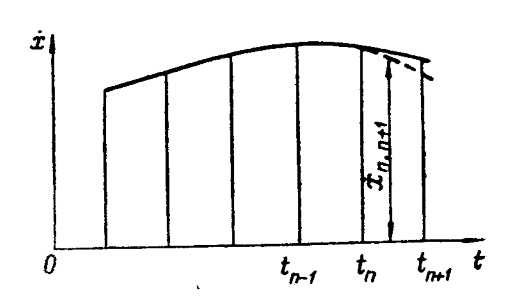


Рис. 19.4.1

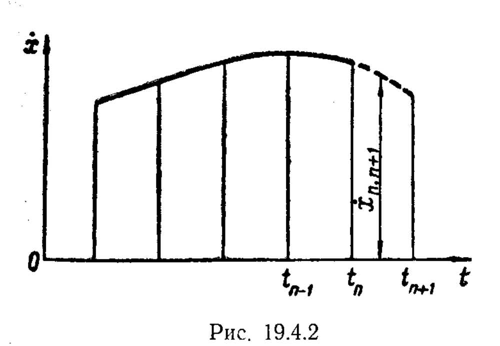


Рис. 19.4.2

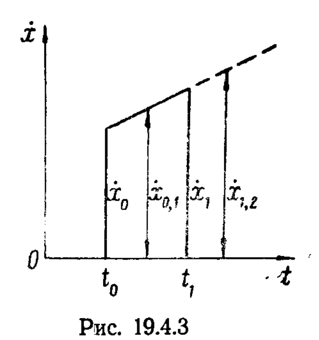


Рис. 19.4.3

Определение средних значений производных в различных интервалах времени путем экстраполяции графиков производных можно производить практически достаточно точно в том случае, если на каждом из графиков имеется, по крайней мере, по две, а еще лучше по три точки. Поэтому данный метод неприменим (как, впрочем, и большинство методов численного ин-

тегрирования) для начала интегрирования, когда на графиках производных имеется всего по одной начальной точке. Для начала интегрирования на первых двух-трех интервалах времени можно применить метод последовательных приближений. Для этого заменяем в формуле (19.4.4) среднее значение производной на первом участке ($n=0$) ее начальным значением $\dot{x}_0$. Тогда формула (19.4.4) определит в первом приближении значения переменных в точке t_1. Вычислив по этим значениям входящие в уравнения производные для момента t_1, получим в первом приближении на графиках производных прямолинейные отрезки, изображающие ход производных в интервале Δt_1 (рис. 19.4.3). Определив после этого приближенно средние значения производных в интервале Δt_1, можем по формуле (19.4.4) уточнить значения переменных и производных в точке t_1. Кроме того, экстраполируя полученные прямолинейные отрезки на графиках производных, можем приближенно определить средние значения производных в интервале Δt_2 и вычислить по формуле (19.4.4) значения переменных в точке t_2, после чего определить для момента t_2 значения входящих в уравнения производных. В результате получим на графиках производных по три точки (рис. 19.4.4) и, уточнив их до требуемой степени точности, можем продолжить расчет изложенным методом.

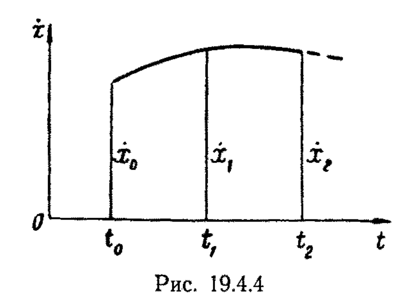


Рис. 19.4.4

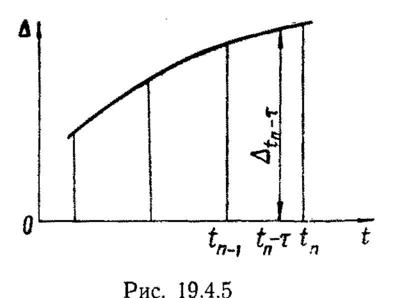


Рис. 19.4.5

Заметим, что при численном интегрировании упрощенной динамической системы уравнений, определяющей движение центра массы управляемой ракеты, очень просто можно учесть запаздывание образования управляющих сил. Обычно запаздывания $\tau_в$ и $\tau_н$ имеют такой же порядок, что и необходимый шаг интегрирования, или являются примерно кратными необходимому шагу интегрирования. Поэтому шаг интегрирования можно взять равным определенной доле запаздывания. Тогда для учета запаздывания можно при вычислении углов атаки и скольжения ракеты брать значения параметров управления, а если нужно, то и их производных и интегралов, в соответствующей ранее вычисленной точке. Если запаздывание в образовании управляющих сил значительно меньше необходимого шага интегрирования, то

при вычислении угла атаки и скольжения ракеты в момент времени t_n значения параметров управления, а если нужно, то и их производных и интегралов в моменты времени $t_n - \tau_в$, $t_n - \tau_н$, можно определять графическим интерполированием по соответствующим кривым, которые строятся параллельно с расчетом (рис. 19.4.5).

Чтобы приближенно построить траекторию плоского движения центра массы управляемой ракеты путем решения упрощенной динамической системы уравнений, можно применить тот же графический метод построения траекторий, который применяется при кинематическом исследовании движения управляемого снаряда (§ 19.2), соответствующим образом изменив и дополнив этот метод.

В § 19.2 уже был изложен графический метод построения траектории управляемой ракеты в случае, когда идеальная связь нарушена вследствие недостаточной маневренности ракеты. Этот метод может быть применен и в том случае, когда идеальная связь нарушена не вследствие недостаточной маневренности ракеты, а вследствие динамических свойств системы управления. В этом случае вместо формулы (19.2.6) для вычисления угла наклона вектора скорости в каждой точке траектории следует пользоваться формулой (19.4.4).

Угол поворота вектора скорости ракеты на графике вычисляется по формуле

$$\widehat{a0a_1} = \theta_{n+1} - \theta_n - (\theta_ц)_{n+1} + (\theta_ц)_n \qquad (19.4.5)$$

при построении траектории самонаводящейся ракеты относительно цели в системе координат, вращающейся вместе с вектором скорости цели, или по формуле

$$\widehat{a0a_1} = \theta_{n+1} - \theta_n \qquad (19.4.6)$$

при построении траектории самонаводящейся ракеты относительно цели в невращающейся системе координат и при построении абсолютных траекторий управляемых ракет.

Параметр управления Δ в каждой точке траектории определяется для самонаводящихся ракет как разность между значением угла упреждения, соответствующим идеальной связи (программного угла упреждения), и его фактическим значением в данный момент времени, определяемым по графику, или как разность между значением угла наклона вектора дальности, соответствующим идеальной связи, и его фактическим значением в данный момент времени, определяемым по графику. При этом фактический угол упреждения определяется по графику как угол между вектором абсолютной скорости ракеты и вектором дальности в случае, если связь накладывается на вектор скорости ракеты, и как угол между осью ракеты и вектором дальности в случае, если связь накладывается на ось ракеты. В по-

следнем случае, определив по графику угол между вектором скорости ракеты и вектором дальности, следует вычесть из него значение угла атаки ракеты в данный момент, полученное путем графической экстраполяции кривой угла атаки, которая в этом случае строится параллельно с построением траектории.

Для телеуправляемых ракет параметр управления в каждой точке траектории определяется как разность фактического угла наклона вектора дальности ракеты и его значения, соответствующего идеальной связи.

Если в приближенные зависимости углов атаки и скольжения от параметров управления входят производные параметров управления, то они определяются путем графического дифференцирования кривых зависимости параметров управления от времени, которые строятся параллельно с построением траектории. Если в зависимость углов атаки и скольжения от параметров управления входят интегралы от параметров управления, то их приращения для каждого интервала времени Δt_n определяются приближенно как площади прямоугольников, имеющих основание Δt_n и высоты, равные средним значениям параметров управления в соответствующих интервалах времени.

При массовых расчетах вычисление траектории центра массы управляемой ракеты на основе приближенной зависимости управляющих сил от параметров управления можно еще упростить, если принять закон изменения скорости v по времени, полученный на основе расчета небольшого количества типовых, средних для определенных областей траекторий, и считать его известным при расчете остальных траекторий. При этом из уравнений выпадает одно дифференциальное уравнение, определяющее скорость ракеты, а коэффициенты уравнений движения центра массы ракеты в проекциях на две взаимно перпендикулярные нормали будут известными функциями времени. Это дает весьма значительное упрощение вычислений.

Применение приближенных динамических методов исследования движения центра массы управляемых ракет дает возможность решать все те задачи, которые решаются кинематическими методами, и, кроме того, дает возможность исследовать движение центра массы ракеты при значительных отклонениях от идеальной связи, а также определять ошибки наведения ракеты. На основании подобного исследования можно определить время затухания параметров управления до допустимой величины при данных начальных значениях, и, наоборот, допустимые начальные значения параметров управления по данной величине времени затухания их до допустимой величины. Это дает возможность изучать различные вопросы боевого применения управляемых ракет: способы прицеливания, допустимые ошибки прицеливания, дальности стрельбы и другие условия стрельбы.

Исследуя характер затухания параметров управления, можно решать различные вопросы, связанные с сопряжением участков

траектории ракеты с комбинированной системой управления, соответствующих различным методам наведения. В частности, можно определять необходимую точность сопряжения, допустимые значения параметров управления в момент перехода с одного метода наведения на другой, необходимую дальность переключения, минимальное допустимое время с момента переключения до момента встречи ракеты с целью.

Исследуя движение центра массы ракеты при больших значениях параметров управления, можно определить желательную зависимость управляющих сил от параметров управления, исходя из условия получения заданного характера траекторий ракеты во время ввода ее в режим наведения. На основе этой желательной зависимости можно определить закон работы системы управления на этапе ввода ракеты в режим наведения и необходимую структурную схему системы управления и ее параметры на этом этапе.

Глава 20

ЛИНЕАРИЗАЦИЯ УРАВНЕНИЙ ПРОЦЕССА НАВЕДЕНИЯ

§ 20.1. ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ ЛИНЕАРИЗАЦИИ УРАВНЕНИЙ ПРОЦЕССА НАВЕДЕНИЯ УПРАВЛЯЕМОЙ РАКЕТЫ

Сложность полной системы уравнений процесса наведения управляемой ракеты и высокий порядок этой системы весьма сильно затрудняют исследование процесса наведения. Так как в современной математике общие методы исследования интегралов дифференциальных уравнений, применимые к любым дифференциальным уравнениям, независимо от их порядка и сложности, практически не разработаны, то единственным методом исследования полной системы уравнений процесса наведения управляемой ракеты является в настоящее время метод численного интегрирования. Как уже было сказано в начале предыдущей главы, ввиду сложности полной системы уравнений процесса наведения ее численное интегрирование практически осуществимо только на быстродействующих цифровых вычислительных машинах. Поэтому весьма важно для практики найти такие способы упрощения полной системы уравнений, которые позволили бы применить существующие методы теории автоматического управления и в то же время учесть динамические свойства как самой ракеты, так и всех элементов системы управления.

Естественным способом упрощения полной системы уравнений процесса наведения управляемой ракеты является ее линеаризация, так как в современной теории автоматического управления наиболее полно и хорошо разработаны методы исследования линейных систем, а простейшими и наиболее эффективными способами исследования нелинейных систем являются методы, основанные на линеаризации уравнений.

Линеаризация уравнений движения управляемой ракеты и уравнений работы системы управления принципиально сводится к замене всех входящих в уравнения нелинейных функций величин, определяющих мгновенное состояние ракеты и системы управления, и действующих на ракету и систему управления возмущений, линейными функциями тех же аргументов. Естественно, что для непрерывных функций такая замена будет тем точ-

нее, чем меньше диапазон изменения аргументов этих функций. Поэтому практически приходится представлять величины, определяющие движение ракеты и работу системы управления, в виде сумм некоторых приближенных значений этих величин и малых поправок или, как их часто называют, *вариаций*. В качестве приближенных значений величин, определяющих движение ракеты и работу системы управления, можно принять значения этих величин, вычисленные приближенными динамическими методами или даже кинематическими методами. Мы будем называть такие приближенные значения элементов движения ракеты и величин, определяющих работу системы управления, *теоретическими* значениями и отмечать их индексом «т» внизу. Замену нелинейных функций линейными можно производить различными способами. Практически обычно пользуются заменой функций членами не выше первой степени их разложений в ряд Тейлора.

Для линеаризации существенных нелинейностей типа ограничений диапазонов изменения величин, характеристик реле и т. п. целесообразно пользоваться методом статистической линеаризации (см [1], § 8.3, 8.5 и 11.1).

При линеаризации полной системы уравнений, определяющих движение управляемой ракеты, необходимо стремиться получить, насколько возможно, более простую линейную систему. Поэтому следует использовать опыт предыдущих исследований и отказаться от варьирования таких величин, вариации которых в предыдущих исследованиях оказывались пренебрежимо малыми и несущественно влияющими на результаты. Так, например, многочисленными исследованиями установлено, что закон изменения скорости ракеты весьма мало изменяется при изменении траектории в довольно широких пределах. Более того, закон изменения скорости ракеты при переходе от одной траектории к другой изменяется обычно в более узких пределах, чем естественный разброс скоростей для различных ракет, движущихся по одной и той же траектории. Поэтому вариацией скорости ракеты при переходе от траектории, вычисленной упрощенными динамическими методами, к близкой к ней действительной траектории можно пренебрегать. Точно так же можно пренебрегать вариацией плотности воздуха ρ, так как она практически не изменяется при переходе от некоторой точки теоретической траектории к близкой к ней точке действительной траектории, соответствующей тому же моменту времени. Наконец, вариации скорости ракеты и плотности воздуха приводят лишь к небольшому изменению коэффициентов уравнений движения ракеты, которое совершенно несущественно для работы системы управления и для процесса наведения.

Пренебрежение вариациями скорости ракеты и плотности воздуха дает весьма существенное упрощение линеаризованной системы уравнений, так как освобождает от необходимости диф-

ференцировать аэродинамические коэффициенты ракеты по числу М и дает возможность принять скорость ракеты и плотность воздуха как известные функции времени из приближенного динамического исследования процесса наведения. Дополнительным, хотя и не столь существенным, упрощением является понижение порядка линеаризованной системы уравнений на единицу.

Некоторое, хотя и значительно меньшее, упрощение линеаризованной системы уравнений можно получить, если пренебречь вариацией дальности ракеты (от командного пункта или от цели, безразлично). Основанием для этого является то обстоятельство, что при равной нулю вариации скорости ракеты вариация дальности может быть вызвана только вариациями углов между вектором скорости ракеты и вектором дальности. В тех случаях, когда эти углы малы, при малом их изменении косинус угла между векторами скорости ракеты и дальности практически не изменяется. Действительно, если φ — малый угол, а $\delta\varphi$ — малое изменение (вариация) этого угла, то

$$\cos(\varphi + \delta\varphi) \approx \cos\varphi - \sin\varphi \cdot \delta\varphi.$$

Так как угол φ мал, то $\cos\varphi$ близок к единице, а произведение $\sin\varphi \cdot \delta\varphi$ представляет собой величину второго порядка малости.

Вследствие разброса скоростей различных ракет, выпущенных в одинаковых условиях, вариации закона изменения дальности ракеты при переходе от теоретической траектории к близкой к ней действительной оказываются значительно меньшими, чем разброс законов изменения дальности различных ракет, движущихся по одной и той же траектории. Пренебрежение вариацией дальности в тех случаях, когда оно возможно, дает понижение порядка линеаризованной системы еще на единицу, несколько упрощает кинематические уравнения и дает возможность принимать дальность ракеты как известную функцию времени.

Наконец, вследствие того, что вариация нормальной к траектории центра массы ракеты составляющей силы тяжести обычно бывает значительно меньше управляющих сил (подъемной и боковой силы), оказывается возможным пренебрегать вариацией нормальной составляющей силы тяжести и считать эту составляющую известной функцией времени, которая может быть получена так же, как скорость, плотность воздуха и дальность, из расчета траектории ракеты приближенными динамическими или кинематическими методами.

Если принять перечисленные допущения, то при пользовании приближенными линейными зависимостями для аэродинамических коэффициентов уравнения движения ракеты часто оказываются линейными. В таком случае приходится линеаризовать только кинематические уравнения и закон управления. Это значительно упрощает исследование и позволяет некоторые пере-

менные сохранить в уравнениях в их естественном виде, без разложения на суммы теоретических значений и малых вариаций. Все это будет проиллюстрировано в дальнейших параграфах.

Изложенные общие принципы линеаризации уравнений, определяющих движение ракеты и работу системы управления, позволяют составить полную линеаризованную систему уравнений процесса наведения для различных конкретных случаев.

§ 20.2. ЛИНЕАРИЗАЦИЯ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ РАКЕТЫ

Применим изложенные в предыдущем параграфе общие принципы линеаризации к уравнениям движения конкретных типов управляемых ракет, рассмотренных в гл. 1.

Если пренебречь вариациями скорости ракеты, плотности воздуха и составляющих ускорения силы тяжести и считать все эти величины известными из расчета теоретического движения функциями времени, то коэффициенты уравнений движения крестокрылой ракеты с аэродинамическими рулями, определяемые формулами (1.4.5), (1.4.8) и (1.4.11), будут известными функциями времени. При этом уравнения движения ракеты (1.4.4), (1.4.6), (1.4.12) и (1.4.13) будут представлять собой линейные дифференциальные уравнения, в общем случае с переменными коэффициентами:

$$\ddot{\alpha} + c_{\dot{\alpha}}\dot{\alpha} + c_{\alpha}\alpha = c_0 - c_{\delta}\delta_{в},$$

$$\Omega_z = A_{\alpha}\alpha + \frac{g_y}{v}, \qquad (20.2.1)$$

$$\ddot{\beta} + c_{\dot{\beta}}\dot{\beta} + c_{\beta}\beta = c_0' - c_{\delta}'\delta_{н},$$

$$\Omega_y = B_{\beta}\beta - \frac{g_z}{v}, \qquad (20.2.2)$$

$$\dot{\omega}_{x_1} + a_{xx}\omega_{x_1} = -a_{xэ}\delta_{э}. \qquad (20.2.3)$$

Второе уравнение (20.2.1) и второе уравнение (20.2.2) удобно преобразовать, введя в них малые углы отклонения вектора скорости ракеты $\boldsymbol{v}$ от его теоретического значения $\boldsymbol{v}_{т}$ в двух взаимно перпендикулярных плоскостях (рис. 20.2.1). Очевидно, что при малых углах ζ_1 и ζ_2 можно написать приближенные равенства

Рис. 20.2.1

$$\zeta_1 = \Omega_z - \Omega_{z_т}, \quad \zeta_2 = \Omega_y - \Omega_{y_т}, \qquad (20.2.4)$$

где согласно условию предыдущего параграфа индексом «т» отмечены значения $\Omega_{z_т}$, $\Omega_{y_т}$ в теоретическом движении ракеты. Так как уравнения (1.4.4) справедливы и для теоретического движения ракеты, то $\Omega_{z_т}$ и $\Omega_{y_т}$ определяются уравнениями

$$\Omega_{z_т} = A_\alpha \alpha_т + \frac{g_y}{v}, \quad \Omega_{y_т} = B_\beta \beta_т - \frac{g_z}{v}. \qquad (20.2.5)$$

Подставляя в уравнения (20.2.4) выражения Ω_z, Ω_y из уравнений (20.2.1) и (20.2.2) и выражения $\Omega_{z_т}$, $\Omega_{y_т}$ из уравнений (20.2.5), получим уравнения, определяющие малые углы отклонения вектора скорости ракеты от его теоретического направления:

$$\dot{\zeta}_1 = A_\alpha (\alpha - \alpha_т), \quad \dot{\zeta}_2 = B_\beta (\beta - \beta_т). \qquad (20.2.6)$$

Таким образом, линеаризованные уравнения движения ракеты (20.2.1) и (20.2.2) могут быть переписаны в виде

$$\left.\begin{aligned} &\ddot{\alpha} + c_{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + c_\alpha \alpha = c_0 - c_\delta \delta_в, \\ &\dot{\zeta}_1 = A_\alpha (\alpha - \alpha_т), \end{aligned}\right\} \qquad (20.2.7)$$

$$\left.\begin{aligned} &\ddot{\beta} + c_{\dot{\beta}} \dot{\beta} + c_\beta \beta = c_0' - c_\delta' \delta_н, \\ &\dot{\zeta}_2 = B_\beta (\beta - \beta_т). \end{aligned}\right\} \qquad (20.2.8)$$

Совершенно так же из уравнений (1.5.2.), (1.5.6), (1.5.7) и (20.2.4) получим линеаризованные уравнения движения ракеты с поворотными крыльями:

$$\left.\begin{aligned} &\ddot{\alpha} + c_{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + c_\alpha \alpha = c_0 - c_\delta \delta_в - A_\delta \dot{\delta}_в, \\ &\dot{\zeta}_1 = A_\alpha \alpha + A_\delta (\delta_в - \delta_{в_г}), \end{aligned}\right\} \qquad (20\;2\;9)$$

$$\left.\begin{aligned} &\ddot{\beta} + c_{\dot{\beta}} \dot{\beta} + c_\beta \beta = c_0' - c_\delta' \delta_н - B_\delta \dot{\delta}_н, \\ &\dot{\zeta}_2 = B_\beta \beta + B_\delta (\delta_н - \delta_{н_т}). \end{aligned}\right\} \qquad (20.2.10)$$

Движение ракеты с поворотными крыльями относительно ее продольной оси описывается тем же уравнением (20.2.3), что и движение ракеты с аэродинамическими рулями.

Аналогично из уравнений (1.4.12), (1.6.9), (1.6.12) и (1.6.13) получаем линеаризованные уравнения близкого к горизонтальному движения ракеты самолетной формы:

$$\ddot{\alpha} + c_{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + c_\alpha \alpha = c_0 - c_\delta \delta_в, \quad \dot{\zeta}_1 = A_\alpha (\alpha - \alpha_т), \qquad (20.2.11)$$

$$\left.\begin{aligned} &\ddot{\beta} + c_{\dot{\beta}} \dot{\beta} + c_\beta \beta + a_{yx} \dot{\gamma} = -a_{yн} \delta_н - a_{yэ} \delta_э, \\ &\ddot{\gamma} + a_{xx} \dot{\gamma} + a_{xy} \dot{\beta} + c_\beta^* \beta = -a_{xэ} \delta_э - a_{xн} \delta_н, \\ &\dot{\zeta}_2 = B_\beta (\beta - \beta_т) - A_0 \gamma, \end{aligned}\right\} \qquad (20.2.12)$$

где ζ_1 и ζ_2 в данном случае определяются формулами

$$\zeta_1 = \theta - \theta_т, \quad \zeta_2 = \varphi - \varphi_т. \qquad (20.2.13)$$

Мы видим, что во всех рассмотренных случаях уравнения движения ракеты почти автоматически линеаризуются, если считать скорость ракеты, плотность воздуха и составляющие ускорения силы тяжести известными функциями времени. Эти функции можно определить путем приближенного вычисления траектории центра массы ракеты кинематическими или упрощенными динамическими методами, изложенными в предыдущей главе.

Во всех предыдущих уравнениях можно учесть также случайные возмущения, действующие на ракету в соответствии с изложенным в гл. 1, особенно в § 1.3.

Как мы увидим в следующей главе, одной из основных причин рассеивания автономно управляемых ракет является действие случайного ветра. Поэтому для исследования рассеивания автономно управляемых ракет самолетной формы, совершающих полет, близкий к прямолинейному горизонтальному, необходимо пользоваться линеаризованными уравнениями (1.4.19), (1.6.18), (1.6.19) и (1.6.20) вместо (1.4.12), (1.6.9), (1.6.12) и (1.6.13). В результате получим уравнения

$$\left.\begin{aligned}
&\ddot\alpha + c_{\dot\alpha}\dot\alpha + c_\alpha\alpha = c_0 - c_\delta\delta_в - c_\alpha'\frac{W_y}{v} - c_{\dot\alpha}'\frac{\dot W_y}{v},\\
&\dot\zeta_1 = A_\alpha(\alpha - \alpha_г) + A_\alpha'\frac{W_y}{v},\\
&\ddot\beta + c_{\dot\beta}\dot\beta + c_\beta\beta + a_{yx}\dot\gamma = -a_{yн}\delta_н - a_{yэ}\delta_э + c_\beta'\frac{W_z}{v} +\\
&\qquad + c_{\dot\beta}'\frac{\dot W_z}{v} - a_{yx}\frac{\partial W_y}{\partial z},\\
&\ddot\gamma + a_{xx}\dot\gamma + a_{xy}\dot\beta + c_\beta^*\beta = -a_{xэ}\delta_э - a_{xн}\delta_н - a_{xx}\frac{\partial W_y}{\partial z} -\\
&\qquad - a_{xy}\frac{\dot W_z}{v},\\
&\dot\zeta_2 = B_\beta(\beta - \beta_г) - A_0\gamma - B_\beta'\frac{W_z}{v}.
\end{aligned}\right\} \quad (20.2.14)$$

§ 20.3. ЛИНЕАРИЗАЦИЯ КИНЕМАТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

При линеаризации кинематических уравнений в случае самонаводящейся ракеты мы будем предполагать, что теоретическое движение ракеты исследуется при известном законе движения цели, т. е. в предположении, что вектор скорости цели является известной функцией времени $v_{цт}$. Действительное движение цели будем изучать с учетом случайного маневрирования цели, т. е. в предположении, что вектор скорости цели является

случайной функцией времени $V_ц$. Тогда кинематическое уравнение (3.1.3) для действительного движения самонаводящейся ракеты запишется в виде

$$\frac{\tilde{d}\boldsymbol{D}}{dt} + \boldsymbol{\omega}_к \times \boldsymbol{D} = \boldsymbol{V}_ц - \boldsymbol{v}, \tag{20.3.1}$$

а для теоретического движения — в виде

$$\frac{\tilde{d}\boldsymbol{D}_т}{dt} + \boldsymbol{\omega}_к \times \boldsymbol{D}_т = \boldsymbol{v}_{цт} - \boldsymbol{v}_т. \tag{20.3.2}$$

За вариацию вектора дальности примем разность

$$\delta\boldsymbol{D} = \boldsymbol{D}_т - \boldsymbol{D}. \tag{20.3.3}$$

Тогда, вычитая уравнение (20.3.1) почленно из (20.3.2), получим

$$\frac{\tilde{d}}{dt}(\delta\boldsymbol{D}) + \boldsymbol{\omega}_к \times \boldsymbol{D}_т = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}_т - (\boldsymbol{V}_ц - \boldsymbol{v}_{цт}). \tag{20.3.4}$$

Так как скорость ракеты в действительном движении, согласно принятому допущению, равна ее скорости в теоретическом движении, то вариация вектора скорости ракеты равна:

$$\delta\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}_т = v\boldsymbol{v}^0 - v_т\boldsymbol{v}_т^0 = v_т(\boldsymbol{v}^0 - \boldsymbol{v}_т^0).$$

Обозначая вариацию единичного вектора скорости ракеты через $\boldsymbol{\zeta}$, получим

$$\delta\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}_т = v_т\boldsymbol{\zeta}. \tag{20.3.5}$$

Очевидно, что при малых углах отклонения вектора скорости ракеты от его теоретического направления можно считать, что

$$\boldsymbol{\zeta} = \zeta_1\boldsymbol{y}_т^0 + \zeta_2\boldsymbol{z}_т^0, \tag{20.3.6}$$

где $\boldsymbol{y}_т^0$, $\boldsymbol{z}_т^0$ — единичные векторы поперечных осей поточной системы координат в теоретическом движении (см. рис. 20.2.1).

Обозначим изменение дальности D в действительном движении ракеты по сравнению с теоретическим через $-\xi$. Тогда будем иметь

$$D = D_т - \xi, \tag{20.3.7}$$

и проекция вариации вектора дальности $\delta\boldsymbol{D}$ на вектор $\boldsymbol{D}_т$ будет приближенно равна ξ. Выделяя эту составляющую, можем переписать формулу (20.3.3) в виде

$$\delta\boldsymbol{D} = \boldsymbol{D}_т - \boldsymbol{D} = \boldsymbol{D}_т^0\xi + \boldsymbol{\eta}, \tag{20.3.8}$$

где $\boldsymbol{D}_т^0$ — единичный вектор теоретической дальности, а $\boldsymbol{\eta}$ — нормальная к вектору $\boldsymbol{D}_т$ часть вариации вектора дальности $\delta\boldsymbol{D}$.

Наконец, обозначим случайную составляющую вектора скорости цели через $\boldsymbol{U}$.

$$\boldsymbol{U} = \boldsymbol{V}_{\text{ц}} - \boldsymbol{v}_{\text{цт}}. \tag{20.3.9}$$

Подставляя выражения (20.3.5), (20.3.8) и (20.3.9) в уравнение (20.3.4), приведем его к виду

$$\boldsymbol{D}_{\text{т}}^0 \dot{\xi} + \left(\frac{\tilde{d}\boldsymbol{D}_{\text{т}}^0}{dt} + \boldsymbol{\omega}_{\text{к}} \times \boldsymbol{D}_{\text{т}}^0 \right) \xi + \frac{\tilde{d}\boldsymbol{\eta}}{dt} + \boldsymbol{\omega}_{\text{к}} \times \boldsymbol{\eta} = v_{\text{т}} \boldsymbol{\zeta} - \boldsymbol{U}. \tag{20.3.10}$$

Это и есть линеаризованное кинематическое уравнение движения самонаводящейся ракеты, так как все вариации элементов движения ракеты ξ, $\boldsymbol{\eta}$ и $\boldsymbol{\zeta}$ входят в него линейно.

Для вывода скалярных линеаризованных кинематических уравнений достаточно спроектировать уравнение (20.3.10) на соответствующие оси координат. Для этого мы выберем следующую прямоугольную декартову систему координат $P\xi\eta_1\eta_2$: ось $P\xi$ направим по теоретическому направлению вектора дальности $\boldsymbol{D}_{\text{т}}$, а оси $P\eta_1$ и $P\eta_2$ направим в плоскости, перпендикулярной теоретическому вектору дальности, так, чтобы получить правую систему координат. В этой системе координат вектор $\boldsymbol{D}_{\text{т}}^0$ постоянен и $\tilde{d}\boldsymbol{D}_{\text{т}}^0/dt = 0$. Поэтому, обозначая через ω_ξ, ω_1, ω_2 составляющие угловой скорости системы координат $P\xi\eta_1\eta_2$ по осям $P\xi$, $P\eta_1$, $P\eta_2$ и принимая во внимание, что вектор $\boldsymbol{\eta}$ перпендикулярен к вектору $\boldsymbol{D}_{\text{т}}^0$, получим табл. 20.3.1 проекций векторов, входящих в левую часть уравнения (20.3.10)

Таблица 20.3.1

Вектор \ Ось	ξ	η_1	η_2
$\boldsymbol{D}_{\text{т}}^0$	1	0	0
$\boldsymbol{\eta}$	0	η_1	η_2
$\boldsymbol{\omega}_{\text{к}}$	ω_ξ	ω_1	ω_2
$\boldsymbol{\omega}_{\text{к}} \times \boldsymbol{D}_{\text{т}}^0$	0	ω_2	$-\omega_1$
$\frac{\tilde{d}\boldsymbol{\eta}}{dt}$	0	$\dot{\eta}_1$	$\dot{\eta}_2$
$\boldsymbol{\omega}_{\text{к}} \times \boldsymbol{\eta}$	$-\omega_2\eta_1 + \omega_1\eta_2$	$-\omega_\xi\eta_2$	$\omega_\xi\eta_1$

Для проектирования уравнения (20.3.10) на ось $P\xi$ умножим его скалярно на единичный вектор $\boldsymbol{D}_{\text{т}}^0$. Тогда, пользуясь полученной таблицей проекций векторов и формулой (20.3.6), получим

$$\dot{\xi} - \omega_2\eta_1 + \omega_1\eta_2 = v_{\text{т}}(\boldsymbol{y}_{\text{т}}^0 \boldsymbol{D}_{\text{т}}^0)\zeta_1 + v_{\text{т}}(\boldsymbol{z}_{\text{т}}^0 \boldsymbol{D}_{\text{т}}^0)\zeta_2 - U_D, \tag{20.3.11}$$

где $U_D = \boldsymbol{U}\,\boldsymbol{D}_т^0$ — составляющая случайной части вектора скорости цели, направленная по вектору дальности $\boldsymbol{D}_т$.

Для проектирования уравнения (20.3.10) на оси $P\eta_1$ и $P\eta_2$ достаточно умножить его скалярно на соответствующие единичные векторы $\boldsymbol{\eta}_1^0$ и $\boldsymbol{\eta}_2^0$. Тогда, пользуясь полученной таблицей проекций векторов и формулой (20.3.6), получим

$$\left.\begin{aligned} \omega_2\xi + \dot{\eta}_1 - \omega_\xi\eta_2 &= v_т(\boldsymbol{y}_т^0\boldsymbol{\eta}_1^0)\zeta_1 + v_т(\boldsymbol{z}_т^0\boldsymbol{\eta}_1^0)\zeta_2 - U_1,\\ -\omega_1\xi + \dot{\eta}_2 + \omega_\xi\eta_1 &= v_т(\boldsymbol{y}_т^0\boldsymbol{\eta}_2^0)\zeta_1 + v_т(\boldsymbol{z}_т^0\boldsymbol{\eta}_2^0)\zeta_2 - U_2, \end{aligned}\right\} \quad (20.3.12)$$

где U_1 и U_2 — случайные составляющие вектора скорости цели по осям $P\eta_1$ и $P\eta_2$ соответственно.

Вводя обозначения

$$\left.\begin{aligned} v_{11} &= v_т(\boldsymbol{y}_т^0\boldsymbol{\eta}_1^0), & v_{12} &= v_т(\boldsymbol{z}_т^0\boldsymbol{\eta}_1^0),\\ v_{21} &= v_т(\boldsymbol{y}_т^0\boldsymbol{\eta}_2^0), & v_{22} &= v_т(\boldsymbol{z}_т^0\boldsymbol{\eta}_2^0),\\ v_{31} &= v_т(\boldsymbol{y}_т^0\boldsymbol{D}_т^0), & v_{32} &= v_т(\boldsymbol{z}_т^0\boldsymbol{D}_т^0), \end{aligned}\right\} \quad (20.3.13)$$

можем переписать уравнения (20.3.12) и (20.3.11) в виде

$$\left.\begin{aligned} \dot{\eta}_1 &= \omega_\xi\eta_2 - \omega_2\xi + v_{11}\zeta_1 + v_{12}\zeta_2 - U_1,\\ \dot{\eta}_2 &= -\omega_\xi\eta_1 + \omega_1\xi + v_{21}\zeta_1 + v_{22}\zeta_2 - U_2,\\ \dot{\xi} &= \omega_2\eta_1 - \omega_1\eta_2 + v_{31}\zeta_1 + v_{32}\zeta_2 - U_D. \end{aligned}\right\} \quad (20.3.14)$$

Таким образом, мы получили линеаризованные кинематические уравнения для самонаводящейся ракеты в скалярной форме.

Для вычисления составляющих ω_1, ω_2, ω_ξ вектора угловой скорости системы координат, связанной с теоретическим вектором дальности, и скалярных произведений в формулах (20.3.13) целесообразно пользоваться той же системой координат, в которой вычисляются элементы теоретического движения ракеты. В частности, если теоретическое движение ракеты относительно цели рассматривается в сферической системе координат ν, ε, D, то составляющие единичных векторов $\boldsymbol{D}_т^0$, $\boldsymbol{\eta}_1^0$, $\boldsymbol{\eta}_2^0$ будут полностью определяться двумя углами $\nu_т$, $\varepsilon_т$ (рис. 20.3.1).

Точно так же для ракеты, стабилизированной по крену, составляющие единичных векторов поточной системы координат $\boldsymbol{x}_т^0 = \boldsymbol{v}_т^0$, $\boldsymbol{y}_т^0$, $\boldsymbol{z}_т^0$ полностью определяются двумя углами $\varphi_т$, $\theta_т$ (рис. 20.3.1), так как для ракеты, стабилизированной по крену так, что ее ось z_1 удерживается параллельной плоскости $x_g z_g$ земной системы координат, теоретическое значение угла крена поточной системы координат χ можно считать равным нулю. В результате получаем табл. 20.3.2 проекций единичных векторов, входящих в формулы (20.3.13), на оси земной системы координат.

Таблица 20.3.2

Ось \ Вектор	$D_т^0$	η_1^0	η_2^0	$y_т^0$	$z_т^0$
x_g	$\cos\varepsilon_т \cos\nu_т$	$-\sin\varepsilon_т \cos\nu_т$	$\sin\nu_т$	$-\sin\theta_т \cos\varphi_т$	$\sin\varphi_т$
y_g	$\sin\varepsilon_т$	$\cos\varepsilon_т$	0	$\cos\theta_т$	0
z_g	$-\sin\varepsilon_т \cos\nu_т$	$\sin\varepsilon_т \sin\nu_т$	$\cos\nu_т$	$\sin\theta_т \sin\varphi_т$	$\cos\varphi_т$

Пользуясь этой таблицей проекций векторов, легко находим скалярные произведения, входящие в формулы (20.3.13). В результате формулы (20.3.13) примут вид

$$\left.\begin{aligned}
v_{11} &= v_т\left[\sin\varepsilon_т \sin\theta_т \cos(\nu_т-\varphi_т)+\cos\varepsilon_т \cos\theta_т\right],\\
v_{12} &= v_т \sin\varepsilon_т \sin(\nu_т-\varphi_т),\\
v_{21} &= v_т \sin\theta_т \sin(\varphi_т-\nu_т),\\
v_{22} &= v_т \cos(\nu_т-\varphi_т),\\
v_{31} &= v_т\left[\sin\varepsilon_т \cos\theta_т-\cos\varepsilon_т \sin\theta_т \cos(\nu_т-\varphi_т)\right],\\
v_{32} &= v_т \cos\varepsilon_т \sin(\varphi_т-\nu_т).
\end{aligned}\right\} \qquad (20.3.15)$$

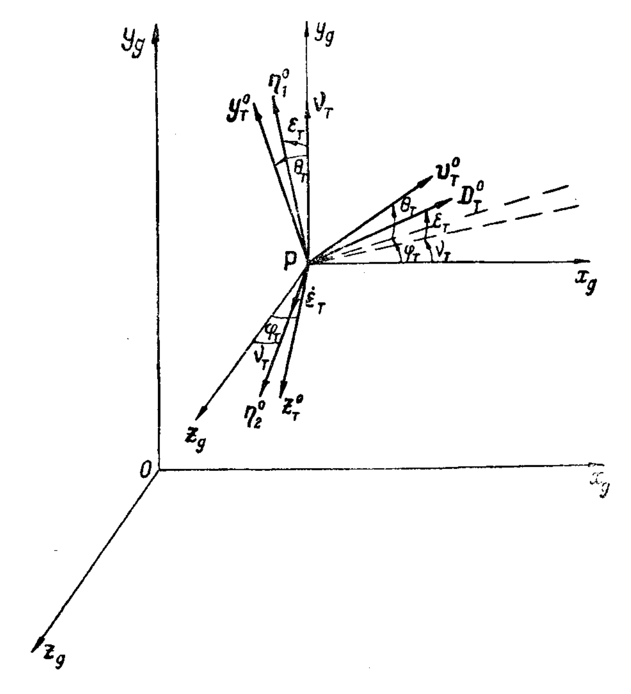


Рис. 20.3.1

Представляем читателю самостоятельно вывести формулы для коэффициентов уравнений (20.3.14) для ракеты, не стабилизированной по крену (т. е. в случае $\chi_т \neq 0$).

Составляющие вектора угловой скорости $\boldsymbol{\omega}_{Dт}$ системы координат $P\xi\eta_1\eta_2$ по осям этой системы координат выразятся в данном случае формулами

$$\omega_1 = \dot{\nu}_т \cos\xi_т, \quad \omega_2 = \dot{\varepsilon}_т, \quad \omega_\xi = \dot{\nu}_т \sin\varepsilon_т. \qquad (20.3.16)$$

Мы видим, что в общем случае линеаризованные кинематические уравнения связывают друг с другом оба канала управления ракеты относительно ее поперечных осей. И лишь в случае ракеты, стабилизированной по крену, при малой угловой скорости вектора теоретической дальности $\omega_{Dт}$ и при малом угле между единичными векторами $\boldsymbol{z}_т^0$ и $\boldsymbol{\eta}_2^0$, когда вектор $\boldsymbol{z}_т^0$ почти перпендикулярен вектору $\boldsymbol{\eta}_1^0$, а вектор $\boldsymbol{y}_т^0$ почти перпендикулярен вектору $\boldsymbol{\eta}_2^0$, можно пренебречь в уравнениях (20.3.14) членами с малыми коэффициентами ω_1, ω_2, ω_ξ, $(\boldsymbol{z}_т^0\boldsymbol{\eta}_1^0)$, $(\boldsymbol{y}_т^0\boldsymbol{\eta}_2^0)$, $(\boldsymbol{z}_т^0\boldsymbol{D}_т^0)$ и заменить уравнения (20.3.14) приближенными уравнениями

$$\dot{\eta}_1 = v_{11}\zeta_1 - U_1, \qquad (20.3.17)$$

$$\dot{\eta}_2 = v_{22}\zeta_2 - U_2, \qquad (20.3.18)$$

$$\dot{\xi} = v_{31}\zeta - U_D. \qquad (20.3.19)$$

Этот же вывод следует из формул (20.3.15), которые показывают, что при малой разности $\varphi_т - \nu_т$ коэффициенты v_{12}, v_{21} и v_{32} будут малы по сравнению с v_{11}, v_{22}, v_{31}, вследствие чего и соответствующие члены уравнений (20.3.14), как и члены с малыми коэффициентами ω_1, ω_2, ω_ξ, будут малы по сравнению с другими членами.

Если и разность углов $\theta_т - \varepsilon_т$ мала, например, в случае малой скорости цели по сравнению со скоростью ракеты, то коэффициент v_{31} в уравнении (20.3.19) будет малым по сравнению с v_{11} и v_{22}. В этом случае, как показывает уравнение (20.3.19), вариация дальности ξ определяется только случайным маневрированием цели. Если же цель не маневрирует и наведение ракеты рассматривается при вполне определенном движении цели, то вариация дальности равна нулю, в полном соответствии с изложенным в § 20.1.

В частном случае, когда наведение ракеты изучается при вполне определенном движении цели, случайные составляющие вектора скорости цели U_1, U_2, U_D в уравнениях (20.3.14) и (20.3.17) ÷ (20.3.19) равны нулю.

Совершенно так же линеаризуются кинематические уравнения в случае телеуправляемой ракеты. Разница будет лишь в том, что движение командного пункта всегда можно считать точно известным. Поэтому его вектор скорости $\boldsymbol{v}_к$ можно считать полностью известным.

Написав кинематическое уравнение (7.1.3) для действительного движения телеуправляемой ракеты

$$\frac{\tilde{d}\boldsymbol{D}_{\text{р}}}{dt} + \boldsymbol{\omega}_{\text{к}} \times \boldsymbol{D}_{\text{р}} = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}_{\text{к}} \tag{20.3.20}$$

и для теоретического движения

$$\frac{\tilde{d}\boldsymbol{D}_{\text{рт}}}{dt} + \boldsymbol{\omega}_{\text{к}} \times \boldsymbol{D}_{\text{рт}} = \boldsymbol{v}_{\text{т}} - \boldsymbol{v}_{\text{к}}, \tag{20.3.21}$$

примем за вариацию вектора дальности ракеты $\boldsymbol{D}_{\text{р}}$ разность

$$\delta\boldsymbol{D}_{\text{р}} = \boldsymbol{D}_{\text{р}} - \boldsymbol{D}_{\text{рт}}. \tag{20.3.22}$$

Тогда, вычитая уравнение (20.3.21) из (20.3.20) и принимая во внимание (20.3.5), получим

$$\frac{\tilde{d}\boldsymbol{D}_{\text{р}}}{dt} + \boldsymbol{\omega}_{\text{к}} \times \delta\boldsymbol{D}_{\text{р}} = v_{\text{т}}\boldsymbol{\zeta}. \tag{20.3.23}$$

Положим далее так же, как в случае самонаводящейся ракеты,

$$\delta\boldsymbol{D}_{\text{р}} = \boldsymbol{D}_{\text{р}} - \boldsymbol{D}_{\text{рт}} = \boldsymbol{D}^0_{\text{рт}}\xi + \boldsymbol{\eta}. \tag{20.3.24}$$

Подставляя это выражение в (20.3.23), получим линеаризованное кинематическое уравнение движения телеуправляемой ракеты в векторной форме

$$\boldsymbol{D}^0_{\text{рт}}\dot{\xi} + \left(\frac{\tilde{d}\boldsymbol{D}^0_{\text{рт}}}{dt} + \boldsymbol{\omega}_{\text{к}} \times \boldsymbol{D}^0_{\text{рт}}\right)\xi + \frac{\tilde{d}\boldsymbol{\eta}}{dt} + \boldsymbol{\omega}_{\text{к}} \times \boldsymbol{\eta} = v_{\text{т}}\boldsymbol{\zeta}. \tag{20.3.25}$$

Это уравнение совпадает по форме с уравнением (20.3.10) при $U = 0$. Поэтому и соответствующие скалярные уравнения будут иметь тот же вид, что и в случае самонаводящейся ракеты.

Для вывода скалярных кинематических уравнений движения телеуправляемой ракеты выберем следующую прямоугольную декартову систему координат $K\xi\eta_1\eta_2$: ось $K\xi$ направим по теоретическому направлению вектора дальности ракеты $\boldsymbol{D}_{\text{рт}}$, а оси $K\eta_1$ и $K\eta_2$ возьмем в плоскости, перпендикулярной вектору $\boldsymbol{D}_{\text{рт}}$, так, чтобы получить правую систему координат. Тогда, обозначая через ω_ξ, ω_1, ω_2 составляющие вектора угловой скорости $\omega_{D\text{рт}}$ системы координат $K\xi\eta_1\eta_2$ по осям $K\xi$, $K\eta_1$ и $K\eta_2$, получим совершенно так же, как в случае самонаводящейся ракеты, линеаризованную систему кинематических уравнений

$$\left.\begin{aligned} \dot{\eta}_1 &= \omega_\xi\eta_2 - \omega_2\xi + v_{11}\zeta_1 + v_{12}\zeta_2, \\ \dot{\eta}_2 &= -\omega_\xi\eta_1 + \omega_1\xi + v_{21}\zeta_1 + v_{22}\zeta_2, \\ \dot{\xi} &= \omega_2\eta_1 - \omega_1\eta_2 + v_{31}\zeta_1 + v_{32}\zeta_2, \end{aligned}\right\} \tag{20.3.26}$$

где коэффициенты v_{11}, v_{12}, v_{21}, v_{22} определяются формулами (20.3.13), а для коэффициентов v_{31} и v_{32} получим формулы

$$v_{31} = v_{\text{т}}(\boldsymbol{y}_{\text{т}}^0 \boldsymbol{D}^0_{\text{рт}}), \quad v_{32} = v_{\text{т}}(\boldsymbol{z}_{\text{т}}^0 \boldsymbol{D}^0_{\text{рт}}). \qquad (20.3.27)$$

В случае ракеты, стабилизированной по крену, выбирая за плоскость $x_g z_g$ земной системы координат $Kx_g y_g z_g$ плоскость, параллельно которой стабилизируется ось Pz_1 ракеты (рис. 20.3.2), получим для коэффициентов v_{11}, v_{12}, v_{21}, v_{22}, v_{31}, v_{32} и величин ω_1, ω_2, ω_ξ те же формулы (20.3.15) и (20.3.16) с той только разницей, что вместо углов $\nu_{\text{т}}$, $\varepsilon_{\text{т}}$ в них будут $\nu_{\text{рт}}$, $\varepsilon_{\text{рт}}$ (рис. 20.3.2).

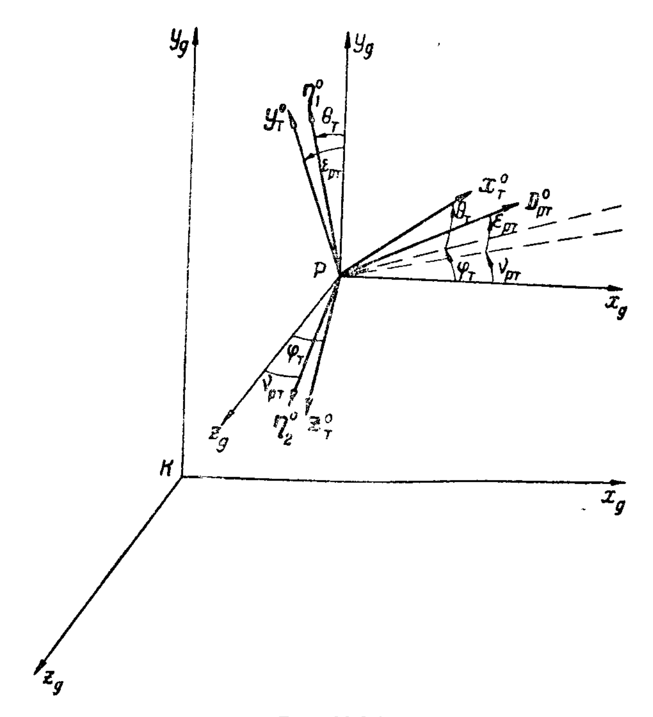


Рис. 20.3.2

В случае наведения ракеты, стабилизированной по крену, с командного пункта, движущегося с малой скоростью (или неподвижного), методом угла упреждения, угол между вектором скорости ракеты $\boldsymbol{v}$ и вектором дальности $\boldsymbol{D}_{\text{р}}$ мал (как в теоретическом, так и в действительном движении). В этом случае, если взять ось $K\eta_2$ в плоскости $Kx_g y_g$, то ось $K\eta_2$ будет составлять малый угол с осью $Pz_{\text{т}}$, а ось $K\eta_1$ будет составлять малый угол с осью $Py_{\text{т}}$. Вследствие этого скалярные произведения $(\boldsymbol{z}_{\text{т}}^0 \eta_1^0)$, $(\boldsymbol{y}_{\text{т}}^0 \eta_2^0)$, $(\boldsymbol{z}_{\text{т}}^0 \boldsymbol{D}^0_{\text{рт}})$, $(\boldsymbol{y}_{\text{т}}^0 \boldsymbol{D}^0_{\text{рт}})$ будут малыми так же.

как и составляющие угловой скорости ω_ξ, ω_1, ω_2 системы координат $K\xi\eta_1\eta_2$. Поэтому в уравнениях (20.3.26) в данном случае можно пренебречь членами с коэффициентами ω_1, ω_2, ω_ξ, v_{12}, v_{21}, v_{31}, v_{32}.

Тогда первые два уравнения (20.3.26) примут вид:

$$\dot{\eta}_1 = v_{11}\zeta_1, \tag{20.3.28}$$

$$\dot{\eta}_2 = v_{22}\zeta_2, \tag{20.3.29}$$

а третье уравнение (20.3.26) даст $\xi \equiv 0$, что подтверждает возможность пренебречь вариацией вектора дальности ракеты, отмеченную в § 20.1.

Для исследования влияния непредвиденного маневрирования цели на точность наведения телеуправляемых ракет необходимо еще вывести кинематические уравнения движения цели в вариациях. Для этого рассмотрим кинематическое уравнение движения цели, которое, очевидно, имеет такой же вид, как и кинематическое уравнение движения ракеты. Напишем это уравнение для действительного движения цели

$$\frac{\tilde{d}\boldsymbol{D}_\text{ц}}{dt} + \boldsymbol{\omega}_\text{к} \times \boldsymbol{D}_\text{ц} = \boldsymbol{V}_\text{ц} - \boldsymbol{v}_\text{к} \tag{20.3.30}$$

и для теоретического движения цели

$$\frac{\tilde{d}\boldsymbol{D}_\text{цт}}{dt} + \boldsymbol{\omega}_\text{к} \times \boldsymbol{D}_\text{ц} = \boldsymbol{v}_\text{цт} - \boldsymbol{v}_\text{к}. \tag{20.3.31}$$

Вычитая уравнение (20.3.31) из (20.3.30), принимая во внимание (20.3.9) и полагая

$$\delta\boldsymbol{D}_\text{ц} = \boldsymbol{D}_\text{ц} - \boldsymbol{D}_\text{цт} = \boldsymbol{D}^0_\text{цт}\,\Xi_\text{ц} + \mathbf{H}_\text{ц}, \tag{20.3.32}$$

получим векторное кинематическое уравнение движения цели в вариациях

$$\boldsymbol{D}^0_\text{цт}\,\dot{\Xi}_\text{ц} + \left(\frac{\tilde{d}\boldsymbol{D}^0_\text{цт}}{dt} + \boldsymbol{\omega}_\text{к} \times \boldsymbol{D}^0_\text{цт}\right)\Xi_\text{ц} + \frac{\tilde{d}\mathbf{H}_\text{ц}}{dt} + \boldsymbol{\omega}_\text{к} \times \mathbf{H}_\text{ц} = \boldsymbol{v}. \tag{20.3.33}$$

Для получения скалярных кинематических уравнений движения цели в вариациях возьмем прямоугольную систему координат $K\xi_\text{ц}\eta_{1\text{ц}}\eta_{2\text{ц}}$, ось которой $K\xi_\text{ц}$ направим по теоретическому направлению вектора дальности цели $\boldsymbol{D}_\text{цт}$, а оси $K\eta_{1\text{ц}}$ и $K\eta_{2\text{ц}}$ выберем в плоскости, перпендикулярной вектору $\boldsymbol{D}_\text{цт}$ так, чтобы система координат $K\xi_\text{ц}\eta_{1\text{ц}}\eta_{2\text{ц}}$ была правой. Тогда, обозначая проекции угловой скорости системы координат $K\xi_\text{ц}\eta_{1\text{ц}}\eta_{2\text{ц}}$ на оси $\xi_\text{ц}$, $\eta_{1\text{ц}}$, $\eta_{2\text{ц}}$ соответственно через $\omega_{\xi\text{ц}}$, $\omega_{1\text{ц}}$, $\omega_{2\text{ц}}$, получим скалярные кинематические уравнения движения цели в вариациях

$$\begin{aligned}\dot{\rm H}_{1ц} &= \omega_{\xi ц} {\rm H}_{2ц} - \omega_{2ц} \Xi_ц + U_1, \\ \dot{\rm H}_{2ц} &= - \omega_{\xi ц} {\rm H}_{1ц} + \omega_{1ц} \Xi_ц + U_2, \\ \dot{\Xi}_ц &= \omega_{2ц} {\rm H}_{1ц} - \omega_{1ц} {\rm H}_{2ц} + U_\xi. \end{aligned} \qquad (20.3.34)$$

Определив направление вектора дальности цели углами $\nu_ц$, $\varepsilon_ц$ в той же сферической системе координат, в которой определяется направление вектора дальности ракеты, получим для $\omega_{1ц}$, $\omega_{2ц}$, $\omega_{\xi ц}$ формулы, аналогичные (20.3.16):

$$\omega_{1ц} = \dot{\nu}_{цт} \cos \varepsilon_{цт}, \quad \omega_{2ц} + \dot{\varepsilon}_{цт}, \quad \omega_{\xi ц} = \dot{\nu}_{цт} \sin \varepsilon_{цт}. \qquad (20.3.35)$$

Все возможные маневры цели после пуска ракеты можно рассматривать как возможные реализации случайного отклонения закона движения цели от теоретического. Поэтому величины U_1, U_2, U_ξ (составляющие вариации вектора скорости цели) следует рассматривать как случайные функции времени. При этом и величины ${\rm H}_{1ц}$, ${\rm H}_{2ц}$ и Ξ, определяемые уравнениями (20.3.34), будут случайными функциями времени. Так как уравнения (20.3.34) линейны, то их можно рассматривать как дифференциальные уравнения, описывающие поведение линейной системы с тремя входными сигналами U_1, U_2, U_ξ и тремя выходными сигналами ${\rm H}_{1ц}$, ${\rm H}_{2ц}$, $\Xi_ц$. Следовательно, применяя теорию точности линейных систем, можно определить математические ожидания, корреляционные и взаимные корреляционные функции случайных функций ${\rm H}_{1ц}$, ${\rm H}_{2ц}$, $\Xi_ц$ по известным математическим ожиданиям, корреляционным и взаимным корреляционным функциям случайных функций U_1, U_2, U_ξ (см. [1], гл. 7).

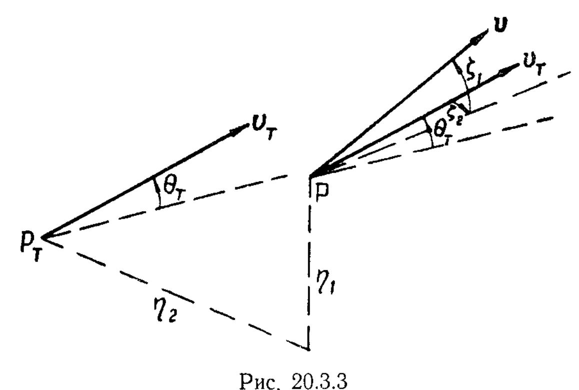


Рис. 20.3.3

Поэтому мы везде в дальнейшем будем считать, что ${\rm H}_{1ц}$, ${\rm H}_{2ц}$ и $\Xi_ц$ являются случайными функциями времени, для которых известны математические ожидания, корреляционные и взаимные корреляционные функции.

В случае автономно управляемой ракеты за теоретическое движение всегда целесообразно выбирать движение точно по за-

данной траектории. Тогда, обозначая отклонение ракеты от заданной траектории по высоте через η_1 ($\eta_1 > 0$, когда высота полета ракеты превышает заданную), а горизонтальное отклонение по перпендикуляру к заданной траектории через η_2 ($\eta_2 > 0$ при отклонении ракеты от заданной траектории вправо), получим следующие кинематические уравнения движения ракеты в вариациях (рис. 20.3.3):

$$\dot{\eta}_1 = v_т \zeta_1, \quad \dot{\eta}_2 = v_т \zeta_2. \tag{20.3.36}$$

При этом мы по-прежнему пренебрегаем вариацией скорости ракеты.

§ 20.4. ЛИНЕАРИЗАЦИЯ ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ

Ввиду того, что закон управления обычно формируется одинаково для всех каналов управления, мы рассмотрим для простоты линеаризацию закона управления для одного канала управления, предполагая, что в выражение закона управления для этого канала входит только один параметр управления, и отбрасывая для простоты записи индексы, указывающие канал управления.

В гл. 15 мы видели, что в общем случае закон управления без учета случайных ошибок измерений и помех выражается уравнениями вида

$$\delta_{t+\tau} = \varphi(u_t), \tag{20.4.1}$$

$$u = F(\phi(\Delta') + \psi_1(w_1') + \psi_2(w_2') + \cdots), \tag{20.4.2}$$

$$\Delta' = M(p)\Delta_и + \Delta_0, \quad w_i' = L_i(p) w_{iи}, \tag{20.4.3}$$

где $M(p)$, $L_i(p)$ — линейные операторы вида

$$M(p) = k\frac{1+\tau p}{1+Tp}, \quad L_\nu(p) = l_\nu \frac{1+\sigma_\nu p}{1+S_\nu p} \quad (\nu = 1, 2, \ldots) \tag{20.4.4}$$

или более общего вида

$$M(p) = \sum_h k_h \frac{1+\tau_h p}{1+T_h p}, \quad L_\nu(p) = \sum_h l_\nu^{(h)} \frac{1+\sigma_\nu^{(h)} p}{1+S_\nu^{(h)} p}, \tag{20.4.5}$$

вводимые в закон управления для осуществления дифференцирования, интегрирования и сглаживания сигналов измерителей; $\Delta_и$ — измеренное значение параметра управления; $w_{iи}$ — измеренное значение соответствующей измеряемой величины w_i; F, φ, ψ_i — некоторые функции, в общем случае нелинейные вследствие ограничений сигналов, выдаваемых дифференцирующими, сглаживающими, интегрирующими и суммирующими устройствами. Индексы t, $t+\tau$ у переменных показывают моменты времени, к которым относятся входящие в уравнения зна-

чения переменных. Функция φ является характеристикой рулевой машины и всегда имеет ярко выраженный нелинейный характер. В § 15.2—15.4 показаны возможные виды функции φ.

Измеренные значения параметра управления Δ и других измеряемых системой управления величин связаны с истинными значениями этих величин уравнениями вида

$$\Delta_{\text{и}} = f(w_{1\text{и}},\ w_{2\text{и}},\ \ldots), \quad w_{i\text{и}} = Z_i(p)\,w_i, \tag{20.4.6}$$

где $Z_1(p)$, $Z_2(p), \ldots$ — некоторые линейные операторы, характеризующие динамические свойства измерительных элементов системы управления. В частном случае параметр управления Δ может быть непосредственно измеряемой величиной. В этом случае, нумеруя измеряемые величины так, чтобы было $\Delta = w_1$, будем иметь в (20.4.6) $f(w_1, w_2, \ldots)$.

Мы видим, что закон управления в общей форме практически всегда содержит некоторое количество существенно нелинейных функций. Поэтому непосредственная линеаризация закона управления, строго говоря, невозможна. Для осуществления линеаризации закона управления необходимо принять ряд допущений.

Основное допущение, на котором основывается линеаризация закона управления, состоит в том, что рулевая машина считается достаточно быстродействующей для того, чтобы отклонение руля δ хорошо «следило» за соответствующим вырабатываемой команде u значением с учетом входящих в нее случайных возмущений. Очевидно, что это допущение предполагает также, что случайные возмущения, входящие в команду u, изменяются достаточно медленно, чтобы рулевая машина успевала их отрабатывать. В применении к обычным аэродинамическим рулям принятое допущение означает, что скорость рулевой машины достаточно велика, чтобы она успевала отрабатывать команду вместе с входящими в нее случайными возмущениями, как бы быстро они не изменялись. В применении к интерцепторам и к виброрулям принятое допущение означает, что период колебаний интерцепторов или виброрулей настолько мал, что в течение нескольких периодов коэффициент команды остается приблизительно постоянным, несмотря на входящие в него случайные возмущения.

Второе допущение, которое необходимо принять для линеаризации закона управления, состоит в том, что все величины, входящие в закон управления, изменяются в пределах линейных частей соответствующих характеристик, а отклонение руля не достигает предельных значений. При этом предполагается также, что случайные флуктуации всех входящих в закон управления величин достаточно редко достигают значений, выходящих из зоны линейности соответствующих характеристик, чтобы этими большими флуктуациями можно было пренебречь.

Принимая сформулированные два допущения, можно считать все функции в уравнении (20.4.2) линейными, а уравнение (20.4.1) заменить приближенным уравнением $u=0$. Тогда уравнения (20.4.1), (20.4.2) и (20.4.3) заменятся приближенным уравнением

$$u = M(p)\Delta_{и} + L_1(p)w_{1и} + L_2(p)w_{2и} + \cdots = 0. \qquad (20.4.7)$$

Это уравнение линейно относительно измеренного значения параметра управления $\Delta_{и}$ и выдаваемых системой управления значений других измеряемых величин $w_{iи}$. Если параметр управления Δ и все измеряемые системой управления величины w_i являются линейными функциями параметров, определяющих положение и движение ракеты, то функция f в уравнениях (20.4.6) линейна, и уравнения (20.4.6) и (20.4.7) представляют собой линеаризованный закон управления без учета запаздывания рулевого привода. Если параметр управления Δ или некоторые из измеряемых величин w_i являются нелинейными функциями параметров, определяющих положение и движение ракеты, то эти функции необходимо линеаризовать относительно вариаций соответствующих параметров. Тогда уравнения (20.4.6) и (20.4.7) совместно с линеаризованными зависимостями параметра управления и других измеряемых величин от параметров, определяющих положение и движение снаряда, будут представлять собой линеаризованный закон управления без учета запаздывания рулевой машины.

Чтобы приближенно учесть запаздывание рулевой машины, можно в уравнении (20.4.1) заменить характеристику рулевой машины — функцию φ — линейной функцией. Это можно сделать, если функция φ имеет линейный участок, причем максимальная скорость рулевой машины достаточно велика, для того, чтобы она достигалась редко. Если характеристика рулевой машины не имеет линейного участка, например, в случае рулевой машины постоянной скорости, замена функции φ линейной функцией будет только приближенно отражать запаздывание рулевой машины и реального физического смысла иметь не будет.

Заменяя функцию φ в уравнении (20.4.1) линейной функцией и считая все функции в уравнении (20.4.2) линейными, получим вместо уравнений (20.4.1), (20.4.2) и (20.4.3) уравнения

$$\dot{\delta}_{t+\tau} = \frac{u_t}{T},\quad u = M(p)\Delta_{и} + L_1(p)w_{1и} + L_2(p)w_{2и} + \cdots, \qquad (20.4.8)$$

где T — некоторый коэффициент, который, очевидно, имеет размерность времени, т. е. является некоторой постоянной времени. Первое уравнение (20.4.8) является линейным дифференциальным уравнением первого порядка с запаздывающим аргументом.

Уравнения (20.4.8) и (20.4.6) с линеаризованной функцией f

представляют собой линеаризованную форму закона управления с приближенным учетом запаздывания рулевой машины.

Исключая из уравнений (20.4.8) и (20.4.6) величины, получим линеаризованный закон управления в виде

$$T\dot{\delta}_{t+\tau} = M_1(p)\Delta_{\text{и}t} + L_1(p)Z_1(p)w_{1t} + L_2(p)Z_2(p)w_{2t} + \cdots \tag{20.4.9}$$

Очевидно, что уравнение (20.4.7) получается из (20.4.9) как частный случай при $T = 0$. Поэтому в дальнейшем мы будем принимать линеаризованный закон управления в общей форме (20.4.9). Член $T\dot{\delta}_{t+\tau}$ в нем выражает запаздывание рулевой машины и при допущении, что она является достаточно быстродействующей, должен быть малым по сравнению с максимальным значением отклонения руля δ

Уравнение (20.4.9) может быть записано также в форме обычного дифференциального уравнения без запаздывающего аргумента, но только при этом оно будет иметь бесконечный порядок.

Действительно, согласно формуле Тейлора,

$$\delta_{t+\tau} = \delta_t + \tau\dot{\delta}_t + \cdots + \frac{\tau^n \delta^{(n)}}{n!} + \cdots \tag{20.4.10}$$

Это равенство можно записать в операторной форме:

$$\delta_{t+\tau} = \delta_t + \tau p\delta_t + \cdots + \frac{\tau^n p^n \delta_t}{n!} + \cdots \tag{20.4.11}$$

Выносся формально δ_t за скобки, получим

$$\delta_{t+\tau} = \left(1 + \tau p + \cdots + \frac{\tau^n p^n}{n!} + \cdots\right)\delta_t. \tag{20.4.12}$$

Но ряд, стоящий в скобках, представляет собой разложение в степенной ряд функции $e^{\tau D}$. Поэтому формально этот ряд может быть заменен показательной функцией оператора дифференцирования p. Тогда формула (20.4.12) примет вид:

$$\delta_{t+\tau} = e^{\tau p}\delta_t. \tag{20.4.13}$$

Дифференцируя эту формулу, получим

$$\dot{\delta}_{t+\tau} = pe^{\tau p}\delta_t. \tag{20.4.14}$$

Подставляя выражение (20.4.14) в (20.4.9) и опуская ненужный теперь индекс t у переменных, будем иметь

$$Tpe^{\tau p}\delta = M(p)\Delta_{\text{и}} + L_1(p)Z_1(p)w_1 + \cdots \tag{20.4.15}$$

В правую часть этого уравнения могут входить некоторые измеряемые величины, зависящие от отклонения руля δ. Это бу-

дет иметь место в случае наличия в рулевой машине обратных связей по углу или по скорости отклонения руля или по шарнирному моменту руля.

В случае жесткой обратной связи в рулевой машине можно положить, например, $w_n = \delta$, $L_n(p)Z_n(p) \equiv -1$ и тогда, перенося зависящий от δ член в левую часть уравнения (20.4.15), представим его в виде

$$(Tpe^{\tau p} + 1)\delta = M(p)\Delta_и + \cdots \tag{20.4.16}$$

Разделив это уравнение формально на коэффициент при δ и вводя новые линейные операторы

$$N(p) = \frac{M(p)}{1 + Tpe^{\tau p}}, \quad Q_\nu(p) = \frac{L_\nu(p)Z_\nu(p)}{1 + Tpe^{\tau p}} \quad (\nu = 1, 2 \ldots), \tag{20.4.17}$$

получим линеаризованный закон управления в операторной форме

$$\delta = N(p)\Delta_и + Q_1(p)w_1 + Q_2(p)w_2 + \cdots \tag{20.4.18}$$

В случае наличия в рулевой машине как жесткой, так и гибкой обратной связи, полагая $w_n = \delta$ и перенося зависящий от δ член в левую часть уравнения (20.4.15), представим его в виде

$$[Tpe^{\tau p} - L_n(p)Z_n(p)]\delta = M(p)\Delta_и + \cdots \tag{20.4.19}$$

Разделив это уравнение формально на коэффициент при δ и вводя новые операторы

$$N(p) = \frac{M(p)}{Tpe^{\tau p} - L_n(p)Z_n(p)}, \quad Q_\nu(p) = \frac{L_\nu(p)Z_\nu(p)}{Tpe^{\tau p} - L_n(p)Z_n(p)}, \quad (\nu = 1, 2, \ldots) \tag{20.4.20}$$

снова получим линеаризованный закон управления в виде уравнения (20.4.18).

В случае наличия в рулевой машине обратной связи по шарнирному моменту руля, положим $w_n = M_ш$. Тогда, принимая для шарнирного момента руля приближенную линейную зависимость от α и δ (15.2.3) и (15.2.4), полагая для краткости

$$\varkappa = m_ш^\delta S_р l_р q_т, \tag{20.4.21}$$

перенося зависящий от δ член в левую часть уравнения (20.4.18) и вводя новые операторы

$$N(p) = \frac{M(p)}{Tpe^{\tau p} - L_n(p)Z_n(p)\varkappa}, \quad Q_\nu(p) = \frac{L_\nu(p)Z_\nu(p)}{Tpe^{\tau p} - L_n(p)Z_n(p)\varkappa}, \tag{20.4.22}$$

также приведем линеаризованный закон управления к форме (20.4.18).

Наконец, в случае отсутствия обратных связей в рулевой машине, линеаризованный закон управления можно привести к форме (20.4.18), полагая

$$N(p)=\frac{M(p)}{Tpe^{\tau p}}, \quad Q_\nu(p)=\frac{L_\nu(p)z_\nu(p)}{Tpe^{\tau p}}. \tag{20.4.23}$$

Таким образом, линеаризованный закон управления в самой общей форме может быть записан в виде уравнения (20.4.18).

Если коэффициенты линейных операторов $M(p), L_\nu(p)$ являются функциями времени, то операторы $M(p)$, $L_\nu(p), N(p)$ и $Q_\nu(p)$ следует заменить соответственно операторами $M(t, p)$, $L_\nu(t, p)$, $N(t, p)$ и $Q_\nu(t, p)$.

Заметим теперь, что изложенные способы линеаризации нелинейностей в законе управления применимы только в случае сравнительно малых флуктуаций управляющих сигналов, когда входные сигналы нелинейных звеньев содержат шумы сравнительно малого уровня. При высоком уровне помех, когда уровень шумов во входных сигналах нелинейных звеньев высок, что обычно всегда бывает при использовании радиолокационных координаторов в системе управления, особенно в случае организованного радиопротиводействия со стороны противника, описанная выше примитивная линеаризация существенных нелинейностей в законе управления становится неудовлетворительной. Поэтому линеаризацию существенных нелинейностей в законе управления целесообразно производить методом статистической линеаризации (см. [1], § 8.5).

Для применения метода статистической линеаризации заметим, что основными существенными нелинейностями в законе управления являются, как читатель, наверное, сам уже заметил, скоростная характеристика рулевой машины, т. е. функция φ в предыдущих формулах, и ограничение отклонения руля. Поэтому в первую очередь мы займемся статистической линеаризацией именно этих нелинейностей.

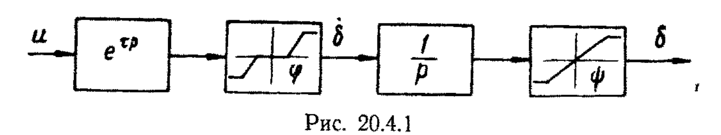


Рис. 20.4.1

Обратимся к структурной схеме рулевой машины (рис. 20.4.1, § 15.2.—15.4). Обозначим статистические коэффициенты усиления нелинейных звеньев на схеме рис. 20.4.1 по полезному сигналу соответственно через k_0^φ, k_0^ψ, а статистические коэффициенты усиления этих звеньев по помехам через k_1^φ, k_1^ψ. Согласно общей теории статистической линеаризации, коэффициен-

ты k_0^φ и k_1^φ зависят от математического ожидания в дисперсии входного сигнала этого звена, т. е. запаздывающего управляющего сигнала $u(t-\tau)$. Коэффициенты же k_0^ψ и k_1^ψ зависят от математического ожидания и дисперсии вырабатываемого рулевой машиной отклонения руля без учета его ограничения $\delta_з$ (т. е. фиктивного отклонения руля, которое рулевая машина вырабатывала бы при данном управляющем сигнале в случае, если бы не было ограничения отклонений руля).

Выполняя статистическую линеаризацию скоростной характеристики рулевой машины, мы должны будем вместо первого уравнения (20.4.8) написать уравнение

$$\dot{\delta}_{t+\tau} = k_0^\varphi u_t \tag{20.4.24}$$

для полезного сигнала и уравнение

$$\dot{\delta}_{t+\tau} = k_1^\varphi u_t \tag{20.4.25}$$

для флуктуаций. Это равноценно замене величины T величиной $1/k_0^\varphi$ для полезного сигнала и величиной $1/k_1^\varphi$ для флуктуаций. При такой замене уравнение (20.4.18) определит вырабатываемое рулевой машиной отклонение руля без учета его ограничения, т. е. $\delta_з$.

Выполняя статистическую линеаризацию ограничения отклонения руля, получим приближенную линеаризованную зависимость фактического отклонения руля δ от вырабатываемого рулевой машиной значения $\delta_з$ без учета ограничения

$$\delta = k_0^\psi \delta_з \tag{20.4.26}$$

для полезного сигнала и

$$\delta = k_1^\psi \delta_з \tag{20.4.27}$$

для флюктуаций.

В результате мы снова получим линеаризованный закон управления в форме (20.4.18), где операторы $N(p)$ и $Q_\nu(p)$ определяются формулами

$$\left.\begin{aligned} N(p) &= \frac{k_0^\psi k_0^\varphi M(p)}{pe^{\tau p} - \varkappa k_0^\varphi L_n(p) Z_n(p)}, \\ Q_\nu(p) &= \frac{k_0^\psi k_0^\varphi L_\nu(p) Z_\nu(p)}{pe^{\tau p} - \varkappa k_0^\varphi L_n(p) Z_n(p)} \quad (\nu = 1, 2, \ldots) \end{aligned}\right\} \tag{20.4.28}$$

для полезного сигнала и формулами

$$\left.\begin{aligned} N(p) &= \frac{k_1^\psi k_1^\varphi M(p)}{pe^{\tau p} - \varkappa k_1^\varphi L_n(p) Z_n(p)}, \\ Q_\nu(p) &= \frac{k_1^\psi k_1^\varphi L_\nu(p) Z_\nu(p)}{pe^{\tau p} - \varkappa k_1^\varphi L_n(p) Z_n(p)} \quad (\nu = 1, 2, \ldots). \end{aligned}\right\} \tag{20.4.29}$$

для флуктуаций. Формулы (20.4.28) и (20.4.29) определяют операторы $N(p)$ и $Q_\nu(p)$ в общем случае, при произвольной обратной связи в рулевой машине. При этом, в случае обратной связи по отклонению руля $\varkappa = 1$, в случае обратной связи по шарнирному моменту $\varkappa$ определяется формулой (20.4.21), а в случае отсутствия обратной связи $\varkappa = 0$.

Как и всегда при применении метода статистической линеаризации, коэффициенты k_0^φ, k_1^φ, k_0^ψ, k_1^ψ остаются неизвестными, пока не произведен расчет точности наведения, и определяются в процессе расчета точности наведения (см. [1], § 11.1 и 11.2).

Перейдем к конкретизации линеаризованного закона управления для рассмотренных в гл. 3 и 7 методов наведения.

Легко видеть, что в случае, когда связь накладывается только на вектор дальности (например, в случае самонаведения ракеты методом параллельного сближения) или на вектор дальности ракеты (например, в случае наведения телеуправляемой ракеты трехточечным методом или методом угла упреждения), параметры управления зависят только от отклонения ракеты от теоретической траектории, т. е. только от η_1 и η_2. В случае связи, накладываемой на вектор скорости ракеты (например, в случае телеуправления методом наведения вектора скорости или траектории ракеты в упрежденную точку), параметры управления зависят не только от отклонения ракеты от теоретической траектории, но и от отклонения вектора скорости ракеты от теоретического направления, т. е. от величин η_1, η_2, ζ_1, ζ_2. Наконец, в случае связи, накладываемой на ось ракеты (например, в случае самонаведения методом прямого наведения), параметры управления зависят еще от углов атаки и скольжения, т. е. от величин η_1, η_2, ζ_1, ζ_2, α и β. От тех же величин в общем случае зависят и параметры управления при автономном управлении.

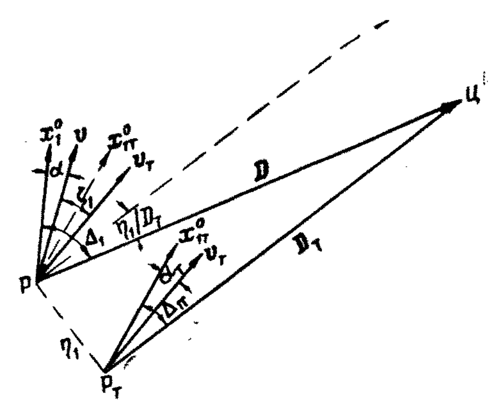


Рис. 20.4.2

Во всех перечисленных случаях выражения параметров управления линеаризуются относительно вариаций элементов движения ракеты чрезвычайно просто. Для этого достаточно написать приближенные выражения параметров управления, считая углы отклонения всех векторов от их теоретических направлений малыми.

Применяя изложенный общий метод, получим следующие линеаризованные выражения параметров управления для метода прямого наведения (рис. 20.4.2, на котором изображены проекции векторов на плоскость, образованную теоретическим вектором дальности $\boldsymbol{D}_т$ и единичным вектором $\boldsymbol{\eta}_1^0$ предыдущего параграфа; совершенно аналогичный чертеж получится в плоскости, образованной теоретическим вектором дальности $\boldsymbol{D}_т$ и единичным вектором $\boldsymbol{\eta}_2^0$):

$$\left.\begin{aligned} \Delta_1 &= \Delta_{1т} + \frac{\eta_1}{D_т} + \zeta_1 + \alpha - \alpha_т, \\ \Delta_2 &= \Delta_{2т} + \frac{\eta_2}{D_т} + \zeta_2 + \beta - \beta_т. \end{aligned}\right\} \quad (20.4.30)$$

Аналогично для метода параллельного сближения по фиксированному направлению ξ^0 получим (рис. 20.4.3):

$$\Delta_1 = \Delta_{1т} + \frac{\eta_1}{D_т}, \quad \Delta_2 = \Delta_{2т} + \frac{\eta_2}{D_т}. \quad (20.4.31)$$

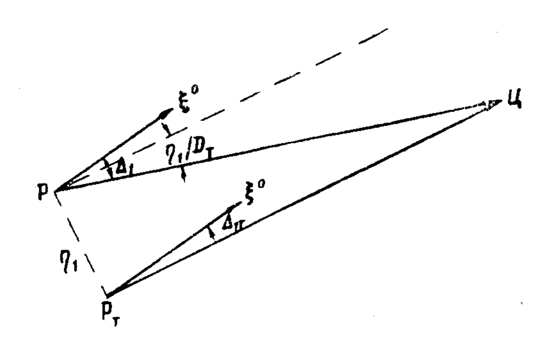


Рис. 20.4.3

Чтобы вывести линеаризованные выражения параметров управления для метода пропорциональной навигации, когда параметрами управления служат угловые скорости вектора дальности в проекции на соответствующие плоскости, воспользуемся формулами (3.2.10), согласно которым

$$\Delta_1 = -\dot{\boldsymbol{D}}^0 \boldsymbol{\eta}_1^0, \quad \Delta_2 = -\dot{\boldsymbol{D}}^0 \boldsymbol{\eta}_2^0. \quad (20.4.32)$$

Предварительно найдем выражение производной $\dot{\boldsymbol{D}}^0$, пользуясь формулами (20.3.7) и (20.3.8). В результате, считая вариацию

вектора дальности $\boldsymbol{D}_{\text{т}}^0 \xi + \boldsymbol{\eta}$ малой величиной и пренебрегая малыми второго порядка, получим

$$\boldsymbol{D}^0 = \frac{\boldsymbol{D}}{D} = \frac{\boldsymbol{D}_{\text{т}}^0 (D_{\text{т}} - \xi) - \boldsymbol{\eta}}{D_{\text{т}} - \xi} = \boldsymbol{D}_{\text{т}}^0 - \frac{\boldsymbol{\eta}}{D_{\text{т}} - \xi} \approx \boldsymbol{D}_{\text{т}}^0 - \frac{\boldsymbol{\eta}}{D_{\text{т}}} . \tag{20.4.33}$$

Дифференцируя эту формулу, находим

$$\dot{\boldsymbol{D}}^0 = \dot{\boldsymbol{D}}_{\text{т}}^0 + \frac{\dot{D}_{\text{т}}}{D_{\text{т}}^2} \boldsymbol{\eta} - \frac{\dot{\boldsymbol{\eta}}}{D_{\text{т}}} = \dot{\boldsymbol{D}}_{\text{т}}^0 + \frac{\dot{D}_{\text{т}}}{D_{\text{т}}^2} \boldsymbol{\eta} - \frac{1}{D_{\text{т}}} \left(\frac{\tilde{d} \boldsymbol{\eta}}{dt} + \boldsymbol{\omega}_{\text{к}} \times \boldsymbol{\eta} \right). \tag{20.4.34}$$

Подставляя это выражение в формулы (20.4.32), принимая во внимание, что

$$- \boldsymbol{D}_{\text{т}}^0 \boldsymbol{\eta}_1^0 = \Delta_{1\text{т}}, \qquad - \dot{\boldsymbol{D}}_{\text{т}}^0 \boldsymbol{\eta}_2^0 = \Delta_{2\text{т}} ,$$

и пользуясь таблицей проекций векторов предыдущего параграфа, получим

$$\left. \begin{aligned} \Delta_1 &= \Delta_{1\text{т}} - \frac{\dot{D}_{\text{т}}}{D_{\text{т}}^2} \eta_1 + \frac{\dot{\eta}_1}{D_{\text{т}}} - \frac{\omega_\xi}{D_{\text{т}}} \eta_2 , \\ \Delta_2 &= \Delta_{2\text{т}} - \frac{\dot{D}_{\text{т}}}{D_{\text{т}}^2} \eta_2 + \frac{\dot{\eta}_2}{D_{\text{т}}} + \frac{\omega_\xi}{D_{\text{т}}} \eta_1 . \end{aligned} \right\} \tag{20.4.35}$$

Последними слагаемыми здесь обычно можно пренебрегать, так как составляющая ω_ξ угловой скорости системы координат $P\xi\eta_1\eta_2$, как правило, очень мала. Тогда формулы (20.4.35) заменяются формулами

$$\left. \begin{aligned} \Delta_1 &= \Delta_{1\text{т}} - \frac{\dot{D}_{\text{т}}}{D_{\text{т}}^2} \eta_1 + \frac{\dot{\eta}_1}{D_{\text{т}}} , \\ \Delta_2 &= \Delta_{2\text{т}} - \frac{\dot{D}_{\text{т}}}{D_{\text{т}}^2} \eta_2 + \frac{\dot{\eta}_2}{D_{\text{т}}} . \end{aligned} \right\} \tag{20.4.36}$$

Для получения линеаризованных выражений параметров управления для телеуправляемых ракет рассмотрим сначала метод наведения с углом упреждения. Считая угол между программным направлением вектора дальности ракеты для истинного движения цели $\boldsymbol{D}_{\text{рп}}^0$ и программным направлением вектора дальности ракеты для теоретического движения цели $\boldsymbol{D}_{\text{рп т}}^0$, а углы отклонения векторов $\boldsymbol{D}_{\text{р}}$ и $\boldsymbol{D}_{\text{рт}}$ от соответствующих программных направлений малыми, получим (рис. 20.4.4)

$$\Delta_1 = \Delta_{1\text{т}} + \frac{\eta_1}{D_{\text{рт}}} - \chi_1 , \qquad \Delta_2 = \Delta_{2\text{т}} + \frac{\eta_2}{D_{\text{рт}}} - \chi_2 , \tag{20.4.37}$$

где χ_1 и χ_2 — углы, определяющие изменение программного направления вектора дальности ракеты в соответствующих плоскостях, вызванное отклонением истинного движения цели от расчетного теоретического.

Очевидно, что для трехточечного метода наведения углы χ_1 и χ_2 представляют собой углы между истинным вектором дальности цели $\boldsymbol{D}_{ц}$ и теоретическим $\boldsymbol{D}_{цт}$, которые легко выражаются через линейные отклонения $\mathrm{H}_{1ц}$, $\mathrm{H}_{2ц}$ цели от ее теоретического вектора дальности $\boldsymbol{D}_{цт}$ в плоскости, перпендикулярной к вектору $\boldsymbol{D}_{цт}$:

$$\chi_1 = \frac{\mathrm{H}_{1ц}}{D_{цт}}, \quad \chi_2 = \frac{\mathrm{H}_{2ц}}{D_{цт}}. \qquad (20.4.38)$$

Для метода наведения с произвольным углом упреждения каждый из углов χ_1, χ_2 будет представлять собой сумму угла отклонения вектора дальности цели от теоретического направления в соответствующей плоскости и изменения (вариации) угла упреждения за счет отклонения движения цели и ракеты от теоретического.

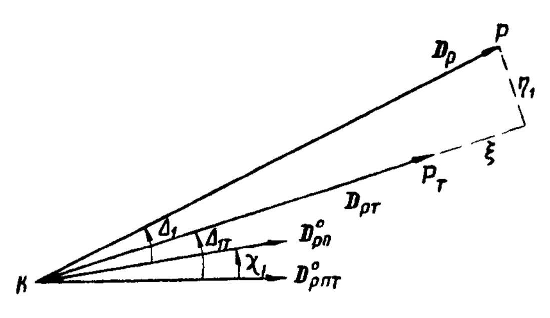


Рис. 20.4.4

В случае углов упреждения, пропорциональных разности дальностей с постоянными коэффициентами пропорциональности (в общем случае различными для двух каналов наведения), вариации углов упреждения будут равны:

$$c_1(\Xi_{ц} - \xi), \quad c_2(\Xi_{ц} - \xi),$$

где c_1 и c_2 — соответствующие постоянные коэффициенты пропорциональности.

В результате углы χ_1 и χ_2 для метода наведения с углами упреждения, пропорциональными разности дальностей цели и ракеты с постоянными коэффициентами пропорциональности, выразятся формулами:

$$\chi_1 = \frac{\mathrm{H}_{1ц}}{D_{цт}} + c_1(\Xi_{ц} - \xi), \quad \chi_2 = \frac{\mathrm{H}_{2ц}}{D_{цт}} + c_2(\Xi_{ц} - \xi). \quad (20.4.39)$$

Если углы упреждения вычисляются с учетом не только текущих координат цели, но и их производных (как, например, для метода наведения с углами упреждения, пропорциональными соответствующим угловым перемещениям цели за время, оставшееся до встречи с ней ракеты; см. § 7.2), то вариации углов

упреждения будут зависеть не только от вариаций координат цели и ракеты $\Xi_ц$, $H_{1ц}$, $H_{2ц}$, ξ, но и от их производных. Линеаризуя вариации углов упреждения относительно малых вариаций элементов движения цели и ракеты $\Xi_ц$, $H_{1ц}$, $H_{2ц}$, ξ, $\dot{\Xi}$, $\dot{H}_{1ц}$, $\dot{H}_{2ц}$, $\dot{\xi}$, получим выражения для углов χ_1 и χ_2 в виде

$$\left.\begin{aligned} \chi_1 &= a_{11} H_{1ц} + a_{12} \dot{H}_{1ц} + a_{13}(\Xi_ц - \xi) + a_{14}(\dot{\Xi}_ц - \dot{\xi}), \\ \chi_2 &= a_{21} H_{2ц} + a_{22} \dot{H}_{2ц} + a_{23}(\Xi_ц - \xi) + a_{24}(\dot{\Xi}_ц - \dot{\xi}). \end{aligned}\right\} \quad (20.4.40)$$

где a_{ij} — некоторые коэффициенты, зависящие от времени. Мы предоставляем читателю самостоятельно получить выражения этих коэффициентов для случая углов упреждения, пропорциональных соответствующим угловым скоростям цели и разности дальностей и обратно пропорциональных скорости сближения ракеты с целью (см. § 7.2).

В более общем случае, особенно в случае применения оптимальных методов прогнозирования (экстраполяции) движения цели (см. § 7.2), углы упреждения будут зависеть не только от координат цели и дальности ракеты и их производных, но и от интегралов от них. Поэтому, линеаризуя выражения для вариаций углов упреждения, мы в общем случае получим для углов отклонения программного направления вектора дальности ракеты от теоретического направления χ_1, χ_2 формулы вида

$$\left.\begin{aligned} \chi_1(t) &= \int_0^t g_{\eta 1}(t, \tau) H_{1ц}(\tau)\, d\tau + \int_0^t g_{\xi 1}(t, \tau)[\Xi_ц(\tau) - \xi(\tau)]\, d\tau, \\ \chi_2(t) &= \int_0^t g_{\eta 2}(t, \tau) H_{2ц}(\tau)\, d\tau + \int_0^t g_{\xi 2}(t, \tau)[\Xi_ц(\tau) - \xi(\tau)]\, d\tau, \end{aligned}\right\} \quad (20.4.41)$$

где $g_{\eta 1}$, $g_{\xi 1}$, $g_{\eta 2}$, $g_{\xi 2}$ — некоторые весовые функции, определяемые расчетными формулами для углов упреждения в соответствующих плоскостях. Очевидно, что для метода наведения с углами упреждения, пропорциональными разности дальностей с постоянными коэффициентами пропорциональности,

$$g_{\eta 1}(t, \tau) = g_{\eta 2}(t, \tau) = \frac{\delta(t-\tau)}{D_{цт}(t)},$$

$$g_{\xi 1}(t, \tau) = c_1 \delta(t-\tau), \quad g_{\xi 2}(t, \tau) = c_2 \delta(t-\tau),$$

где $\delta(t-\tau)$ — импульсная δ-функция (см. [1], § 2.1).

В случае учета при вычислении углов упреждения первых производных координат цели и дальности ракеты, когда углы χ_1 и χ_2 определяются формулами (20.4.40),

$$\begin{aligned} g_{\eta j}(t, \tau) &= a_{j1}(t)\delta(t-\tau) + a_{j2}(t)\delta'(t-\tau), \\ g_{\xi j}(t, \tau) &= a_{j3}(t)\delta(t-\tau) + a_{j4}(t)\delta'(t-\tau), \end{aligned} \qquad (j = 1, 2).$$

Для метода наведения вектора скорости или траектории теленеуправляемой ракеты в упрежденную точку вывод линеаризованных выражений параметров управления в общем случае довольно сложен, вследствие чего мы не будем здесь его приводить. Заметим только, что полные линеаризованные выражения обоих параметров управления Δ_1, Δ_2 содержат все величины ζ_1, ζ_2, ξ, η_1, η_2, $H_{1ц}$, $H_{2ц}$, $\Xi_ц$. Лишь в частном случае телеуправляемой ракеты, стабилизированной по крену, выражение параметра управления Δ_1 будет содержать только ζ_1, η_1, $H_{1ц}$, ξ, $\Xi_ц$, а выражение Δ_2 будет содержать только ζ_2, η_2, $H_{2ц}$, ξ, $\Xi_ц$. Для вывода линеаризованных выражений параметров управления в этом частном случае будем считать угол между упрежденным вектором дальности цели и вектором дальности ракеты малым и пренебрежем вариацией дальности ракеты. При этих условиях вектор η можно считать приблизительно перпендикулярным вектору $D_{цут} - D_{рт}$ (рис. 20.4.5), и для параметров управления мы получим следующие выражения:

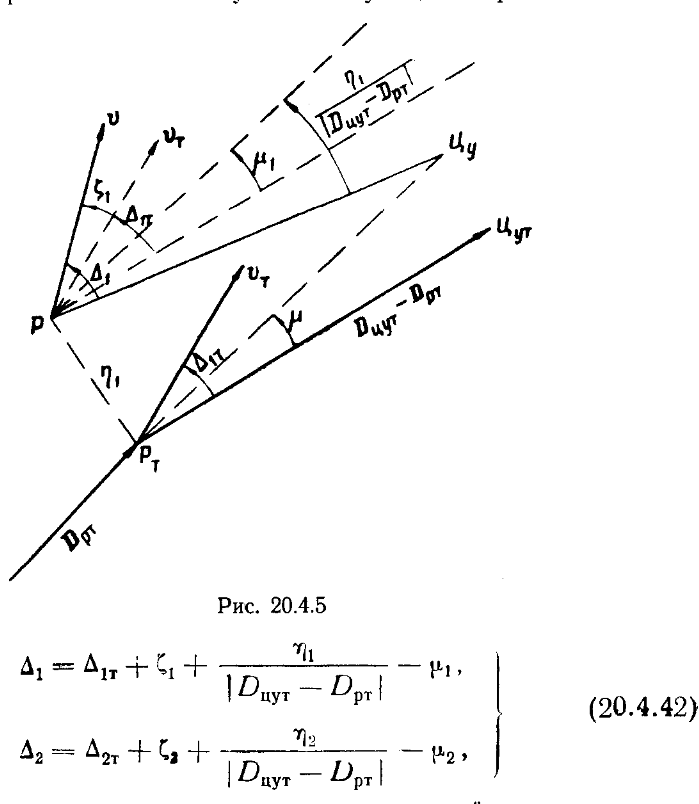


Рис. 20.4.5

$$\left.\begin{aligned}\Delta_1 &= \Delta_{1т} + \zeta_1 + \frac{\eta_1}{|D_{цут} - D_{рт}|} - \mu_1,\\ \Delta_2 &= \Delta_{2т} + \zeta_2 + \frac{\eta_2}{|D_{цут} - D_{рт}|} - \mu_2,\end{aligned}\right\} \qquad (20.4.42)$$

где μ_1, μ_2 — угловые отклонения упрежденной точки от теоретического вектора относительной дальности упрежденной точки $D_{цут} - D_{рт}$. Эти углы зависят от отклонения движения цели

от теоретического, т. е. от величин $\mathrm{H}_{1ц}$, $\mathrm{H}_{2ц}$, $\Xi_ц$. Конкретные их выражения в общем случае зависят от способа определения упрежденной точки. В общем виде линеаризованные выражения для углов μ_1, μ_2 могут быть записаны в виде, аналогичном (19.4.44):

$$\left.\begin{aligned} \mu_1(t) &\doteq \int_0^t g_{\eta 1}(t, \tau)\,\mathrm{H}_{1ц}(\tau)\,d\tau + \int_0^t g_{\xi 1}(t, \tau)\,\Xi_ц(\tau)\,d\tau, \\ \mu_2(t) &= \int_0^t g_{\eta 2}(t, \tau)\,\mathrm{H}_{2ц}(\tau)\,d\tau + \int_0^t g_{\xi 2}(t, \tau)\,\Xi_ц(\tau)\,d\tau, \end{aligned}\right\} \qquad (20.4.43)$$

где $g_{\eta 1}$, $g_{\eta 2}$, $g_{\xi 1}$, $g_{\xi 2}$ — некоторые весовые функции, определяемые методом прогнозирования движения цели, применяемым в системе управления.

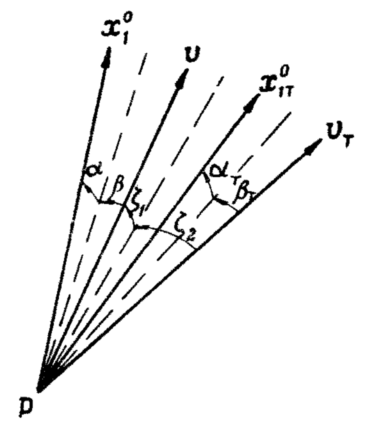


Рис. 20.4.6

Аналогично производится линеаризация сигналов других измерителей, применяемых в системе управления, относительно вариаций элементов движения ракеты. Мы ограничимся здесь линеаризацией сигналов датчиков угловых скоростей ракеты, углов, определяющих ее положение, и сигналов акселерометров.

Из рис. 20.4.6 ясно, что при малых углах атаки и скольжения ракеты и малых углах ζ_1 и ζ_2 составляющие угловой скорости ракеты по связанным осям Py_1 и Pz_1 определяются приближенными формулами

$$\left.\begin{aligned} \omega_{y_1} &= \omega_{y_1 т} + \dot{\zeta}_2 + \dot{\beta} - \dot{\beta}_т, \\ \omega_{z_1} &= \omega_{z_1 т} + \dot{\zeta}_1 + \dot{\alpha} - \dot{\alpha}_т. \end{aligned}\right\} \qquad (20.4.44)$$

Эти формулы дают линеаризованные выражения угловых скоростей ракеты относительно углов α, β, ζ_1 и ζ_2.

Для вывода линеаризованных выражений углов, определяющих положение ракеты в пространстве, ограничимся случаем управления со стабилизацией по крену и полета, близкого к горизонтальному. Тогда угол тангажа ракеты ϑ будет малым, и из рис. 20.4.7 будут следовать формулы

$$\vartheta = \theta_т + \zeta_1 + \alpha, \quad \psi = \varphi_т + \zeta_2 + \beta. \qquad (20.4.45)$$

Наконец, в § 16.3 были выведены выражения для поперечных ускорений ракеты, измеряемых акселерометрами:

а) для крестокрылой ракеты

$$a'_{y_1} = vA_\alpha'\alpha, \quad a'_{z_1} = -vB_\beta'\beta, \tag{20.4.46}$$

б) для ракеты самолетной формы

$$a'_{y_1} = v(A_0 + A_\alpha'\alpha), \quad a'_{z_1} = -vB_\beta'\beta. \tag{20.4.47}$$

Эти формулы показывают, что поперечные ускорения ракеты можно считать линейными функциями угла атаки и угла скольжения, если только можно считать коэффициенты c_y^α и c_z^β, а также составляющую T_{y_1} тяги двигательной установки не зависящими от α и β (если они зависят от α и β, то с точностью до малых второго порядка можно принять их значения, соответствующие теоретическим значениям углов атаки и скольжения $\alpha_т$, $\beta_т$; в таком случае их можно считать известными функциями времени, и формулы (20.4.46) и (20.4.47) будут линейными относительно α и β).

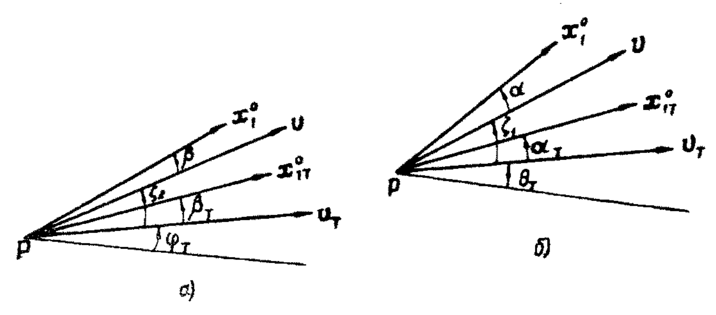


Рис. 20.4.7

Остановимся, наконец, на линеаризованных выражениях параметров управления для автономных систем управления.

Для простейшей гироскопической системы управления, стабилизирующей оси ракеты в пространстве, параметрами управления служат углы отклонения продольной оси ракеты от заданного программного направления. На основании (20.4.40) параметры управления выразятся при этом формулами

$$\Delta_1 = \theta_т - \vartheta_п + \zeta_1 + \alpha, \quad \Delta_2 = \varphi_т - \psi_п + \zeta_2 + \beta. \tag{20.4.48}$$

Для простейшей инерциальной системы управления параметры управления выражаются формулами:

а) для крестокрылой ракеты

$$\Delta_1 = vA_\alpha'\alpha - a_{y_1п}, \quad \Delta_2 = -vB_\beta'\beta - a_{z_1п}, \tag{20.4.49}$$

б) для ракеты самолетной формы

$$\Delta_1 = v(A_0 + A_\alpha'\alpha) - a_{y_1п}, \quad \Delta_2 = -vB_\beta'\beta - a_{z_1п}. \tag{20.4.50}$$

Наконец, для инерциальных, астроинерциальных и астронавигационных систем управления, систем управления по земным ориентирам и других типов систем управления (автономных или телеуправления), обеспечивающих наведение ракет по определенным относительно Земли траекториям, за параметры управления, естественно, принимаются поперечные отклонения ракеты от заданной траектории по высоте и в плоскости горизонта η_1, η_2:

$$\Delta_1 = \eta_1, \quad \Delta_2 = \eta_2. \tag{20.4.51}$$

Анализируя все выведенные выражения для параметров управления и сигналов измерителей, обычно применяемых в системах управления, мы видим, что все выражения для Δ_1, а также выражения для ω_{z_1}, ϑ и a_{y_1} линейны относительно величин η_1, ζ_1, α, а все выражения для Δ_2 и выражения для ω_{y_1} ε, ψ и a_{z_1} линейны относительно η_2, ζ_2, β.

Вследствие этого, собирая в выражении (20.4.18) для $\delta_в$ вместе все члены с ζ_1 и все члены с α, а в выражении (20.4.18) для $\delta_н$ все члены с ζ_2 и все члены с β, объединяя операторы измерительных устройств с операторами N, Q_ν, можем представить линеаризованный закон управления для каналов руля высоты и руля направления в форме

$$\left.\begin{aligned} \delta_в &= \delta_в^{(0)} + N_{\eta_1}(p)\frac{\eta_1}{r} + N_{\zeta_1}(p)\zeta_1 + N_\alpha(p)\alpha, \\ \delta_н &= \delta_н^{(0)} + N_{\eta_2}(p)\frac{\eta_2}{r} + N_{\zeta_2}(p)\zeta_2 + N_\beta(p)\beta, \end{aligned}\right\} \tag{20.4.52}$$

где $N_{\eta_1}(p)$, $N_{\zeta_1}(p)$, $N_\alpha(p)$, $N_{\eta_2}(p)$, $N_{\zeta_2}(p)$, $N_\beta(p)$ — некоторые операторы, которые определяются в результате преобразования линеаризованного закона управления к виду (20.4.52). В формулах (20.4.52) через r для краткости обозначена теоретическая дальность $D_т$ в случае системы самонаведения и теоретическая дальность ракеты $D_{рт}$ в случае системы телеуправления, $r = 1$ в случае системы управления, ведущей ракету по определенной траектории, и $r = \infty$ в случае автономной системы управления, не измеряющей отклонения ракеты от определенной траектории. Через $\delta_в^{(0)}$, $\delta_н^{(0)}$ в формулах (20.4.52) обозначены определенные функции времени, которые получаются в результате суммирования всех членов, не зависящих от величин η_1, η_2, ζ_1, ζ_2, α, β.

В случае управления ракетой самолетной формы с координацией разворота основной сигнал управления по каналу курса подается на элероны, а на руль направления целесообразно подавать только координирующий сигнал от акселерометра и, может быть, стабилизирующий сигнал датчика угловой ско-

рости ω_{y_1}. При этом линеаризованный закон управления примет вид:

$$\left.\begin{aligned}\delta_в &= \delta_в^{(0)} + N_{\eta_1}(p)\frac{\eta_1}{r} + N_{\zeta_1}(p)\zeta_1 + N_\alpha(p)\alpha,\\ \delta_н &= N_{\zeta_2}(p)\zeta_2 + N_\beta(p)\beta,\\ \delta_э &= \delta_э^{(0)} + N_{\eta_2}(p)\frac{\eta_2}{r} + N'_{\zeta_2}(p)\zeta_2 + N_\beta'(p)\beta.\end{aligned}\right\} \qquad (20.4.53)$$

Формулы (20.4.52) и (20.4.53) дают линеаризованный закон управления без учета ошибок измерения параметров управления и других величин. Для учета ошибок измерений и помех следует в выражениях (20.4.52) и (20.4.53) добавить к величинам η_1/r, ζ_1, α, η_2/r, ζ_2, β соответствующие ошибки измерений, которые в общем случае представляют собой случайные функции времени. Так как с наименьшей точностью измеряются отклонения ракеты от требуемой траектории, особенно в условиях помех, то обычно целесообразно учитывать в законе управления только ошибки измерения величин η_1/r и η_2/r. Ошибки измерения углов, определяющих направления осей ракеты, и ее угловых скоростей обычно можно не учитывать. При этом линеаризованный закон управления с учетом ошибок измерений и помех запишется в виде:

а) для ракеты с декартовым управлением (стабилизированной по крену)

$$\left.\begin{aligned}\delta_в &= \delta_в^{(0)} + N_{\eta_1}(p)\left[\frac{\eta_1}{r} + X_1(t)\right] + N_{\zeta_1}(p)\zeta_1 + N_\alpha(p)\alpha,\\ \delta_н &= \delta_н^{(0)} + N_{\eta_2}(p)\left[\frac{\eta_2}{r} + X_2(t)\right] + N_{\zeta_2}(p)\zeta_2 + N_\beta(p)\beta,\end{aligned}\right\} \qquad (20.4.54)$$

б) для ракеты с полярным управлением

$$\left.\begin{aligned}\delta_в &= \delta_в^{(0)} + N_{\eta_1}(p)\left[\frac{\eta_1}{r} + X_1(t)\right] + N_{\zeta_1}(p)\zeta_1 + N_\alpha(p)\alpha,\\ \delta_н &= N_{\zeta_2}(p)\zeta_2 + N_\beta(p)\beta,\\ \delta_э &= \delta_э^{(0)} + N_{\eta_2}(p)\left[\frac{\eta_2}{r} + X_2(t)\right] + N'_{\zeta_2}(p)\zeta_2 + N_\beta'(p)\beta,\end{aligned}\right\} \qquad (20.4.55)$$

где $X_1(t)$ и $X_2(t)$ — некоторые случайные функции времени.

§ 20.5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕСОВЫХ ФУНКЦИЙ ПРОЦЕССА НАВЕДЕНИЯ

В предыдущих параграфах полная система уравнений процесса наведения приведена к системе линейных уравнений. Всякая линейная система характеризуется весовыми функциями.

Поэтому для исследования процесса наведения часто бывает необходимо предварительно определить весовые функции системы наведения.

Как известно ([1], § 4.3), весовые функции линейной автоматической системы могут быть определены путем решения исходной системы уравнений, описывающей работу данной автоматической системы, или путем решения сопряженной системы уравнений, специально образованной из исходной, для определения весовой функции.

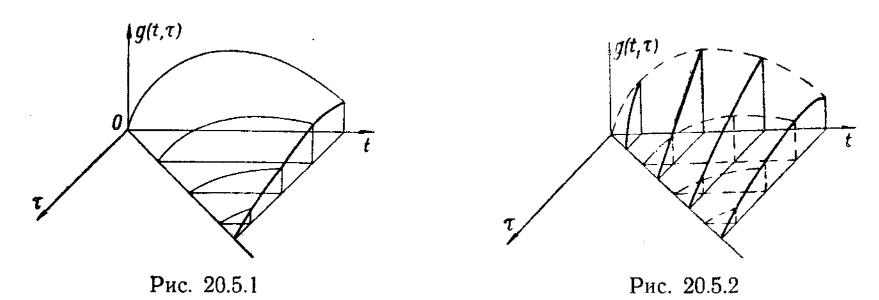


Рис. 20.5.1 Рис. 20.5.2

Если перед нами стоит задача определения весовой функции, как функции двух аргументов, то оба пути в отношении трудоемкости равноценны. В этом случае поверхность в координатах t и τ, изображающая весовую функцию, будет построена по отдельным сечениям, в первом случае по первому аргументу t, во втором случае по второму аргументу τ (рис. 20.5.1 и 20.5.2). Число решений исходной системы уравнений или сопряженной с ней системы определяется характером получающейся поверхности и устанавливается в процессе решения. Пользуясь полученной весовой функцией как функцией двух аргументов, мы можем определить значение соответствующей выходной величины системы в любой момент времени на рассматриваемом интервале изменения времени.

Однако часто приходится решать задачу определения выходной переменной автоматической системы для фиксированного момента времени $t = T$ или для небольшого числа фиксированных моментов времени $t_1, \ldots, t_n$. В этом случае для решения задачи требуется одно или несколько сечений поверхности весовой функции по второму аргументу τ при фиксированных значениях первого аргумента. Определять сечение весовой функции по аргументу τ при фиксированном первом аргументе t наиболее целесообразно путем решения сопряженной системы уравнений. В [1], § 4.3 изложен метод структурного построения сопряженной системы по структурной схеме исходной системы.

Применим метод структурного построения системы, сопряженной с исходной линеаризованной системой уравнений процесса наведения самонаводящейся или телеуправляемой ракеты.

В целях упрощения выкладок мы будем рассматривать только один канал управления по высоте. В принципе аналогичное построение можно произвести и для системы уравнений процесса наведения в пространстве, так как рассматриваемый метод не зависит от сложности системы уравнений. Ограничения могут быть вызваны только возможностями применяемой вычислительной техники.

Линеаризованная система уравнений процесса наведения для одного канала управления самонаводящейся или телеуправляемой ракеты, полученная в предыдущих параграфах, имеет вид

$$\left.\begin{aligned} \dot{\eta} = v_{11}\zeta - U, \quad \dot{\zeta} = A_\alpha(\alpha - \alpha_\text{т}), \\ \ddot{\alpha} + c_{\dot{\alpha}}\dot{\alpha} + c_\alpha\alpha = c_0 - c_\delta\delta, \\ \delta = \delta^{(0)} + N_\eta(p)\left[\frac{\eta}{r} + X(t)\right] + N_\zeta(p)\zeta + N_\alpha(p)\alpha, \end{aligned}\right\} \quad (20.5.1)$$

где коэффициенты v_{11}, A_α, $c_{\dot{\alpha}}$, c_α, c_δ в общем случае являются известными функциями времени (известными функциями элементов теоретического движения); c_0, $\alpha_\text{т}$, $\delta^{(0)}$ — неслучайные возмущения; $X(t)$ — случайная функция, представляющая собой ошибку измерения угловых координат цели; $U(t)$ — случайная функция, определяющая случайные отклонения цели от теоретической траектории цели. Ввиду того, что мы рассматриваем только один канал управления, мы опустили индексы у линейного отклонения ракеты по высоте η_1 и вариации угла наклона вектора скорости ракеты в вертикальной плоскости ζ_1 и записали вместо η_1, ζ_1 просто η, ζ и вместо U_1 записали U. Точно так же мы отбросили индекс «в» у отклонения руля высоты.

Напомним сводку правил построения структурной схемы сопряженной системы ([1], § 4.3).

1. При моделировании сопряженной системы в отрицательном времени все идеальные системы, осуществляющие основные операции анализа (безынерционные усилители, запаздывающие звенья, интеграторы и дифференциаторы), сохраняют свои функции. Все прочие линейные элементы заменяются соответствующими сопряженными.

2. Направление всех связей на структурной схеме изменяется на противоположное. При этом точки разветвления заменяются сумматорами, а сумматоры — точками разветвления.

3. Все безынерционные усилители с переменными по времени коэффициентами усиления (переменные коэффициенты) рассматриваются в отрицательном времени.

Структурная схема, соответствующая исходной системе уравнений (20.5.1), изображена на рис. 20.5.3, а структурная схема сопряженной системы, построенная в соответствии с установленными правилами, — на рис. 20.5.4.

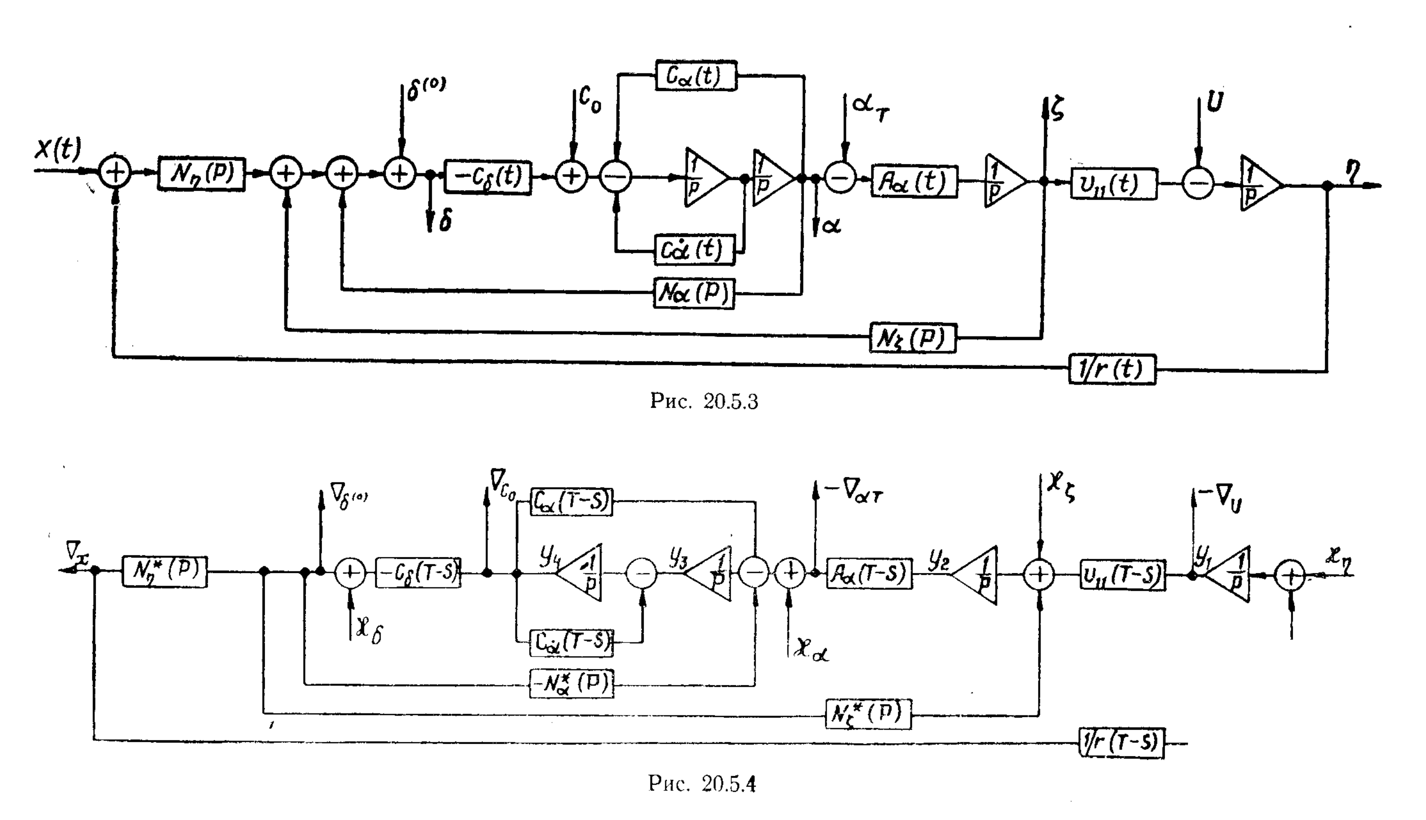


Рис. 20.5.3

Рис. 20.5.4

Сделаем некоторые пояснения. Сопряженную систему, структурная схема которой изображена на рис. 20.5.4, необходимо интегрировать в обратном или отрицательном времени, которое мы обозначим через $s = T - t$. При интегрировании сопряженной системы в зависимости от избранного входа и выхода можно получить различные весовые функции процесса наведения. Однако для данного входа и выхода однократное интегрирование сопряженной системы позволяет получить одно сечение весовой функции, соответствующее фиксированному моменту времени $t = T$. Для каждого выбранного фиксированного момента времени T необходимо рассчитать переменные коэффициенты

$$1/r(T-s),\quad A_\alpha(T-s),\quad v_{11}(T-s),\quad c_\alpha(T-s),\quad c_{\dot\alpha}(T-s),\quad c_\delta(T-s),$$

вид которых для различных моментов T в общем случае будет различным. На структурной схеме сопряженной системы через p обозначен оператор дифференцирования по обратному времени s, а через N_η^*, N_α^*, N_ζ^* обозначены операторы, сопряженные с соответствующими операторами исходной системы. Если в частном случае операторы N_η, N_α, N_ζ представляют стационарные звенья общей системы, то строить сопряженные им системы нет необходимости, так как сопряженные системы стационарных систем в обратном времени совпадают с исходными системами (см. [1], § 4.4).

Ошибка наведения самонаводящейся ракеты определяется значениями величин ζ и η в момент прекращения работы системы управления, а ошибка наведения телеуправляемой ракеты определяется значением величины η в конечный момент наведения. Установим начальные условия интегрирования сопряженной системы, например, для определения весовых функций $g_{\eta x}(T, \tau)$ и $g_{\zeta x}(T, \tau)$ в момент $t = T$. В первом случае, при определении весовой функции $g_{\eta x}$, входом в исходной системе является точка приложения рассматриваемого возмущения X, а выходом является величина η. Обозначим величину на соответствующем входе в сопряженной системе $\varkappa_\eta$ и величину на соответствующем выходе ∇_x. Как известно ([1], § 4.3), для определения весовой функции сопряженной системы (так же, как и для определения весовой функции исходной системы) на вход $\varkappa_\eta$ сопряженной системы необходимо подать δ-функцию. Тогда на выходе ∇_x сопряженной системы мы получим весовую функцию $g^*_{\eta x}(T-s, T) = g_{\eta x}(T, T-s)$.

Запишем эти условия:

$$\begin{gathered}\varkappa_\eta = \delta(s), \quad y_1(0) = y_2(0) = y_3(0) = y_4(0) = 0, \\ \nabla_x(s) = g_{\eta x}(T, T-s). \end{gathered} \tag{20.5.2}$$

Однако при решении сопряженной системы с помощью математических машин, имеющих обычно определенные конечные диапазоны изменения переменных величин, точное задание

δ-функции невозможно. Используя известное свойство δ-функции, можно обойти это затруднение и заменить δ-функцию на входе системы соответствующим, в данном частном случае единичным, начальным условием на выходе первого интегратора системы ([1], § 4.4).

Тогда условия (20.5.2) интегрирования сопряженной системы принимают вид:

$$\varkappa_\eta = 0, \quad y_1(0) = 1, \quad y_2(0) = y_3(0) = y_4(0) = 0,$$
$$\nabla_x(s) = g_{\eta x}(T, \ T - s). \qquad (20.5.3)$$

Условия интегрирования сопряженной системы для определения весовой функции $g_{\zeta x}$ устанавливаются аналогично

$$\varkappa_\zeta = 0, \quad y_2(0) = 1, \quad y_1(0) = y_3(0) = y_4(0) = 0,$$
$$\nabla(s) = g_{\zeta x}(T, \ T - s). \qquad (20.5.4)$$

Таким образом, используя структурные схемы прямой и сопряженной систем, мы можем определить условия интегрирования сопряженной системы для определения любой другой интересующей нас весовой функции $g_{\eta U}$, $g_{\zeta U}$, $g_{\alpha c 0}$, $g_{\delta \alpha т}$, $g_{\alpha x}$ и т. д. Решая при полученных условиях сопряженную систему, мы получаем интересующие нас весовые функции.

Глава 21

ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ НАВЕДЕНИЯ РАКЕТ УПРОЩЕННЫМИ МЕТОДАМИ

§ 21.1. ОСНОВНЫЕ ПРИЧИНЫ ОШИБОК СТРЕЛЬБЫ УПРАВЛЯЕМЫМИ РАКЕТАМИ

Как мы видели в предыдущих главах, сигнал управления вырабатывается системой управления со случайной ошибкой, вследствие наличия различного рода помех при измерениях. Случайные помехи являются источниками ошибок в измерении параметров управления и в работе системы управления в целом и приводят в конечном счете к ошибкам наведения управляемых ракет. Случайные ошибки измерения параметров управления достаточно подробно были рассмотрены ранее, при изучении измерителей, и на них здесь останавливаться не будем. Однако случайные помехи в системе управления и ошибки измерения, вызываемые ими, не являются единственными причинами рассеивания управляемых ракет. На ракеты действуют случайные возмущения со стороны атмосферы. Реальная атмосфера всегда находится в непрерывном переменном движении относительно Земли. Это явление называется *турбулентностью* атмосферы. Перемещение атмосферы является случайным. Поэтому аэродинамические силы, действующие на ракету, содержат случайные составляющие, которые вызывают случайные движения ракеты. Случайные ускорения, вызываемые случайными составляющими аэродинамических сил, в свою очередь являются причиной случайных ошибок измерения некоторых величин системой управления. Так, например, случайные ускорения вызывают случайные колебания гировертикали или инерциального построителя вертикали, которые являются причиной случайных ошибок определения параметров управления или положения ракеты относительно земной поверхности инерциальной системой управления. Точно так же случайные колебания вертикали, вызванные случайными ускорениями ракеты, являются причиной случайных ошибок определения направления осей ракеты гироскопическими измерителями.

Рассмотрим статистические характеристики атмосферы. Движение атмосферы относительно Земли проявляется в виде

ветра. Скорость ветра является случайной функцией времени t и координат точки пространства. Поэтому, обозначая вектор скорости ветра через W_0, можно записать

$$W_0 = W_0(R, t), \qquad (21.1.1)$$

где R — радиус-вектор точки пространства. Зависимость вектора скорости ветра от времени в метеорологии обычно представляют на основе гипотезы о переносе флуктуаций скорости ветра средним ветром, которую можно считать достаточно хорошо обоснованной теоретически и проверенной экспериментально. Эта гипотеза заключается в том, что средний ветер, вектор скорости которого равен w_0 как бы переносит всю картину распределения флуктуаций вектора скорости ветра в пространстве, как твердое тело. Этот средний вектор скорости ветра w_0 является математическим ожиданием скорости ветра в данной точке пространства. Вектор w_0 можно считать в достаточно большой области пространства в течение длительного времени постоянным. Согласно этой гипотезе, если в момент времени t в точке R скорость ветра равна $W_0(R, t)$, то точно такая же скорость ветра будет в момент $t+\tau$ в точке $R+w_0\tau$. Следовательно,

$$W_0(R, t) = W_0(R + w_0\tau, \ t+\tau). \qquad (21.1.2)$$

Полагая $\tau = -t$, получаем из (21.1.2)

$$W_0(R, t) = W_0(R - w_0 t, 0) = W_1(R - w_0 t). \qquad (21.1.3)$$

Это дает право рассматривать только мгновенное распределение ветра в пространстве, т. е. функцию $W_1(R)$.

Гипотеза о переносе флуктуаций средним ветром дает возможность сократить число аргументов, от которых зависят флуктуации вектора скорости ветра, и представить вектор скорости ветра в виде

$$W_1(R) = w_0 + W(R), \qquad (21.1.4)$$

где $W(R)$ — центрированная составляющая флуктуации вектора скорости ветра.

Экспериментально подтверждено, что в довольно широких областях слоя атмосферы поле вектора $W(R)$ можно считать однородным и изотропным в статистическом смысле. Причем однородность функции $W(R)$ означает зависимость корреляционной функции ветра только от разности векторов координат точек пространства $r = R - R_1$, т. е. зависимость от r, как от вектора, а изотропность означает зависимость только от величины модуля r и независимость от направления вектора. Протяженность областей, где такое предположение практически оправдывается, достигает нескольких десятков километров.

Рассмотрим некоторую точку пространства A с радиусом-вектором $\boldsymbol{R}$ и соседнюю с ней точку B с радиусом-вектором $\boldsymbol{R}+\boldsymbol{r}$ (рис. 21.1.1). Пусть $\boldsymbol{W}(\boldsymbol{R})$ и $\boldsymbol{W}(\boldsymbol{R}+\boldsymbol{r})$ — случайные составляющие вектора скорости ветра в точках A и B соответственно. Проекции векторов $\boldsymbol{W}(\boldsymbol{R})$, $\boldsymbol{W}(\boldsymbol{R}+\boldsymbol{r})$ на направление вектора $\boldsymbol{r}$ обозначим индексом v: $W_v(\boldsymbol{R})$, $W_v(\boldsymbol{R}+\boldsymbol{r})$, а проекции на нормаль к вектору $\boldsymbol{r}$ обозначим индексом n: $W_n(\boldsymbol{R})$, $W_n(\boldsymbol{R}+\boldsymbol{r})$ (рис. 21.1.1). Составляющие W_v и W_n не коррелированы при смещении по данному направлению. При экспериментальном исследовании турбулентности атмосферы обычно изучают две корреляционные функции, определяемые формулами

$$k_v(\boldsymbol{r})=M[W_v(\boldsymbol{R})W_v(\boldsymbol{R}+\boldsymbol{r})], \tag{21.1.5}$$

$$k_n(\boldsymbol{r})=M[W_n(\boldsymbol{R})W_n(\boldsymbol{R}+\boldsymbol{r})]. \tag{21.1.6}$$

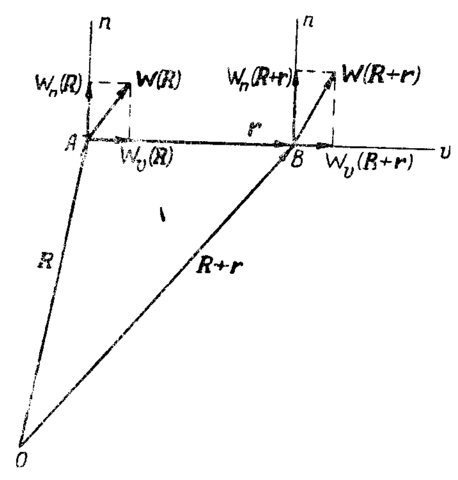


Рис. 21.1.1

Функции (21.1.5) и (21.1.6) являются корреляционными функциями продольной и поперечной составляющих вектора скорости ветра $\boldsymbol{W}$ соответственно по отношению к направлению, определяемому вектором $\boldsymbol{r}$. При этом в силу изотропности поля случайного вектора $\boldsymbol{W}(\boldsymbol{R})$ корреляционные функции $k_v(\boldsymbol{r})$ и $k_n(\boldsymbol{r})$ зависят только от модуля вектора $\boldsymbol{r}$ и не зависят от его направления. Теоретически и экспериментально было установлено, что функции $k_v(r)$ и $k_n(r)$ достаточно точно определяются приближенными формулами вида

$$k_v(r)=\sigma_w^2 e^{-\frac{|r|}{L_v}}, \tag{21.1.7}$$

$$k_n(r)=\sigma_w^2\left(1-\frac{|r|}{2L_n}\right)e^{-\frac{|r|}{L_n}}, \tag{21.1.8}$$

где $\sigma_w^2=M[W_v^2(\boldsymbol{R})]=M[W_n^2(\boldsymbol{R})]$ — дисперсия любой компоненты, а L_v и L_n — *масштабы турбулентности*. Обычно $L_v=2L_n$. Масштаб турбулентности является удобной характеристикой линейных размеров области, где соответствующие составляющие вектора скорости ветра коррелированы.

Формулы (21.1.7) и (21.1.8) зависят, таким образом, от двух параметров: σ_w^2 — дисперсии скорости случайного ветра и масштаба турбулентности L_v. Масштаб турбулентности должен за-

висеть от условий погоды, времени года, высоты и от других факторов. Величина масштаба турбулентности колеблется от сотен до тысячи метров. Среднее значение его $L_v = 200 \div 300$ *м*.

Дисперсия σ_w^2 также зависит от условий погоды и высоты. Имеющийся опытный материал позволяет заключить, что дисперсия скорости ветра при кучевых облаках примерно в 4 раза, при грозовых условиях в 9 раз больше, чем в условиях хорошей ясной погоды. При изменении высоты величина σ_w^2 значительно изменяется.

Проекции вектора скорости ветра $\boldsymbol{W}$ на поточные оси следующие: W_x, W_y, W_z. В соответствии с изложенной выше гипотезой об однородной и изотропной атмосфере они являются стационарными случайными функциями с корреляционными функциями, для которых справедливы следующие соотношения:

$$k_x(r_x) = k_y(r_y) = k_z(r_z) = k_v(r), \qquad (21.1.9)$$

$$k_x(r_z) = k_y(r_x) = k_z(r_x) = k_x(r_y) = k_z(r_y) = k_y(r_z) = k_n(r), \qquad (21.1.10)$$

где r — расстояние между двумя точками пространства около летящей ракеты, r_x, r_y, r_z — приращения координат x, y, z, соответственно

$$k_x(r_x) = M\,[W_x(x)\,W_x(x + r_x)],$$

$$k_y(r_x) = M\,[W_y(x)\,W_y(x + r_x)] \text{ и т. д.}$$

Следует заметить, что взаимные корреляционные функции составляющих равны нулю:

$$k_{yx}(r_x) = k_{yz}(r_z) = k_{zx}(r_x) = 0. \qquad (21.1.11)$$

В практических расчетах удобно пользоваться спектральной характеристикой флуктуаций — спектральной плотностью. Спектральная плотность флуктуаций определяется по формуле

$$\tilde{s}(\Omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} k(r)\cos(\Omega r)\,dr, \qquad (21.1.12)$$

где r — любая пространственная координата; Ω — пространственная угловая частота, равная $\Omega = 2\pi/\lambda$, а величина λ есть длина волны соответствующей спектральной составляющей скорости турбулентного движения воздуха. Подставляя в формулу (21.1.12) выражения $k_v(r)$ и $k_n(r)$ из (21.1.7), (21.1.8), получим соответственно формулы для спектральных плотностей:

$$\tilde{s}_v(\Omega) = \sigma_w^2\,\frac{L_v}{\pi}\,\frac{1}{1 + \Omega^2 L_v^2}, \qquad (21.1.13)$$

$$\tilde{s}_n(\Omega) = \sigma_w^2\,\frac{L_n}{2\pi}\,\frac{1 + 3\Omega^2 L_n^2}{(1 + \Omega^2 L_n^2)^2}. \qquad (21.1.14)$$

Между временем t и пространственной координатой r, а также между угловой частотой ω и пространственной частотой Ω легко установить связь. Действительно, при полете ракеты по данному направлению с постоянной скоростью v относительно воздуха расстояние r между двумя точками на ее пути определяется формулой $r = v(t - t')$, где t и t' — моменты нахождения ракеты в двух точках. Таким образом, при движении ракеты вектор скорости ветра, как случайная функция координат точки пространства преобразуется в случайную функцию времени, а корреляционные функции $k_v(r)$ и $k_n(r)$ преобразуются в соответствующие функции интервала времени $\tau = t - t'$. Следовательно,

$$r = v\tau, \quad \omega = v\Omega. \tag{21.1.15}$$

Учитывая вторую формулу (21.1.15) и тождество

$$\sigma_w^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{s}(\Omega)\, d\Omega = \int_{-\infty}^{\infty} s(\omega)\, d\omega, \tag{21.1.16}$$

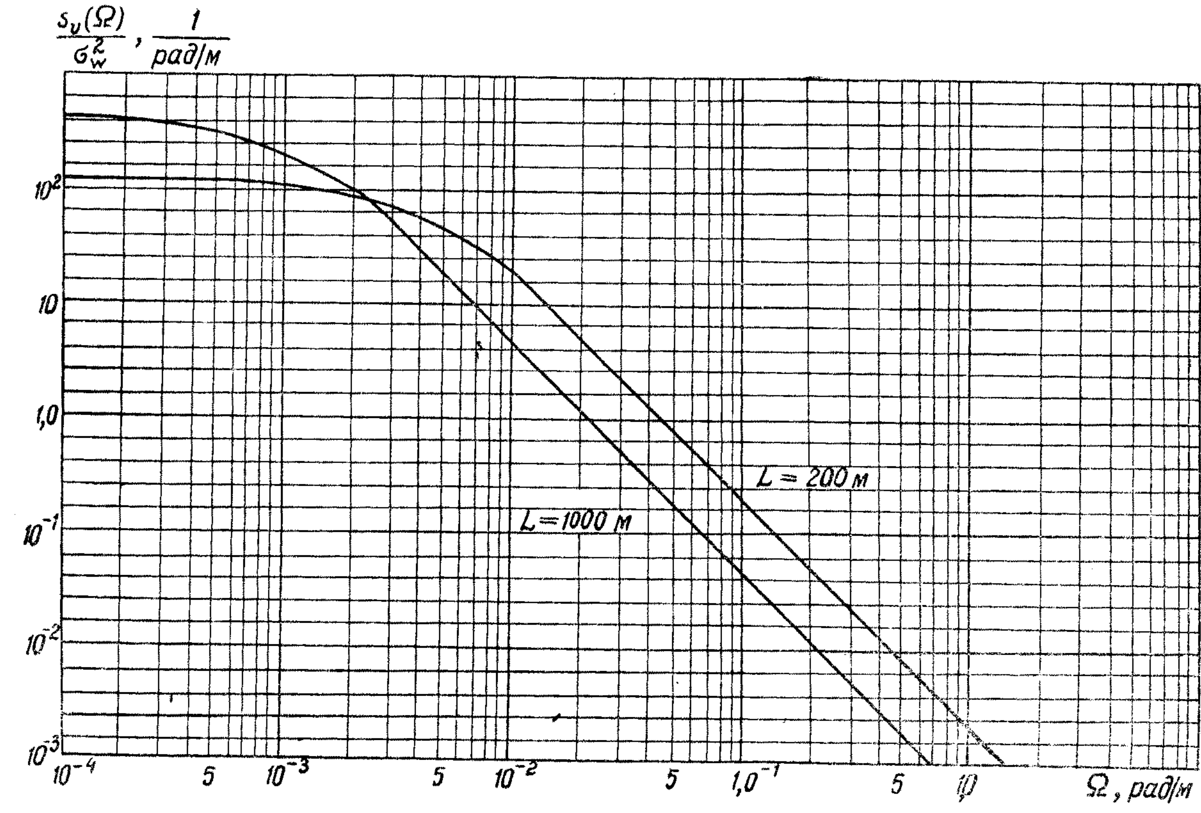
получим формулы для спектральных плотностей $s_v(\omega)$ и $s_n(\omega)$, выраженные через частоту ω:

$$\left.\begin{aligned} s_v(\omega) &= \sigma_w^2 \frac{L_v}{\pi v} \frac{1}{1 + \omega^2 L_v^2/v^2}, \\ s_n(\omega) &= \sigma_w^2 \frac{L_n}{2\pi v} \frac{1 + 3\omega^2 L_n^2/v^2}{(1 + \omega^2 L_n^2/v^2)^2}. \end{aligned}\right\} \tag{21.1.17}$$

На рис. 21.1.2 и 21.1.3 приведены графики нормированных спектральных плотностей, вычисленные и построенные по формулам (21.1.13) и (21.1.14) для различных значений масштабов турбулентности. Графики построены в логарифмическом масштабе. Приведенные выражения спектральных плотностей хорошо согласуются с опытными данными. В качестве примера на рис. 21.1.4 приведены некоторые экспериментальные данные [27] для спектральной плотности $\tilde{s}_n(\Omega)$. Там же приведена теоретическая кривая спектральной плотности $\tilde{s}_n(\Omega)$, построенная по формуле (21.1.14) при $L_n = 200$ *м* и $\sigma_w = 2$ *м/сек*.

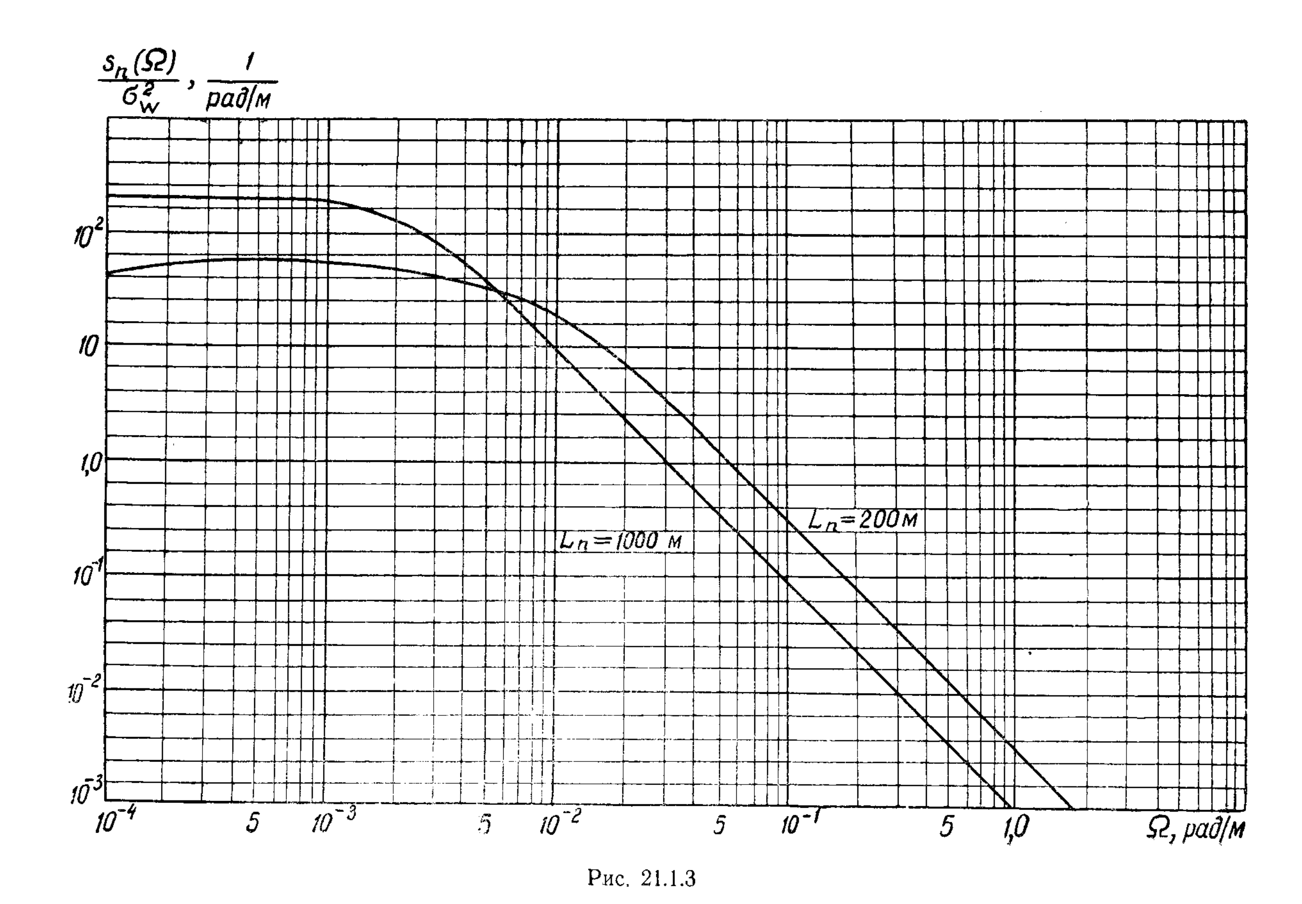
Кроме рассмотренных случайных возмущений, на управляемую ракету действуют также случайные реактивные силы и моменты, зависящие от технологических погрешностей в изготовлении реактивного двигателя, от случайных флуктуаций в процессах горения и истечения рабочего тела из сопел двигательной установки, от упругих свойств конструкции ракеты и проявляющихся в виде наличия случайного эксцентриситета линии действия тяги двигателя, а также случайных вибраций.

Методы, которыми располагает теория полета управляемых ракет для исследования процесса наведения с учетом действую-



$\frac{S_v(\Omega)}{\sigma_w^2}$, $\frac{1}{рад/м}$
10^2
10
1,0
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
L = 200 м
L = 1000 м
10^{-4}
5
10^{-3}
5
10^{-2}
5
$1,0^{-1}$
5
10
Ω, рад/м

Рис. 21.1.2



$\frac{s_n(\Omega)}{\sigma_w^2}$, $\frac{1}{рад/м}$
10^2
10
1,0
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
5
10^{-3}
5
10^{-2}
5
10^{-1}
5
1,0
Ω, рад/м
L_n=1000 м
L_n=200м

Рис. 21.1.3

щих на ракету и систему управления случайных возмущений и изучения рассеивания, в принципе позволяют учесть все действующие на ракету и систему управления случайные возмущения, если известны вероятностные характеристики этих возмущений.

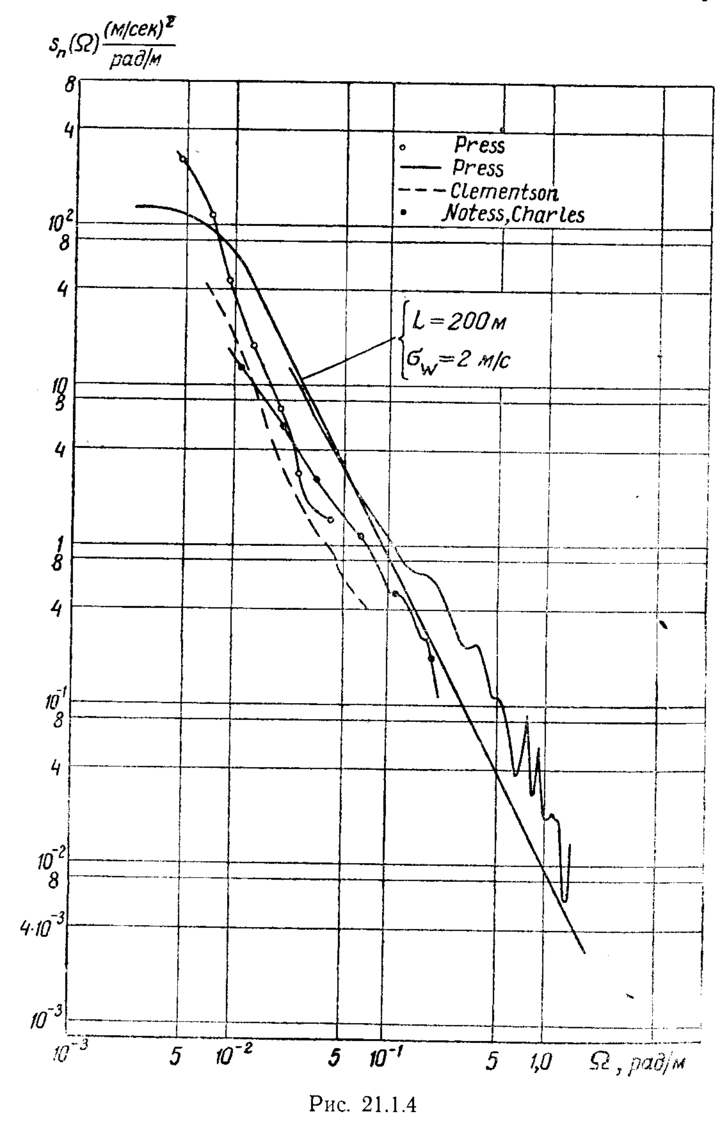


Рис. 21.1.4

Однако при учете большого количества возмущений исследование становится чрезмерно громоздким. Поэтому желательно предварительно оценить все действующие на ракету и систему

управления возмущения и выявить главные из них, которые оказывают наиболее существенное влияние на точность наведения управляемых ракет. Тогда можно будет отбросить большое количество второстепенных случайных возмущений, несущественно влияющих на процесс наведения, и учитывать в каждом конкретном случае лишь небольшое количество основных случайных возмущений, определяющих рассеивание управляемых ракет.

При определении основных причин рассеивания управляемых ракет, т. е. основных случайных возмущений, вызывающих рассеивание управляемых ракет, следует прежде всего выделить случайные возмущения, которые система управления рассматриваемого типа воспринимает как полезный управляющий сигнал и вследствие этого не может компенсировать соответствующими управляющими сигналами. Эти возмущения следует сравнить по величине их дисперсий, и те из них, дисперсии которых малы по сравнению с наибольшими из сравниваемых дисперсий, отбросить. Таким способом можно выделить основные причины рассеивания управляемых ракет и отбросить второстепенные факторы, которые не могут существенно повлиять на рассеивание, вызываемое действием основных факторов.

Для самонаводящихся ракет единственным видом случайных возмущений, которые система управления не отличает от полезного управляющего сигнала, являются ошибки измерения угловых координат цели относительно ракеты.

Действительно, вследствие ошибок измерения угловых координат цели относительно ракеты самонаводящаяся ракета будет наводиться не на цель, а на точку, положение которой определяется измеренными координатором цели угловыми координатами. Исправить эту ошибку система самонаведения не может, так как она не может определить истинное положение цели относительно ракеты. Координатор цели является единственным измерителем в системе самонаведения, измеряющим внешние по отношению к ракете величины, и является наименее точным из измерителей, имеющихся в системе. Поэтому ошибки измерения угловых координат цели относительно ракеты координатором цели или в конечном счете ошибки измерения параметров управления являются основной причиной рассеивания самонаводящихся ракет.

При расчете ошибок наведения самонаводящихся ракет необходимо также учитывать маневрирование цели. Начальные ошибки пуска самонаводящейся ракеты могут оказать влияние на величину промаха только при стрельбе с малых дальностей. Что касается случайных возмущений со стороны атмосферы, то они играют незначительную роль для самонаводящихся ракет, так как эти возмущения, вносимые в движение ракет, проявляются как параметры управления и в основном устраняются системой самонаведения. Кроме того, ракеты класса «воздух—

воздух» и цель, находясь примерно в одном воздушном слое, испытывают одинаковые воздействия со стороны атмосферы и для них влияние атмосферы на ошибку наведения еще менее значительно. То же самое можно сказать и относительно флуктуации силы тяги двигателя.

Для телеуправляемых ракет случайными возмущениями, которые система управления не отличает от полезных управляющих сигналов, являются ошибки измерения координат цели и координат ракеты. Действительно, вследствие ошибок измерения координат цели и ракеты процесс наведения ракеты на цель фактически заменяется процессом наведения точки, положение которой определяется измеренными системой телеуправления координатами ракеты, на точку, положение которой определяется измеренными системой координатами цели. Истинное положение ракеты и цели остается для системы телеуправления неизвестным, вследствие чего она не может исправить ошибки измерения координат цели и ракеты. Для решения вопроса о том, какие из этих ошибок являются основной причиной рассеивания телеуправляемых ракет, следует сравнить дисперсии ошибок измерения при применении различных измерителей. Результат получится различный в зависимости от типа измерителя координат цели и ракеты и методов наведения. При телеуправлении в общем случае в выражения параметров управления входят угловые координаты и дальности ракеты и цели. Если измерителем координат цели и ракеты является радиолокатор, то ошибки измерения дальности меньше ошибок измерения угловых величин, и ошибки измерения угловых координат цели и ракеты являются основными.

Если на ракете имеется ответчик, то ошибки измерения координат ракеты пренебрежимо малы по сравнению с ошибками измерения координат цели. То же относится к ракете, управляемой по равносигнальной зоне. При оптическом методе измерения координат цели и ракеты ошибки измерения угловых координат значительно меньше соответствующих ошибок при радиолокационном измерителе. При всех методах телеуправления ошибки измерения угловых координат цели и ракеты являются основными причинами рассеивания ракет. Относительно других случайных возмущений, действующих на телеуправляемые ракеты, можно сказать то же, что сказано выше применительно к самонаводящимся ракетам. Следует только заметить, что для телеуправляемых ракет часто существенно бывает требование жесткой поперечной стабилизации, так как поворот ракеты вокруг ее продольной оси приводит к дополнительным ошибкам. Точность же поперечной стабилизации ракет зависит от флуктуационных возмущений аэродинамических сил. В случае, если в систему телеуправления входит оператор-человек, в число основных причин рассеивания телеуправляемых ракет входят и ошибки в командах управления, вырабатываемых человеком.

Одной из главных причин рассеивания автономно управляемых ракет являются случайные составляющие вектора скорости ветра, т. е. турбулентность атмосферы, так как вызываемые ими случайные ускорения ракеты являются одной из существенных причин ошибок измерения направлений осей и координат ракеты.

Второй основной причиной ошибок наведения автономно управляемых ракет являются ошибки приборов, определяющих положение ракеты. Таким образом, ветер и ошибки приборов, определяющих положение и элементы движения ракеты, являются основными причинами рассеивания автономно управляемых ракет. Для некоторых типов автономно управляемых ракет важными причинами, вызывающими рассеивание, могут быть также флуктуации тяги реактивного двигателя, ошибки во времени окончания работы двигателя, а также ошибки программных устройств.

§ 21.2. ПРИНЦИПИАЛЬНЫЕ ОСНОВЫ УПРОЩЕННЫХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ТОЧНОСТИ НАВЕДЕНИЯ РАКЕТ

Точность наведения управляемых ракет зависит от случайных возмущений, действующих на систему управления и ракету, а также от динамических характеристик управляемого комплекса в целом, которые в свою очередь зависят от параметров ракеты и системы управления. На точность наведения ракет оказывает влияние также маневрирование цели. В некоторых случаях целесообразным маневром цели можно существенно увеличить ошибки наведения ракет и снизить их эффективность. И наоборот, целесообразным выбором закона управления и параметров системы управления можно уменьшить ошибки от маневрирования цели и помех. Теоретический анализ точности наведения ракет на цель в настоящее время может быть произведен на основе современной статистической теории линейных и нелинейных преобразований случайных функций ([1], гл. 7, гл. 11; [41]). Эта теория нашла широкое применение при исследовании точности любых динамических систем, к которым, в частности, относятся управляемые ракетные комплексы.

Процесс наведения управляемой ракеты на цель описывается сложной динамической системой, и достаточно полный анализ точности наведения на основании такой системы уравнений возможен путем использования современных аналоговых и цифровых математических машин. Для этого надо знать все параметры ракеты и системы управления, а также характеристики случайных возмущений и маневра цели. Однако во многих случаях необходимо достаточно простым методом предварительно оценить влияние основных факторов на процесс и ошибки наведения ракет и предварительно назначить параметры системы управления. Такая необходимость возникает, во-первых,

на начальной стадии проектирования управляемого комплекса, когда нет никаких сведений о параметрах ракеты и системы управления, но требуется уже на этой стадии проектирования дать предварительную оценку точности наведения управляемой ракеты. Во-вторых, прежде чем производить громоздкие расчеты с помощью математической машины, необходимо уметь приближенно оценить порядок получаемых результатов. Это дает возможность рационально выбрать программу расчетов. В-третьих, предварительная оценка точности стрельбы управляемыми ракетами с помощью простых по возможности аналитических методов дает возможность оценить целесообразность их боевого применения при различных условиях.

Простые формулы для определения точности наведения управляемых ракет можно получить за счет введения упрощений в систему уравнений, описывающих процесс наведения, и за счет упрощенного учета вероятностных характеристик основных возмущений. Здесь, как нигде более, помогает диалектический подход к изучаемому явлению, позволяющий выявить характерные основные для данного процесса связи и параметры, от которых главным образом зависит ход процесса и величины ошибок наведения ракет. Поэтому упрощенные формулы для оценки точности динамической системы должны содержать основные параметры ракеты и системы управления, условий стрельбы и характеристики основных возмущений. К основным параметрам ракеты и системы управления можно отнести общий коэффициент усиления, эквивалентную постоянную времени переходного процесса образования управляющей силы, зависящие от эффективности управляющих органов ракеты, ее аэродинамических характеристик, мощности двигателей при газодинамическом управлении, коэффициента усиления и инерционности системы управления.

Условия боевого применения ракет характеризуются начальной дальностью стрельбы, скоростями цели и ракеты, ракурсом и маневрированием цели.

Для того чтобы получить наиболее простой аналитический метод, целесообразно воспользоваться линейной теорией преобразования случайных функций, как наиболее полно разработанной и достаточно точной. Поэтому в основу получения приближенных формул положим линеаризованную систему уравнений процесса наведения ракет на цель. При приближенном рассмотрении процесса наведения реальная динамическая система, поведение которой описывается системой дифференциальных уравнений высокого порядка, должна быть заменена эквивалентной схемой (математической моделью), описываемой дифференциальными уравнениями невысокого порядка, причем основные черты поведения реальной системы и эквивалентной схемы должны быть близкими.

В общем случае нельзя доказать возможность замены системы дифференциальных уравнений системой уравнений более низкого порядка. Однако для реальных динамических систем управляемых ракет такая замена возможна. Эта возможность оправдывается прежде всего тем, что многочисленные элементы системы управления и ракеты, входящие в динамическую систему последовательно, имеют различные полосы пропускания. Поэтому колебания высоких частот отфильтровываются более инерционными элементами. В результате можно пренебрегать некоторыми уравнениями, описывающими высокочастотные процессы. Замена некоторых апериодических и колебательных звеньев усилительными звеньями возможна, когда соответствующие сопрягающие частоты $\omega_l = 1/T_l$, где T_l — постоянная времени, больше той частоты, после которой амплитудная логарифмическая частотная характеристика разомкнутой системы лежит ниже уровня 20 *дб* ([1], § 4.7):

$$L \mid \Phi_1(i\omega_l) \mid \leqslant -20 \text{ дб}, \qquad (21.2.1)$$

где $\Phi_1(i\omega)$ — частотная характеристика разомкнутой системы.

При этом ошибка в определении среднего квадратического отклонения выходной случайной функции замкнутой системы по упрощенной формуле не превосходит 5% при отбрасывании только апериодических звеньев и 20% при отбрасывании колебательного звена.

Характер упрощений системы уравнений и применяемые методы исследования существенным образом зависят от назначения управляемой ракеты, а также от принципа управления. Так, при исследовании процесса наведения автономно управляемых и телеуправляемых ракет, движущихся примерно с постоянными скоростями в горизонтальной плоскости, целесообразно применить хорошо разработанные частотные методы, считая систему приближенно стационарной. В общем случае исследования процесса самонаведения, телеуправления и автономного управления система уравнений оказывается существенно нестационарной. В этих случаях целесообразно применить другие методы. При использовании же частотного метода необходимо определить реакцию линейной системы на гармоническое колебание с учетом нестационарности.

При применении частотных методов к нестационарным системам следует иметь в виду, что частотная характеристика нестационарной системы является функцией двух аргументов — частоты и времени — и определяется не из алгебраического, а из соответствующего дифференциального уравнения. Рассмотрим этот случай несколько подробнее. Пусть нестационарная динамическая система описывается уравнением вида

$$F(t, p)\, y = H(t, p)\, x, \qquad (21.2.2)$$

где y — выходная переменная системы; x — возмущение, действующее на систему; $F(t, p)$ и $H(t, p)$ — полиномы относительно оператора дифференцирования по времени $p = d/dt$ с коэффициентами, зависящими от времени. Степень многочлена $F(t, p)$ обозначим n, а степень многочлена $H(t, p)$ обозначим m, причем будем полагать $n > m$.

Если на вход системы подать гармоническое колебание $x = e^{i\omega t}$, то частный интеграл уравнения (21.2.2), характеризующий реакцию системы на гармоническое колебание $e^{i\omega t}$, действующее в течение достаточно большого промежутка времени, чтобы свободные колебания затухли, выражается через частотную характеристику $\Phi(t, i\omega)$ системы формулой

$$y(t) = \Phi(t, i\omega)\, e^{i\omega t}. \tag{21.2.3}$$

Применяя к $e^{i\omega t}$ оператор $H(t, p)$, а к переменной $\Phi(t, i\omega)\, e^{i\omega t}$ оператор $F(t, p)$, получим

$$H(t, p)\, e^{i\omega t} = e^{i\omega t} H(t, i\omega), \tag{21.2.4}$$

$$F(t, p)\, \Phi(t, i\omega)\, e^{i\omega t} = e^{i\omega t} F(t, i\omega + p)\, \Phi(t, i\omega), \tag{21.2.5}$$

так как

$$p^k e^{i\omega t} = e^{i\omega t} (i\omega)^k,$$

$$p\Phi(t, i\omega)\, e^{i\omega t} = e^{i\omega t} \frac{\partial}{\partial t} \Phi(t, i\omega) + e^{i\omega t} i\omega \Phi(t, i\omega) =$$

$$= e^{i\omega t} (i\omega + p)\, \Phi(t, i\omega)$$

и, следовательно,

$$p^k \Phi(t, i\omega)\, e^{i\omega t} = e^{i\omega t} (i\omega + p)^k\, \Phi(t, i\omega). \tag{21.2.6}$$

Подставляя выражения (21.2.4) и (21.2.5) в уравнение (21.2.2), получим уравнение для определения частотной характеристики системы

$$F(t, i\omega + p)\, \Phi(t, i\omega) = H(t, i\omega). \tag{21.2.7}$$

Применяя формулу Тейлора, представим многочлен $F(t, i\omega + p)$ степени n относительно p в виде

$$F(t, i\omega + p) = F(t, i\omega) + \frac{\partial F(t, i\omega)}{i\partial\omega}\, p + \cdots \frac{1}{n!} \frac{\partial^n F(t, i\omega)}{i^n \partial\omega^n}\, p^n. \tag{21.2.8}$$

Тогда уравнение (21.2.7) примет вид

$$\frac{1}{n!} \frac{\partial^n F(t, i\omega)}{i^n \partial\omega^n} \cdot \frac{\partial^n}{\partial t^n} \Phi(t, i\omega) + \cdots + \frac{\partial F(t, i\omega)}{i\partial\omega} \frac{\partial}{\partial t} \Phi(t, i\omega) +$$

$$+ F(t, i\omega)\, \Phi(t, i\omega) = H(t, i\omega). \tag{21.2.9}$$

При медленном изменении коэффициентов полиномов $F(t, i\omega)$ и $H(t, i\omega)$ в функции времени t функция $\Phi(t, i\omega)$ сама

оказывается медленно изменяющейся функцией времени. Это дает основание применять для определения $\Phi(t, i\omega)$ метод асимптотических разложений или метод последовательных приближений, пренебрегая в первом приближении ее производными.

В результате получим в первом приближении

$$\Phi_1(t, i\omega) = \frac{H(t, i\omega)}{F(t, i\omega)}. \tag{21.2.10}$$

Во втором приближении учтем в уравнении (21.2.9) одну первую производную функции $\Phi(t, i\omega)$ по t, заменив ее производной от первого приближения $\Phi_1(t, i\omega)$, вычисленного по формуле (21.2.10):

$$\frac{\partial F(t, i\omega)}{i\partial\omega}\,\frac{\partial \Phi_1(t, i\omega)}{\partial t} + F(t, i\omega)\,\Phi_2(t, i\omega) = H(t, i\omega). \tag{21.2.11}$$

Отсюда находим функцию $\Phi_2(t, i\omega)$ во втором приближении

$$\Phi_2(t, i\omega) = \frac{H(t, i\omega)}{F(t, i\omega)} - \frac{1}{F(t, i\omega)}\,\frac{\partial F(t, i\omega)}{i\partial\omega}\,\frac{\partial}{\partial t}\,\frac{H(t, i\omega)}{F(t, i\omega)}. \tag{21.2.12}$$

Далее таким же образом можно определить третье приближение и следующие. Однако процесс определения третьего и последующих приближений громоздок и вследствие этого практически не может быть использован. Поэтому изложенный способ определения функции $\Phi(t, i\omega)$ может быть практически рекомендован только для таких случаев, когда поправка к первому приближению получается достаточно малой для того, чтобы можно было пользоваться формулой (21.2.12) и не прибегать к третьему приближению. Следует заметить, что первый член в формуле (21.2.12) является частотной характеристикой системы при применении приема «замораживания» коэффициентов. Второй член этой формулы является в сущности поправкой и может быть также использован для приближенной оценки точности результатов, получаемых с помощью приема «замораживания».

Если система уравнений наведения ракеты существенно нестационарна, то пользоваться частотным методом неудобно, как было сказано выше. В этом случае целесообразно идти по пути существенного понижения порядка системы уравнений и применения различных приближенных методов решения линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Так, если после введения соответствующих упрощений система уравнений приведена к уравнению вида

$$f(t, p)\,y = q(t, p)\,x, \tag{21.2.13}$$

где $f(t, p)$ и $q(t, p)$ — полиномы относительно оператора дифференцирования p с переменными коэффициентами, то интеграл этого уравнения при нулевых начальных условиях может

быть представлен через соответствующую весовую функцию $g(t, \tau)$ в форме

$$y(t) = \int_0^t g(t, \tau) x(\tau) d\tau. \qquad (21.2.14)$$

Весовая функция $g(t, \tau)$ может быть определена путем приближенного или точного решения уравнения

$$f(t, p) g(t, \tau) = q(t, p) \delta(t - \tau) \qquad (21.2.15)$$

при нулевых начальных условиях.

§ 21.3. ОБЩАЯ ФОРМУЛА ДЛЯ ОШИБКИ САМОНАВЕДЕНИЯ РАКЕТЫ ДЛЯ ОДНОГО КАНАЛА

Для вывода общей формулы ошибки наведения самонаводящейся ракеты рассмотрим ее движение относительно цели после выключения (прекращения работы) координатора цели в прямоугольной декартовой системе координат $Цxy$, одна из осей кото-

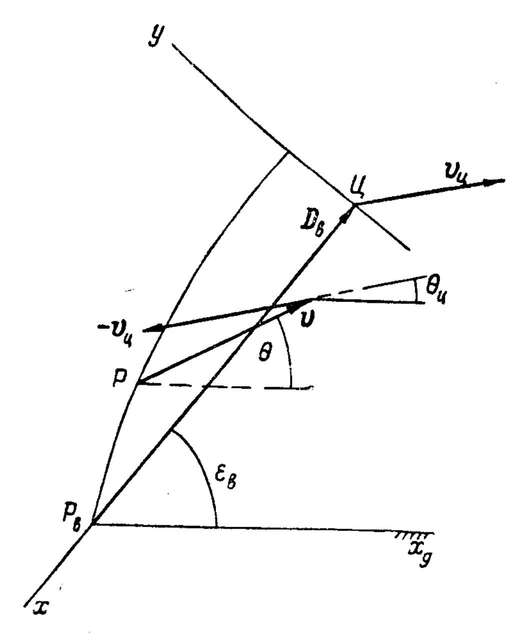


Рис. 21.3.1

рой направлена по вектору дальности в момент выключения координатора цели $D_в$, а вторая—перпендикулярна ей (рис. 21.3.1).

При этом точное определение момента выключения координатора цели совершенно несущественно и в качестве момента выключения $t_в$ может быть выбран практически любой момент времени, близкий к моменту выключения, или даже вообще момент.

начиная с которого траектория ракеты не может существенно измениться, независимо от того, продолжает работать координатор цели или нет. На рис. 21.3.1 точкой $P_в$ обозначено положение ракеты относительно цели в момент выключения координатора цели, а точкой P — положение ракеты в текущий момент времени после выключения. Если дальность выключения $D_в$ достаточно мала, то за ошибку наведения может быть принята ордината центра массы ракеты в выбранной системе координат в момент пересечения центром массы ракеты оси y или, что практически то же, в момент, когда ракета находится на минимальном расстоянии относительно цели при движении по теоретической траектории. Таким образом, для определения ошибки наведения самонаводящейся ракеты достаточно рассмотреть движение ее центра массы в проекции на ось y. Из рис. 21.3.1 находим

$$\dot{y} = v_ц \sin(\varepsilon_в - \theta_ц) - v \sin(\varepsilon_в - \theta). \tag{21.3.1}$$

Линеаризуя это уравнение относительно величин

$$\eta_в = D_в(\varepsilon_{тв} - \varepsilon_в), \quad \zeta = \theta_в - \theta_т, \quad \zeta_ц = \theta_ц - \theta_{цт},$$

получим

$$\dot{y} = \dot{y}_т + [v \cos(\varepsilon_{тв} - \theta_т) - v_ц \cos(\varepsilon_{тв} - \theta_{цт})] \frac{\eta_в}{D_в} +$$
$$+ v \cos(\varepsilon_{тв} - \theta_т)\zeta - v_ц \cos(\varepsilon_{тв} - \theta_{цт})\zeta_ц, \tag{21.3.2}$$

где

$$\dot{y}_т = v_ц \sin(\varepsilon_{тв} - \theta_{цт}) - v \sin(\varepsilon_{тв} - \theta_т).$$

Интегрируя уравнение (21.3.2) и имея в виду, что в момент выключения $t_в$ величина $y = 0$ (в силу выбора системы координат $Цxy$), получим для момента $t_к$ пересечения центром массы ракеты оси y:

$$y_к = y_{тк} + \frac{\eta_в}{D_в} \int_{t_в}^{t_к} [v \cos(\varepsilon_{тв} - \theta_т) - v_ц \cos(\varepsilon_{тв} - \theta_{цт})]\, dt +$$
$$+ \int_{t_в}^{t_к} \zeta v \cos(\varepsilon_{тв} - \theta_т)\, dt - \int_{t_в}^{t_к} v_ц \zeta_ц \cos(\varepsilon_{тв} - \theta_{цт})\, dt. \tag{21.3.3}$$

Но из того же рис. 21.3.1 следует уравнение

$$\dot{x} = v_ц \cos(\varepsilon_в - \theta_ц) - v \cos(\varepsilon_в - \theta). \tag{21.3.4}$$

Интегрируя это уравнение и принимая во внимание, что $x = D_в$ при $t = t_в$ и $x = 0$ при $t = t_к$, получим

$$-D_в = \int_{t_в}^{t_к} [v_ц \cos(\varepsilon_в - \theta_ц) - v \cos(\varepsilon_в - \theta)]\, dt. \tag{21.3.5}$$

Следовательно, пренебрегая вариацией дальности при переходе от теоретического движения к действительному, можем принять

$$\int_{t_в}^{t_к} [v \cos(\varepsilon_{тв} - \theta_т) - v_ц \cos(\varepsilon_{тв} - \theta_{цт})]\, dt = D_в. \qquad (21.3.6)$$

Подставляя это выражение в (21.3.3), получим

$$y_к = y_{тк} + \eta_в + \int_{t_в}^{t_к} \zeta u\, dt - \int_{t_в}^{t_к} \zeta_ц u_1\, dt, \qquad (21.3.7)$$

где $u = v \cos(\varepsilon_{тв} - \theta_т)$, $u_1 = v_ц \cos(\varepsilon_{тв} - \theta_{цт})$.

Формула (21.3.7) показывает, что ошибка наведения самонаводящейся ракеты зависит от изменения вариации угла наклона вектора скорости ракеты ζ и от маневрирования цели после выключения координатора цели. Изменение вариации угла наклона вектора скорости ракеты в свою очередь определяется работой системы управления после момента $t_в$. Если скорость сближения ракеты с целью велика, так что от момента $t_в$ до пересечения центром массы ракеты оси y проходят десятые доли секунды, то искривлением траектории ракеты за время $t_1 = t_к - t_в$ можно пренебречь и считать, что $\zeta = \zeta_в$, $u = v \cos(\varepsilon_{тв} - \theta_{тв}) = \mathrm{const}$. Можно также пренебречь маневрированием цели за время $t_1 = t_к - t_в$ и считать $\zeta_ц = \zeta_{цв}$, $u_1 = v_ц \cos(\varepsilon_{тв} - \theta_{цт}) = \mathrm{const}$. Тогда, вынося величины $\zeta_в$, u, $\zeta_{цв}$, u_1 за знаки интегралов, приведем формулу для ошибки наведения (21.3.7) к виду

$$y_к = y_{тк} + \eta_в + [\zeta_в v \cos(\varepsilon_{тв} - \theta_{тв}) - \zeta_{цв} v_ц \cos(\varepsilon_{тв} - \theta_{цт})](t_к - t_в). \qquad (21.3.8)$$

Далее, учитывая, что

$$\dot{\eta}_в = \zeta_в v \cos(\varepsilon_{тв} - \theta_{тв}) - v_ц \zeta_{цв} \cos(\varepsilon_{тв} - \theta_{цт}) \quad \text{и} \quad t_к - t_в = -\frac{D_в}{\dot{D}_в},$$

можем переписать формулу (21.3.8) в виде

$$y_к = y_{тк} + \eta_в - \frac{D_в}{\dot{D}_в}\dot{\eta}_в. \qquad (21.3.9)$$

Формулы (21.3.8) и (21.3.9) показывают, что в случае малого интервала времени $t_к - t_в$ ошибка самонаведения полностью определяется значениями величин η и ζ в момент выключения координатора цели (или вообще в момент $t_в$, достаточно близкий к моменту пролета ракеты на минимальном расстоянии от цели) и величиной ошибки наведения при движении по теоретической траектории $y_{тк}$.

Формулу (21.3.9) можно еще преобразовать, если учесть, что $\eta_в = D_в(\varepsilon_{тв} - \varepsilon_в) = D_в \delta\varepsilon_в$.

В результате получим

$$y_к = y_{тк} - \frac{D_в^2}{\dot{D}_в}\delta\dot{\varepsilon}_в. \qquad (21.3.10)$$

Вместо формулы (21.3.10) для ошибки самонаведения можно пользоваться другой формулой, получаемой на основании следующих рассуждений. Пусть в момент выключения системы самонаведения на дальности $D_в$ вектор дальности имел угловую скорость, равную $\dot{\varepsilon}_в$. Считая, что, начиная с этого момента, цель и ракета сближаются равномерно и прямолинейно с вектором относительной скорости сближения и постоянной линейной скоростью движения ракеты относительно цели $D_в \dot{\varepsilon}_в$. Умножив эту скорость на время движения $t_к - t_в = -\frac{D_в}{\dot{D}_в}$, получим формулу для ошибки самонаведения

$$y_к = -\frac{D_в^2}{\dot{D}_в} \dot{\varepsilon}_в. \tag{21.3.11}$$

Формула (21.3.11) может быть получена также из (21.3.10), если учесть, что для рассматриваемого случая $y_{тк} = -D_в \dot{\varepsilon}_{тв} (t_к - t_в)$. Отсюда следует, что ошибка самонаведения в случае малого интервала времени $t_к - t_в$ полностью определяется значением угловой скорости вектора дальности $D_в$ в момент выключения системы самонаведения $t_в$.

В случае, когда интервал времени $t_к - t_в$ недостаточно мал, что может быть, например, при сближении ракеты с целью на попутных или близких к попутным курсах, необходимо при вычислении ошибки наведения учесть влияние работы системы управления после момента $t_в$ на изменение вариации угла наклона вектора скорости ракеты ζ. Для этого надо знать, как использует система управления значение последнего сигнала координатора цели. В общем случае система управления может использовать последний сигнал координатора цели различными способами. Так, например, измеряемое системой самонаведения значение параметра управления может сохраняться постоянным значением после прекращения работы координатора цели. В более общем случае операторы системы управления могут скачком изменяться после момента $t_в$ (т. е. в момент $t_в$ может происходить переключение на другие операторы). Характеризуя динамические свойства системы управления и ракеты после выключения координатора цели весовой функцией $g_{\zeta\Delta}(t, \tau)$ от параметра управления до величины угла ζ, можем написать

$$\zeta = \zeta_в + \int_{t_в}^{t_к} g_{\zeta\Delta}(t, \tau) \Delta_в \, d\tau. \tag{21.3.12}$$

Полагая, согласно изложенному в § 19.3, что в общем случае параметр управления Δ выражается формулой

$$\Delta = l_\eta \frac{\eta}{D_г} + l_\zeta \zeta + l_\alpha \alpha, \tag{21.3.13}$$

где каждый из коэффициентов l_η, l_ζ и l_α, в зависимости от метода наведения, равен или нулю, или единице, перепишем выражение (21.3.12) в виде

$$\zeta = [1 + l_\zeta \Psi(t)]\zeta_в + \Psi(t)\left(l_\eta \frac{\eta_в}{D_{тв}} + l_\alpha \alpha_в\right), \qquad (21.3.14)$$

где $\Psi(t) = \int\limits_t^{t_к} g_{\zeta\Delta}(t, \tau)\, d\tau$.

Формула (21.3.14) определяет изменение вариации угла наклона вектора скорости ракеты ζ после выключения координатора цели в общем случае. При достаточно малом интервале времени $t_к - t_в$ интеграл $\Psi(t)$ близок к нулю, а величина ζ практически постоянна и равна $\zeta_в$. Подставляя выражение (21.3.14) в формулу (21.3.7), получим формулу для ошибки наведения ракеты

$$y_к = y_{тк} + a_\eta \eta_в + a_\zeta \zeta_в + a_\alpha \alpha_в + \int\limits_{t_в}^{t_к} \zeta_ц u_1\, dt, \qquad (21.3.15)$$

где обозначено

$$a_\eta = 1 + \frac{l_\eta}{D_{тв}} \int\limits_{t_в}^{t_к} u(t)\Psi(t)\, dt,$$

$$a_\zeta = \int\limits_{t_в}^{t_к} [u(t) + l_\zeta u_1(t)\Psi(t)]\, dt, \quad a_\alpha = l_\alpha \int\limits_{t_в}^{t_к} u(t)\Psi(t)\, dt.$$

Формула (21.3.15) показывает, что ошибка наведения самонаводящейся ракеты в общем случае определяется значениями величин η, ζ, α в момент времени $t_в$, ошибкой движения по теоретической траектории и маневрированием цели после момента $t_в$. Формула (21.3.9) является частным случаем формулы (21.3.15), когда $g_{\zeta\Delta}(t, \tau) \equiv 0$.

§ 21.4. УПРОЩЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ ПРОЦЕССА НАВЕДЕНИЯ САМОНАВОДЯЩЕЙСЯ РАКЕТЫ

Основными возмущениями, вызывающими ошибку наведения самонаводящихся ракет, являются ошибки измерения параметров управления и начальные ошибки прицеливания и пуска ракет. Ошибка измерения параметров управления координатором цели является случайной функцией времени. Вероятностное описание ее дано ранее, в гл. 4. Начальные ошибки пуска, имеющие важное значение при малых дальностях стрельбы, будем характеризовать случайными величинами. На ошибку самонаведения большое влияние оказывает также маневрирование це-

ли. Будем полагать, что цель маневрирует со случайным нормальным ускорением, так как такой маневр является при атаке цели самонаводящейся ракетой наиболее целесообразным защитным маневром. Для предварительной оценки точности стрельбы самонаводящимися ракетами и назначения требований к системе управления и ракете при некоторых рациональных упрощениях можно так же, как и выше, получить приближенный аналитический метод. Это можно сделать, если учесть только основные параметры ракеты и системы управления и считать скорости ракеты и цели постоянными и равными их средним значениям на траектории.

Основные закономерности, связанные с точностью стрельбы самонаводящимися ракетами, могут быть также выявлены на примере рассмотрения продольного канала наведения крестокрылой ракеты. При этом, чтобы применить хорошо разработанные методы анализа точности динамических систем, воспользуемся линеаризованными уравнениями движения ракеты. В качестве теоретического движения удобно взять движение при точном выполнении идеальной связи, соответствующей принятому методу наведения при неманеврирующей цели. Линеаризованное кинематическое уравнение движения центра массы ракеты в продольной плоскости имеет вид (§ 20.6)

$$\dot{\eta} = v_{11}\zeta - U, \qquad (21.4.1)$$

где в данном случае

$$v_{11} = v\cos(\varepsilon_т - \theta_т), \quad U = V_ц \cos(\varepsilon_т - \theta_{цт}).$$

Линеаризованное динамическое уравнение движения центра массы ракеты в продольном канале примем в общем случае в форме

$$mv\dot{\zeta} = F - F_т, \qquad (21.4.2)$$

где F — управляющая сила, которая при аэродинамическом управлении с помощью неподвижного крыла равна $F = mvA_\alpha \alpha$, при аэродинамическом управлении с помощью поворотного крыла имеет выражение $F = mv A_\delta \delta$, при газодинамическом управлении $F = T_y$ — нормальная к траектории составляющая тяги реактивного управляющего двигателя, $F_т$ — управляющая сила, необходимая для осуществления теоретической траектории.

Динамику создания управляющей силы можно приближенно описать линейным дифференциальным уравнением

$$\tau\dot{F} + F = -k_0 u, \qquad (21.4.3)$$

где u — управляющий сигнал, k_0 — коэффициент пропорциональности, а τ — постоянная времени, характеризующая запаздывание управляющей силы. При аэродинамическом рулевом управлении величины k_0 и τ могут быть приближенно определены на основании формул § 16.4, если считать приближенно

движение ракеты относительно центра массы описывающимся уравнением апериодического звена. Тогда, используя уравнение (16.4.3), получим

$$k_0 = \frac{c_\delta k A_\alpha m v}{c_\alpha + c_\delta k k_\text{т} A_\alpha + c_\delta k k_a v A_\alpha'}, \quad \tau = \frac{c_{\dot\alpha} + c_\delta k k_\text{г}}{c_\alpha + c_\delta k k_\text{г} A_\alpha + c_\delta k k_a v A_\alpha'}. \tag{21.4.4}$$

Инерционностью рулевой машины в этом случае можно пренебречь по сравнению с инерционностью движения ракеты относительно центра массы. При аэродинамическом управлении с помощью поворотного крыла запаздывание в образовании управляющей силы обусловливается главным образом инерционностью рулевой машины. При газодинамическом управлении запаздывание в образовании управляющей силы также зависит главным образом от исполнительного устройства.

При самонаведении на малоразмерные маневрирующие цели целесообразнее всего применять самонаведение, основанное на методе параллельного сближения или его разновидностях. В качестве основного измерителя в системе самонаведения такого типа используется следящий координатор цели, измеряющий угловую скорость вращения вектора дальности (линии визирования). Уравнение работы одного канала следящего координатора в упрощенной форме при пренебрежении инерционностью с учетом ошибки измерения имеет вид

$$u = k_1(\Delta + \dot X), \quad \Delta = -\dot\varepsilon, \tag{21.4.5}$$

где k_1 — коэффициент усиления; Δ — параметр управления; X — ошибка измерения параметра управления. Заменим в уравнениях (21.4.5) $\varepsilon = \varepsilon_\text{т} - \delta\varepsilon$. Пусть теоретическое движение выбрано таким, что $\dot\varepsilon_\text{т} = 0$.

Тогда $F_\text{т} = 0$ и уравнения (21.4.5) принимают вид:

$$u = k_1(\delta\dot\varepsilon + \dot X). \tag{21.4.6}$$

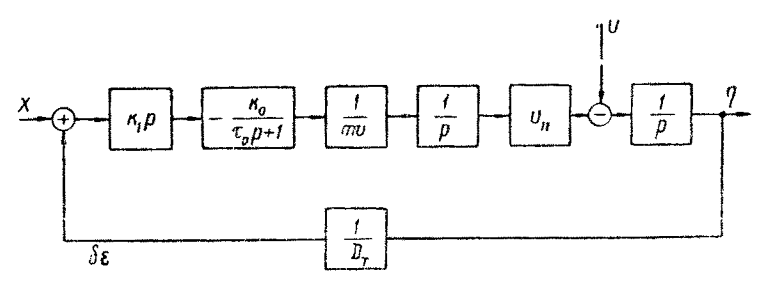


Рис. 21.4.1

Система уравнений (21.4.1), (21.4.2), (21.4.3), (21.4.6) представляет собой замкнутую систему приближенных уравнений процесса самонаведения ракеты. Этой системе уравнений соответствует структурная схема, изображенная на рис. 21.4.1.

Обычно координаторы цели, устанавливаемые на самонаводящихся ракетах, выключаются или перестают работать на некотором расстоянии $D_{в}$ от цели и далее ракета лежит как неуправляемая. Ошибка наведения ракеты на цель вычисляется в предположении, что на конечном участке ракета и цель движутся равномерно и прямолинейно со скоростями, которые они имели в момент выключения. Уравнение ошибки наведения в этом случае на основании формулы (21.3.10) имеет вид

$$y = -\frac{D_{тв}^2}{\dot{D}_{тв}} \dot{\delta\varepsilon}_{в}, \qquad (21.4.7)$$

где буква «в» указывает, что соответствующие величины должны быть взяты в момент выключения координатора. За момент выключения системы можно принять любой текущий момент времени. Тогда формула (21.4.7) выражает ошибку наведения для любого текущего момента времени. Приведем систему уравнений (21.4.1), (21.4.2), (21.4.3), (21.4.6) и (21.4.7) к одному уравнению относительно текущего значения ошибки наведения y. Для этого продифференцируем первое уравнение системы (21.4.1), учитывая, что $\eta = D_{т}\delta\varepsilon$, $\ddot{D}_{т} = 0$, $\dot{v}_{11} = 0$.

В результате получим

$$\dot{D}_{т}\ddot{\delta\varepsilon} + 2\dot{D}_{т}\dot{\delta\varepsilon} = v_{11}\dot{\zeta} - \dot{U}. \qquad (21.4.8)$$

С другой стороны, продифференцировав уравнение (21.4.7) и опустив индекс «в» в правой части для текущего значения промаха, получим

$$\dot{y} = -\frac{D_{т}}{\dot{D}_{т}}(D_{т}\ddot{\delta\varepsilon} + 2\dot{D}_{т}\dot{\delta\varepsilon}). \qquad (21.4.9)$$

Сравнивая выражения (21.4.9) и (21.4.8), получим

$$\dot{y} = -\frac{D_{т}}{\dot{D}_{т}}(v_{11}\dot{\zeta} - \dot{U}). \qquad (21.4.10)$$

Далее из уравнений (21.4.2), (21.4.3) и (21.4.6) исключим переменные F и u, подставляя выражение для u из (21.4.6) и выражение для F из (21.4.2) в уравнение (21.4.3). В результате получим

$$\tau mv\ddot{\zeta} + mv\dot{\zeta} = -k_0 k_1 (\dot{\delta\varepsilon} + X). \qquad (21.4.11)$$

В уравнении (21.4.11) заменим $\dot{\delta\varepsilon}$ через y из уравнения (21.4.7), опуская значок «в», после чего с помощью уравнения (21.4.10) освободимся от промежуточной переменной ζ. Проделав это, получим уравнение относительно переменной y в следующем виде:

$$\tau\ddot{y} + \left(1 - \frac{\dot{D}_{т}}{D_{т}}\tau\right)\dot{y} + \frac{k_0 k_1 v_{11}}{mvD_{т}} y = \frac{D_{т}}{\dot{D}_{т}}\left(\frac{k_0 k_1 v_{11}}{mv} X + \tau\ddot{U} + \dot{U}\right). \qquad (21.4.12)$$

Полученное уравнение (21.4.12) приближенно определяет ошибку самонаведения при наведении методом параллельного сближения или близким ему. При других методах наведения соответствующие уравнения также могут быть получены аналогичным путем.

§ 21.5. ФОРМУЛЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТОЧНОСТИ САМОНАВЕДЕНИЯ

Для определения ошибки самонаведения ракеты необходимо решить уравнение (21.4.12) при начальном условии $t=t_0$, $y(t_0)=y_0$, $\dot{y}(t_0)=\dot{y}_0$, где y_0 и $\dot{y}_0$ — случайные величины, определяемые условиями прицеливания в момент начала самонаведения.

Для того чтобы в дальнейшем воспользоваться общим методом решения неоднородного уравнения, целесообразно заменить начальные условия уравнения (21.4.12) соответствующими возмущениями в правой части. Для этого учтем, что изменение y скачком от 0 до y_0 требует ввода члена $y_0\delta(t-t_0)$ в $\dot{y}$ и $y_0\delta'(t-t_0)$ в $\ddot{y}$. Учитывая, что $\dot{y}$ умножается на $\left(1-\frac{\dot{D}_т}{D_т}\tau\right)$, а $\ddot{y}$ умножается на τ, следует, что для обеспечения скачка величины y на y_0 при $t=t_0$ в правую часть уравнения (21.4.12) надо ввести функцию

$$z_1(t, t_0)=\left[\tau\delta'(t-t_0)+\left(1-\frac{\dot{D}_{т0}}{D_{т0}}\tau\right)\delta(t-t_0)\right]y_0. \qquad (21.5.1)$$

Чтобы учесть скачок в $\dot{y}$ от 0 до $\dot{y}_0$ при $t=t_0$, необходимо в $\ddot{y}$ ввести член $\dot{y}_0\delta(t-t_0)$, что соответствует вводу в уравнение в правой части (21.4.12) функции

$$z_2(t, t_0)=\tau\dot{y}_0\,\delta(t-t_0). \qquad (21.5.2)$$

Следовательно, чтобы заменить начальные условия в уравнении (21.4.12) возмущением в правой части, надо в правую часть уравнения ввести функцию

$$z_3(t, t_0)=\left[\left(1-\frac{\dot{D}_{т0}}{D_{т0}}\tau\right)y_0+\tau\dot{y}_0\right]\delta(t-t_0)+\tau y_0\delta'(t-t_0). \qquad (21.5.3)$$

В итоге получаем вместо уравнения (21.4.12) следующее неоднородное уравнение с нулевыми начальными условиями

$$\tau\ddot{y}+\left(1-\frac{\dot{D}_т}{D_т(t)}\tau\right)\dot{y}+\frac{k_0k_1v_{11}}{mvD_т(t)}y=z(t, t_0), \qquad (21.5.4)$$

где функция $z(t, t_0)$ имеет вид

$$z(t, t_0)=\frac{D_т}{\dot{D}_т}\left[\frac{k_0k_1v_{11}}{mv}\dot{X}(t)+\tau\ddot{U}(t)+\dot{U}(t)\right]+$$

$$+\left[\left(1-\frac{\dot{D}_{т0}}{D_{т0}}\tau\right)y_0+\tau\dot{y}_0\right]\delta(t-t_0)+\tau y_0\delta'(t-t_0). \qquad (21.5.5)$$

Уравнение (21.5.4) представляет собой линейное неоднородное уравнение с переменными коэффициентами. Интеграл этого уравнения является случайной функцией времени, так как в правой части уравнения имеется случайная функция времени $z(t, t_0)$. Вследствие сильной нестационарности уравнения (21.5.4) из-за быстрого изменения коэффициента $1/D_т$ при малых $D_т$ для решения уравнения (21.5.4) следует воспользоваться методом весовых функций. Если известна весовая функция $g(t, \tau)$, определяемая уравнением

$$\tau \frac{\partial^2}{\partial t^2} g(t, s) + \left(1 - \frac{\dot{D}_т}{D_т(t)} \tau\right) \frac{\partial}{\partial t} g(t, s) - B \frac{\dot{D}_т}{D_т(t)} g(t, s) = \delta(t - s) \quad (21.5.6)$$

при нулевых начальных условиях, где $B = k_0 k_1 v_{11}/mvv_r$ — обобщенный коэффициент усиления, $v_r = -\dot{D}_т$, то решение уравнения (21.5.4) при нулевых начальных условиях может быть определено по формуле

$$y(t) = \int_{t_0}^{t} g(t, s)\, z(s, t_0)\, ds. \quad (21.5.7)$$

Подставляя в (21.5.7) выражение для $z(s, t_0)$ из (21.5.5), пользуясь свойством δ - функции (см. [1], § 2.1) и полагая $t_0 = 0$, получим

$$y(t) = -\int_0^t g(t, s) B D_т(s) \dot{X}(s)\, ds + \int_0^t g(t, s) \frac{D_т(s)}{\dot{D}_т} \times$$
$$\times [\tau \ddot{U}(s) + \dot{U}(s)]\, ds + \left[\left(1 - \frac{\dot{D}_{т0}}{D_{т0}} \tau\right) y_0 + \tau \dot{y}_0\right] g(t, 0) +$$
$$+ \tau y_0 \left[\frac{\partial g(t, s)}{\partial s}\right]_{s=0}. \quad (21.5.8)$$

Обычно известны вероятностные характеристики случайной функции $X(t)$, а не ее производной, поэтому целесообразно первое слагаемое формулы (21.5.8) преобразовать так, чтобы производная $\dot{X}(t)$ в нее не входила. Это можно сделать, например, пользуясь свойством весовой функции последовательно соединенных линейных систем (см. [1], § 4.9 и 2.1). Действительно, преобразование линейной системой с весовой функцией $g(t, s)$ $D_т(s)$ функции $\dot{X}(t)$ (рис. 21.5.1,*а*) эквивалентно преобразованию функции $X(t)$ последовательным соединением идеального дифференциатора с весовой функцией $\dot{\delta}(t - \tau)$ и линейной системы с весовой функцией $g(t, s) D_т(s)$ (рис. 21.5.1,*б*). Весо-

вая функция последовательного соединения рассмотренных звеньев (рис. 21.5.1,б) равна (см. [1], § 4.4)

$$\int\limits_s^t D_т(\tau)\, g(t, \tau)\, \dot{\delta}(\tau - s)\, d\tau = -\frac{\partial}{\partial s}[D_т(s)\, g(t, s)]. \qquad (21.5.9)$$

Поэтому формула (21.5.8) принимает вид

$$y(t) = \int\limits_0^t BX(s)\, \frac{\partial}{\partial s}[D_т(s)\, g(t, s)]\, ds + \int\limits_0^t g(t, s)\, \frac{D_т(s)}{\dot{D}_т} \times$$

$$\times [\tau \ddot{U}(s) + \dot{U}(s)]\, ds + \left[\left(1 - \frac{\dot{D}_{т0}}{D_{т0}}\tau\right) y_0 + \tau \dot{y}_0\right] g(t, 0) +$$

$$+ \tau y_0 \left[\frac{\partial g(t, s)}{\partial s}\right]_{s=0}. \qquad (21.5.10)$$

Что касается второго интеграла в правой части выражения (21.5.10), то его дальнейшее преобразование произведем позднее для конкретного вида функции $U(t)$.

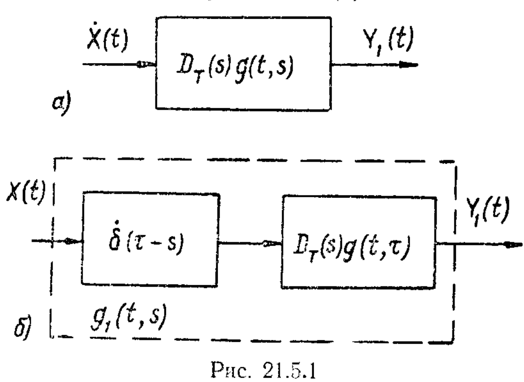


Рис. 21.5.1

Решение уравнения (21.5.6) в конечном виде можно получить только в частных случаях. Однако при малых значениях параметра τ это уравнение можно упростить, если пренебречь членом со второй производной. Это можно сделать в силу малости параметра τ и гладкости функции $g(t, s)$, имеющей малую вторую производную. Тогда уравнение (21.5.6) принимает вид

$$\left[1 + \frac{v_r \tau}{D_т(t)}\right] \frac{\partial}{\partial t}\, g(t, s) + \frac{Bv_r}{D_т(t)}\, g(t, s) = \delta(t - s). \qquad (21.5.11)$$

Решение этого уравнения может быть легко получено в конечном виде. Для этого приведем его к форме

$$\frac{\partial}{\partial t}\, g(t, s) + \frac{Bv_r}{D_т(t) + v_r \tau}\, g(t, s) = \frac{D_т(t)}{D_т(t) + v_r \tau}\, \delta(t - s). \qquad (21.5.12)$$

Интеграл этого уравнения при нулевых начальных условиях имеет вид

$$g(t, s) = e^{-\int\limits_0^t \frac{Bv_r}{D_т(\sigma) + v_r\tau} d\sigma} \times$$

$$\times \int\limits_0^t \frac{D_т(t')}{D_т(t') + v_r\tau} \delta(t' - s) e^{\int\limits_0^{t'} \frac{Bv_r}{D_т(\sigma) + v_r\tau} d\sigma} dt'. \quad (21.5.13)$$

Используя свойство δ-функции, получим

$$g(t, s) = \frac{D_т(s)}{D_т(s) + v_r\tau} e^{\int\limits_t^s \frac{Bv_r}{D_т(\sigma) + v_r\tau} d\sigma}. \quad (21.5.14)$$

При принятой зависимости $D_т(t) = D_0 - v_r t$ интеграл в полученной формуле легко вычисляется

$$\int\limits_t^s \frac{Bv_r}{D_0 - v_r\sigma + v_r\tau} d\sigma = B \ln \frac{D_т(t) + v_r\tau}{D_т(s) + v_r\tau}.$$

Окончательно получаем

$$g(t, s) = \frac{D_т(s)}{D_т(s) + v_r\tau} \left[\frac{D_т(t) + v_r\tau}{D_т(s) + v_r\tau}\right]^B. \quad (21.5.15)$$

Полученное решение уравнения первого порядка (21.5.11) в форме (21.5.15) не является решением уравнения второго порядка (21.5.6), однако достаточно близко к последнему при $t > s$. При $t < s$ функция (21.5.15) равна нулю по условию физической возможности, а при $t = s$ изменяется скачком. Точное решение уравнения (21.5.6) при $t = s$ не имеет скачка, хотя изменяется от нулевого значения достаточно быстро. Следует заметить, что интегралы от функции (21.5.15) и функции, являющейся точным решением уравнения (21.5.6), должны быть близкими. В дальнейшем мы будем пользоваться только интегралами от функции $g(t, s)$ и значением функции при $t \gg s$. Поэтому примем полученное решение (21.5.15) уравнения (21.5.11) за приближенное значение искомой функции $g(t, s)$. В тех случаях, когда потребуется производная функции $g(t, s)$, отбросим δ-функцию, возникающую при дифференцировании функции (21.5.15), так как точная производная функции $g(t, s)$ при $t = s$ не имеет δ-функции вследствие отсутствия скачка у точной функции $g(t, s)$.

Для вычисления вероятностных характеристик ошибки самонаведения необходимо знать соответствующие вероятностные

характеристики внешних сигналов: ошибки измерения угловых координат цели X, начальных ошибок пуска ракеты y_0 и $\dot{y}_0$ и маневра цели U.

Ошибка измерения координат цели является случайной функцией времени и рассмотрена в главе 4. Эта ошибка может быть представлена в виде

$$X(t) = X_{ф}(t) + \frac{1}{D_{т}(t)} X_{б}(t), \qquad (21.5.16)$$

где $X_{ф}(t)$ и $X_{б}(t)$ — некоррелированные стационарные случайные функции времени, имеющие равные нулю математические ожидания. Случайные функции $X_{ф}(t)$ и $X_{б}(t)$ обладают практически постоянной спектральной плотностью в полосе пропускания системы самонаведения, т. е. имеют характер стационарного белого шума. Поэтому их корреляционные функции приближенно можно выразить формулами

$$k_{x\,ф}(t-t') = 2\pi s_1 \delta(t-t'), \quad k_{б}(t-t') = 2\pi s_2 \delta(t-t'), \qquad (21.5.17)$$

где s_1 и s_2 — соответствующие спектральные плотности.

Начальные ошибки пуска или начала самонаведения y_0 и $\dot{y}_0$, как было уже сказано, являются случайными величинами и могут быть определены по формулам

$$y_0 = -\frac{D_0^2}{v_r}\dot{\varepsilon}_0, \quad \dot{y}_0 = \frac{D_0 A_\alpha(\alpha_0 - \alpha_{т\,0})\, v \cos(\varepsilon_{т\,0} - \theta_{т\,0})}{v_r}, \qquad (21.5.18)$$

где $\dot{\varepsilon}_0$ — угловая скорость линии визирования в начальный момент, α_0 — фактический угол атаки в начальный момент; $\alpha_{т0}$ — теоретический угол атаки в начальный момент.

Маневр цели учитывается функцией $U(t)$, которая в данном случае имеет вид

$$U(t) = V_{ц}\zeta_{ц} \cos(\varepsilon_{т} - \theta_{цт}), \qquad (21.5.19)$$

где $\zeta_{ц} = \dot{\theta}_{ц} t$, а $\dot{\theta}_{ц}$ и $V_{ц}$ — случайные величины угловой скорости и модуля вектора скорости цели. Полагая их равными

$$V_{ц} = v_{ц} + V_{ц}^0, \quad \dot{\theta}_{ц} = \dot{\theta}_{ц1} + \dot{\theta}_{ц}^0, \qquad (21.5.20)$$

запишем формулу (21.5.19) с точностью до второго порядка случайных центрированных величин

$$U(t) = m_u(t) + U^0(t), \qquad (21.5.21)$$

где
$$m_u(t) = v_{ц}\dot{\theta}_{ц1} t \cos(\varepsilon_{т} - \theta_{цт}),$$
$$U^0(t) = (V_{ц}^0 \dot{\theta}_{ц1} + v_{ц}\dot{\theta}_{ц}^0) t \cos(\varepsilon_{т} - \theta_{цт}).$$

Из формулы (21.5.21) следует, что $\ddot{U} = 0$ при $\varepsilon_{т}$, $\theta_{цт}$, $v_{ц}$, $\dot{\theta}_{ц1}$ постоянных.

Применив операцию математического ожидания к левой и правой частям равенства (21.5.10) и учитывая выражение (21.5.21), получим математическое ожидание ошибки самонаведения в форме

$$m_y = -\frac{v_ц \dot{\theta}_{ц1} \cos(\varepsilon_т - \theta_{цт})}{v_r} \int_0^t D_т(s)\, g(t, s)\, ds +$$

$$+\left\{\left(1 + \frac{v_r \tau}{D_0}\right) g(t, 0) + \tau \left[\frac{\partial g(t, s)}{\partial s}\right]_{s=0}\right\} m_{y_0} + \tau g(t, 0) m_{\dot{y}_0}. \quad (21.5.22)$$

Интеграл, входящий в формулу (21.5.22), вычисляется после подстановки выражения для $g(t, s)$ из (21.5.15) и выражения $D_т(s) = D_0 - v_r s$. Полагая $t = T - t_1$, где $T = D_0/v_r$ — полное время полета ракеты до цели, $t_1 = D_в/v_r$ — время неуправляемого полета ракеты с момента выключения системы управления, и учитывая, что $g(t, s)$ зависит параметрически от величин B и τ, интеграл запишем в виде

$$\frac{1}{v_r} \int_0^{T - t_1} D_т(s)\, g(T - t_1, s)\, ds = f_1(B, \tau, T, t_1), \quad (21.5.23)$$

где $$f_1(B, \tau, T, t_1) = \frac{(t_1 + \tau)^2}{B - 2}\left[1 - \left(\frac{t_1 + \tau}{T + \tau}\right)^{B-2}\right] -$$

$$-\frac{2\tau(t_1 + \tau)}{B - 1}\left[1 - \left(\frac{t_1 + \tau}{T + \tau}\right)^{B-1}\right] + \frac{\tau^2}{B}\left[1 - \left(\frac{t_1 + \tau}{T + \tau}\right)^{B}\right]. \quad (21.5.24)$$

Формула (21.5.24) справедлива для всех B, не равных 1 и 2. При $B = 1$ функция f_1 должна вычисляться по формуле

$$f_1(1, \tau, T, t_1) = (t_1 + \tau)\left(T - t_1 - 2\tau \ln \frac{T + \tau}{t_1 + \tau}\right) +$$

$$+ \tau^2\left(1 - \frac{t_1 + \tau}{T + \tau}\right). \quad (21.5.25)$$

При $B = 2$ функция f_1 равна:

$$f_1(2, \tau, T, t_1) = (t_1 + \tau)^2 \ln \frac{T + \tau}{t_1 + \tau} - 2\tau(t_1 + \tau)\left[1 - \frac{t_1 + \tau}{T + \tau}\right] +$$

$$+ \frac{\tau^2}{2}\left[1 - \left(\frac{t_1 + \tau}{T + \tau}\right)^2\right]. \quad (21.5.26)$$

Коэффициенты при m_{y_0} и $m_{\dot{y}_0}$ в выражении (21.5.22) также легко преобразуются после подстановок $D(t) = D_0 - v_r t$,

$t = T - t_1$ и функции $g(t, s)$, зависящей от B и τ в форме (21.5.15)

$$\left(1 + \frac{v_r \tau}{D_0}\right) g(t, 0) + \tau \left[\frac{\partial g(t, s)}{\partial s}\right]_{s=0} = f_2(B, \tau, T, t_1), \qquad (21.5.27)$$

где

$$f_2(B, \tau, T, t_1) = \frac{(t_1 + \tau)^B}{(T + \tau)^{B+1}} \left[T + \tau \frac{(B+1) T}{T + \tau}\right], \qquad (21.5.28)$$

$$\tau g(t, 0) = f_3(B, \tau, T, t_1), \qquad (21.5.29)$$

где

$$f_3(B, \tau, T, t_1) = \frac{T\tau}{T + \tau} \left[\frac{t_1 + \tau}{T + \tau}\right]^B. \qquad (21.5.30)$$

Окончательно получаем для вычисления математического ожидания ошибки самонаведения формулу

$$m_y = -v_ц \dot{\theta}_{ц1} \cos(\varepsilon_т - \theta_{цт}) f_1(B, \tau, T, t_1) + m_{y_0} f_2(B, \tau, T, t_1) +$$
$$+ \dot{m}_{y_0} f_3(B, \tau, T, t_1). \qquad (21.5.31)$$

Вычитая из равенства (21.5.10) почленно равенство (21.5.22) с учетом выражения (21.5.21), получим для вычисления случайной центрированной составляющей ошибки самонаведения формулу

$$y^0(t) = B \int_0^t X(s) \frac{\partial}{\partial s} [D_т(s) g(t, s)] ds - \frac{V_ц^0 \dot{\theta}_{ц1} + v_ц \dot{\theta}^0}{v_r} \times$$
$$\times \cos(\varepsilon_т - \theta_{цт}) \int_0^t D_т(s) g(t, s) ds + y_0^0 \left\{\left(1 + \frac{v_r \tau}{D_0}\right) g(t, 0) +\right.$$
$$\left. + \tau \left[\frac{\partial g(t, s)}{\partial s}\right]_{s=0}\right\} + \dot{y}_0^0 \tau g(t, 0). \qquad (21.5.32)$$

Учитывая формулы (21.5.23), (21.5.27) и (21.5.29), выражение (21.5.32) принимает форму

$$y^0 = B \int_0^t X(s) \frac{\partial}{\partial s} [D_т(s) g(t, s)] ds - (V_ц^0 \dot{\theta}_ц + v_ц \dot{\theta}_ц^0) \times$$
$$\times \cos(\varepsilon_т - \theta_{цт}) f_1(B, \tau, T, t_1) + y_0^0 f_2(B, \tau, T, t_1) +$$
$$+ \dot{y}_0^0 f_3(B, \tau, T, t_1) \qquad (21.5.33)$$

Для определения дисперсии ошибки самонаведения возведем в квадрат выражение (21.5.33) и применим операцию математического ожидания к правой и левой частям, учитывая формулы (21.5.16), (21.5.17) и независимость случайных переменных $X_ф$, $X_б$, $V_ц^0$, $\dot{\theta}_ц^0$, y_0^0, $\dot{y}_0^0$.

В результате получим

$$\sigma_y^2 = 2\pi s_1 B^2 \int_0^t \left\{\frac{\partial}{\partial s}\left[D_т(s)\, g(t, s)\right]\right\}^2 ds + 2\pi s_2 B^2 \int_0^t \left\{\frac{1}{D_т(s)} \times \right.$$

$$\left. \times \frac{\partial}{\partial s}\left[D_т(s)\, g(t, s)\right]\right\}^2 ds + \left(\dot{\theta}_ц^2 \sigma_{v_ц}^2 + v_ц^2 \sigma_{\dot{\theta}_ц}^2\right)\cos^2(\varepsilon_т - \theta_{цт}) \times$$

$$\times f_1^2(B, \tau, T, t_1) + \sigma_{y_0}^2 f_2^2(B, \tau, T, t_1) + \sigma_{\dot{y}_0}^2 f_3(B, \tau, T, t_1). \quad (21.5.34)$$

Вычислим частную производную под знаком интегралов в формуле (21.5.34), подставляя для $g(t, s)$ выражение (21.5.15) и отбрасывая возникающую при дифференцировании δ-функцию. В результате получим

$$\frac{\partial}{\partial s}\left\{\frac{D_т^2(s)}{D_т(s) + v_r\tau}\left[\frac{D_т(t) + v_r\tau}{D_т(s) + v_r\tau}\right]^B\right\} =$$

$$= v_r \frac{(B-1)\,D_т^2(s) - 2D_т(s)\, v_r\tau}{(D_т(s) + v_r\tau)^2}\left[\frac{D_т(t) + v_r\tau}{D_т(s) + v_r\tau}\right]^B. \quad (21.5.35)$$

Подставим выражение (21.5.35) в формулу (21.5.34) и произведем интегрирование. Окончательно для вычисления дисперсии ошибки самонаведения получим формулу

$$\sigma_y^2 = 2\pi s_1 v_r^2 f_4(B, \tau, T, t_1) + 2\pi s_2 f_5(B, \tau, T, t_1) +$$

$$+ \left(\dot{\theta}_{ц1}^2 \sigma_{v_ц}^2 + v_ц^2 \sigma_{\dot{\theta}_ц}^2\right)\cos^2(\varepsilon_т - \theta_{цт})\, f_1^2(B, \tau, T, t_1) +$$

$$+ \sigma_{y_0}^2 f_2^2(B, \tau, T, t_1) + \sigma_{\dot{y}_0}^2 f_3^2(B, \tau, T, t_1), \quad (21.5.36)$$

где
$$f_4(B, \tau, T, t_1) = B^2\left\{\frac{(B-1)^2}{2B-1}(t_1+\tau)\left[1 - \left(\frac{t_1+\tau}{T+\tau}\right)^{2B-1}\right] - \right.$$

$$- 2\tau(B-1)\left[1 - \left(\frac{t_1+\tau}{T+\tau}\right)^{2B}\right] + \frac{2\tau^2(3B^2-1)}{(2B+1)(t_1+\tau)} \times$$

$$\times\left[1 - \left(\frac{t_1+\tau}{T+\tau}\right)^{2B+1}\right] - \frac{2\tau^3 B}{(t_1+\tau)^2}\left[1 - \left(\frac{t_1+\tau}{T+\tau}\right)^{2B+2}\right] +$$

$$\left. + \frac{\tau^4(B+1)^2}{(2B+3)(t_1+\tau)^3}\left[1 - \left(\frac{t_1+\tau}{T+\tau}\right)^{2B+3}\right]\right\} \quad (21.5.37)$$

при $B \neq 1/2$,

$$f_5(B, \tau, T, t_1) = B^2 \left\{ \frac{(B-1)^2}{(2B+1)(t_1+\tau)} \left[1 - \left(\frac{t_1+\tau}{T+\tau} \right)^{2B+1} \right] - \right.$$

$$- \frac{\tau (B-1)}{(t_1+\tau)^2} \left[1 - \left(\frac{t_1+\tau}{T+\tau} \right)^{2B+2} \right] +$$

$$\left. + \frac{\tau^2 (B+1)^2}{(2B+3)(t_1+\tau)^3} \left[1 - \left(\frac{t_1+\tau}{T+\tau} \right)^{2B+3} \right] \right\}. \qquad (21.5.38)$$

Функции f_4 и f_5 слабо зависят от параметра T при большом T (при больших начальных дальностях самонаведения). Поэтому эти формулы при большом параметре T упрощаются и принимают форму

$$f_4(B, \tau, t_1) = B^2 \left\{ \frac{(B-1)^2}{2B-1} (t_1+\tau) - 2\tau (B-1) + \right.$$

$$\left. + \frac{2\tau^2 (3B^2-1)}{(2B+1)(t_1+\tau)} - \frac{2\tau^3 B}{(t_1+\tau)^2} + \frac{\tau^4 (B+1)^2}{(2B+3)(t_1+\tau)^3} \right\}, \qquad (21.5.39)$$

$$f_5(B, \tau, t_1) = B^2 \left\{ \frac{(B-1)^2}{(2B+1)} \frac{1}{t_1+\tau} - \frac{\tau (B-1)}{(t_1+\tau)^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{\tau^2 (B+1)^2}{(2B+3)(t_1+\tau)^3} \right\}. \qquad (21.5.40)$$

Система самонаведения, как мы знаем, практически работает только до некоторой дальности $D_в$, начиная с которой полет ракеты оказывается неуправляемым прямолинейным равномерным или по окружности с постоянной предельной перегрузкой. В силу малости интервала времени $t_1 = D_в/v_r$ в обоих случаях траектории полета ракеты близки. Интервал времени t_1 полета ракеты с дальности $D_в$ до цели соизмерим с величиной постоянной времени τ, характеризующей инерционность движения ракеты вокруг центра массы и системы управления. Если $t_1 < \tau$, то при выполнении расчетов ошибок самонаведения по вышеприведенным формулам следует принимать t_1 равным τ, так как в силу инерционности в образовании управляющей силы полет ракеты оказывается практически уже неуправляемым в течение времени τ. При учете этого замечания формулы для f_1, f_2, f_3, f_4, f_5 претерпевают дальнейшие упрощения. При больших дальностях стрельбы (т. е. при временах полета, больших, чем время переходного процесса наведения ракеты) в расчетных формулах для определения математического ожидания и дисперсии ошибки наведения можно не учитывать начальные ошибки пуска самонаводящейся ракеты. Это может быть оце-

нено по равенству функции $f_2(B, \tau, T, t_1)$— 5—10% ее значения при $t_1 = T$ по формуле

$$m = \frac{f_2(B, \tau, T, t_1)}{f_2(B, \tau, T, T)} = \left(\frac{t_1 + \tau}{T + \tau}\right)^B. \qquad (21.5.41)$$

Если $m = 0{,}05 - 0{,}1$, то при определении математического ожидания ошибки наведения необходимо учесть только маневр цели, т. е. в формуле (21.3.31) сохранить только первое слагаемое. В формуле (21.3.36) следует учитывать только первое, второе и третье слагаемые. При этом в функциях f_1, f_4, f_5 при малых t_1 следует полагать $t_1 = \tau$ и отбросить целиком члены, содержащие T, т. е. положить $T = \infty$. Тогда эти функции будут зависеть от двух параметров: B и τ.

Функции f_1, f_2, f_3, f_4, f_5 не обязательно вычислять в каждом конкретном случае. Для них могут быть составлены таблицы или графики. Зная значения соответствующих функций, легко по приведенным выше формулам определить математическое ожидание и дисперсию ошибки самонаведения ракеты на цель.

Приближенные формулы для определения точности стрельбы самонаводящимися ракетами могут быть использованы для ориентировочного выбора основных параметров системы самонаведения и ракеты. Прежде всего необходимо определить оптимальные значения величин B и τ при заданных характеристиках случайных возмущений и условиях стрельбы на основании отыскания минимума величины

$$\alpha_2 = m_y^2 + \sigma_y^2. \qquad (21.5.42)$$

Задача отыскания минимума этой величины по параметрам B и τ может быть решена графическим путем. Для этого следует построить графики зависимости этой величины от параметров B и τ. Значения B и τ, при которых α_2 достигает минимума, следует считать оптимальными. Определив оптимальные B и τ, можно найти оптимальный коэффициент усиления системы управления, обеспечивающий наилучшую точность наведения. Исходя из формулы для B

$$B = \frac{k_0 k_1 v_{11}}{m v v_r}, \qquad (21.5.43)$$

следует, что обобщенный коэффициент усиления B сохраняет постоянное оптимальное значение при изменении v_r только тогда, когда коэффициент усиления системы управления k_1 изменяется пропорционально v_r.

§ 21.6. ОБЩАЯ ФОРМУЛА ДЛЯ ОШИБКИ НАВЕДЕНИЯ ТЕЛЕУПРАВЛЯЕМОЙ РАКЕТЫ ДЛЯ ОДНОГО КАНАЛА УПРАВЛЕНИЯ

За ошибку наведения телеуправляемой ракеты можно принять линейное отклонение ракеты от цели по перпендикуляру к вектору дальности цели в момент времени $t_к$, когда $D_р = D_ц$.

Для одного канала, например продольного (рис. 21.6.1), ошибка вычисляется по формуле

$$y_к = D_ц(\varepsilon_{рк} - \varepsilon_{цк}), \qquad (21.6.1)$$

где $\varepsilon_{рк}$, $\varepsilon_{цк}$ — углы ориентировки векторов $\boldsymbol{D}_р$ и $\boldsymbol{D}_ц$ для момента, когда $t = t_к$. Если ввести в рассмотрение некоторое тео-

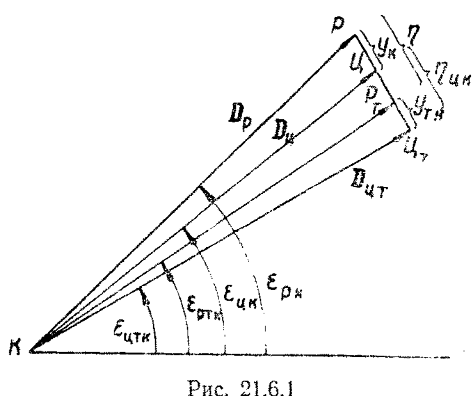


Рис. 21.6.1

ретическое движение ракеты, вычисляемое любым из методов, изложенных в гл. 19, то в фактическом движении ракеты и цели

$$\varepsilon_{рк} = \varepsilon_{ртк} + \delta\varepsilon_{рк}, \quad \varepsilon_{цк} = \varepsilon_{цтк} + \delta\varepsilon_{цк},$$

где $\delta\varepsilon_{рк}$ — вариация угла $\varepsilon_р$ при фактическом движении ракеты; $\delta\varepsilon_{цк}$ — вариация угла $\varepsilon_ц$ за счет неучтенного в теоретическом движении маневра цели. Подставляя эти выражения в формулу (21.6.1), оценим ошибку наведения телеуправляемой ракеты формулой

$$y = y_{тк} + \eta_к - \eta_{цк}, \qquad (21.6.2)$$

где $\quad y_{тк} = D_ц(\varepsilon_{ртк} - \varepsilon_{цтк}), \quad \eta_к = D_{цк}\delta\varepsilon_{рк}, \quad \eta_{цк} = D_{цк}\delta\varepsilon_{цк}$.

Эта формула показывает, что ошибка наведения телеуправляемой ракеты определяется значением разности $\eta_к - \eta_{цк} = D_{цк}(\delta\varepsilon_{рк} - \delta\varepsilon_{цк})$ в конечный момент времени и ошибкой наведения при движении по теоретической траектории.

§ 21.7. УПРОЩЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ ПРОЦЕССА НАВЕДЕНИЯ ТЕЛЕУПРАВЛЯЕМОЙ РАКЕТЫ

Телеуправление применяется для многих классов ракет. Одним из наиболее характерных случаев применения этого принципа является использование его при наведении ракет с подвижного командного пункта на малоразмерные быстродвижущиеся цели. В этом случае главное влияние на ошибку наведения оказывает неточность измерения параметра управления.

Кроме того, существенную роль играет маневрирование цели и маневрирование командного пункта.

Для получения упрощенных формул для расчета точности наведения телеуправляемых ракет воспользуемся линеаризованными уравнениями процесса наведения. Рассмотрим один боковой канал наведения крестокрылой ракеты с учетом маневрирования цели и случайных ошибок измерения параметра управления. Рассмотрение одного канала наведения допустимо в случае, когда оба канала управления мало связаны. Это приближенно выполняется, когда ракета имеет поперечную стабилизацию, и угол между ее вектором скорости и вектором дальности мал (см. § 20.3). Для определенности предположим, что атака цели производится в горизонтальной плоскости. Линеаризованные кинематические уравнения движения центра массы ракеты относительно подвижного командного пункта, полученные в гл. 20, для рассматриваемого случая, при $\varepsilon_\text{т} = \theta_\text{т} = 0$ и пренебрежении вариацией дальности, имеют вид

$$\dot{\eta} = v_{22}\zeta, \qquad (21.7.1)$$

где

$$v_{22} = v\cos(\nu_\text{т} - \varphi_\text{т}), \quad \eta = D_{\text{рт}}\delta\nu, \quad \zeta = \varphi - \varphi_\text{т}, \quad \delta\nu = \nu - \nu_\text{т}.$$

Линеаризованное динамическое уравнение движения центра массы ракеты с аэродинамическим управлением с помощью неподвижного крыла имеет вид

$$\dot{\zeta} = B_\beta(\beta - \beta_\text{т}), \qquad (21.7.2)$$

где β — угол скольжения, $B_\beta = \dfrac{T_{x_1}}{mv} + \dfrac{c_z^\beta Sq}{mv}$.

Уравнение для угла скольжения β осесимметричной ракеты может быть приведено к форме

$$\ddot{\beta} + c_{\dot{\beta}}\dot{\beta} + c_\beta\beta = -c_\delta'\delta. \qquad (21.7.3)$$

Предположим, что система управления содержит радиолокационные измерители для измерения угловых координат ракеты и цели или углового параметра управления Δ, а также акселерометр для измерения проекции поперечного ускорения $vB_\beta'\beta$ и скоростной гироскоп для измерения угловой скорости ω_{y_1}. Линеаризованное уравнение закона управления примем в простейшей форме без учета инерционности измерителей и блоков формирования сигнала управления при наличии жесткой обратной связи в рулевой машине

$$\delta = k_1(\Delta + X) + k_1\tau_1(\dot{\Delta} + \dot{X}) + k_a vB_\beta'\beta + k_\text{г}\omega_{y_1}, \qquad (21.7.4)$$

где k_1, k_a, $k_\text{г}$ — коэффициенты усиления; τ_1 — постоянная времени дифференцирующей цепи; $X(t)$ — случайная ошибка измерения параметра управления. Учитывая, что $\omega_{y_1} = \dot{\psi}$, а

также $\psi = \varphi + \beta$, $\varphi = \varphi_т + \zeta$ и формулу (21.7.2), преобразуем формулу (21.7.4) к виду

$$\delta = k_1(\Delta + X) + k_1\tau_1(\dot\Delta + X) + (k_a v B_\beta' + k_г B_\beta)\beta + k_г\dot\beta. \qquad (21.7.5)$$

Параметр управления Δ для рассматриваемого канала управления равен (см. § 7.2)

$$\Delta = \nu - \nu_п. \qquad (21.7.6)$$

Чтобы дальнейший анализ был более конкретным, будем считать $\nu_п = \nu_ц$, т. е. рассмотрим трехточечный метод наведения. В этом случае параметр управления Δ при наведении методом совмещения равен:

$$\Delta = \nu - \nu_ц. \qquad (21.7.7)$$

Выражение для параметра управления преобразуем. Учтем, что $\nu = \nu_т + \frac{\eta}{D_{рт}}$, а угол $\nu_ц$ при маневрировании цели равен $\nu_ц = \nu_{цт} + \eta_ц/D_ц$, где $\eta_ц$ — линейное перемещение цели за счет маневра цели, не учитываемого в теоретическом движении. Принимая за теоретическое движение при точном соблюдении идеальной связи $\nu_т = \nu_{цт}$, получим

$$\Delta = \frac{\eta}{D_{рт}} - \frac{\eta_ц}{D_ц}. \qquad (21.7.8)$$

Уравнения (21.7.1), (21.7.2), (21.7.3), (21.7.5) и (21.7.8) составляют замкнутую систему линейных уравнений процесса на-

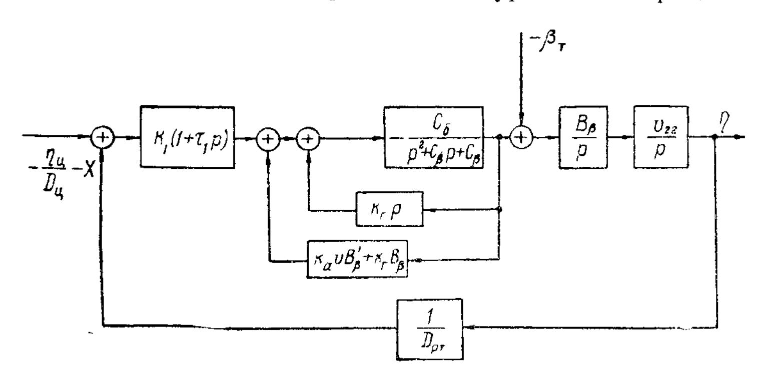


Рис. 21.7.1

ведения телеуправляемой ракеты в вариациях. Этой системе уравнений соответствует структурная схема, изображенная на рис. 21.7.1, представляющая в общем случае нестационарную линейную систему.

Подставляя выражение для δ из (21.7.5) в (21.7.3), получим для угла скольжения β уравнение

$$\ddot{\beta} + (c_{\dot{\beta}} + c_\delta k_г)\dot{\beta} + [c_\beta + c_\delta (k_a v B_\beta' + k_г B_\beta)]\beta = \\ = -c_\delta k_1 (\Delta + X) - c_\delta k_1 \tau_1 (\dot{\Delta} + X). \qquad (21.7.9)$$

Приближенно заменим колебательное звено в левой части уравнения (21.7.9) апериодическим звеном с постоянной времени τ, равной

$$\tau = \frac{c_{\dot{\beta}} + c_\delta k_г}{c_\beta + c_\delta (k_a v B_\beta' + k_г B_\beta)}. \qquad (21.7.10)$$

Тогда получим для определения угла скольжения уравнение

$$\tau\dot{\beta} + \beta = -\frac{c_\delta}{c_\beta'}[k_1(\Delta + X) + k_1 \tau_1 (\dot{\Delta} + \dot{X})], \qquad (21.7.11)$$

где

$$c_\beta' = c_\beta + c_\delta (k_a v B_\beta' + k_г B_\beta).$$

Уравнение (21.7.11) приближенно описывает процесс образования угла скольжения и, следовательно, управляющей силы при аэродинамическом управлении с помощью руля направления. В случае аэродинамического управления с помощью поворотного крыла или при газодинамическом управлении крестокрылой ракетой с помощью специального управляющего реактивного двигателя, создающего поперечную тягу, уравнение (21.7.12) следует записать в форме

$$mv\dot{\zeta} = F - F_т, \qquad (21.7.12)$$

где F — управляющая сила; $F_т$ — управляющая сила для осуществления полета по теоретической траектории.

Процесс создания управляющей силы протекает так, что она появляется с некоторым запаздыванием по отношению к измеренному значению параметра управления. Это запаздывание можно оценить некоторой постоянной времени τ апериодического звена. Тогда уравнение для управляющей силы запишем в виде

$$\tau\dot{F} + F = -k_0 k_1 (\Delta + X) - k_0 k_1 \tau_1 (\dot{\Delta} + \dot{X}), \qquad (21.7.13)$$

где k_0 — коэффициент пропорциональности. При рассмотренном выше способе управления с помощью аэродинамических рулей он равен $k_0 = c_\delta B_\beta mv/c_\beta'$, а $F = mvB_\beta \beta$.

Для определения величины $\eta_ц$ может быть получено уравнение путем линеаризации кинематических уравнений движения центра массы цели. По форме эти уравнения совпадают с соответствующими кинематическими уравнениями движения центра массы ракеты. Линеаризация их проводится аналогично линеа-

ризации уравнений движения ракеты. Линеаризованное уравнение движения цели при случайном маневре имеет ту же форму (21.7.1)

$$\dot{\eta}_{ц} = V_{ц} \cos(\nu_{т} - \varphi_{цт}) \cdot \zeta_{ц}. \qquad (21.7.14)$$

Решая его при нулевых начальных условиях, получим

$$\eta_{ц} = \int_0^t V_{ц}(\tau) \zeta_{ц}(\tau) \cos(\nu_{т} - \varphi_{цт}) d\tau. \qquad (21.7.15)$$

Ошибкой наведения телеуправляемой ракеты является линейное отклонение ракеты от цели в момент $t_{к}$, когда $D_{рт} = D_{ц}$. Эта ошибка выражается в данном случае формулой (21.6.2) при $y_{тк} = 0$:

$$y_{к} = \eta_{к} - \eta_{цк}. \qquad (21.7.16)$$

Исключим из уравнений (21.7.1), (21.7.2), (21.7.8) и (21.7.11) переменные ζ, β и Δ. Учтем также, что коэффициент усиления системы k_1 обычно программируется пропорционально средней текущей теоретической дальности до ракеты $k_1 = k(D_{рт})_{ср}$. При этом приближенно можно полагать $(D_{рт})_{ср}/D_{рт} \approx b$ постоянному значению, близкому к единице. Выполнив выкладки, полагая скорости ракеты и цели постоянными, получим уравнение, определяющее текущее значение величины η:

$$(\tau p^3 + p^2 + ab\tau_1 p + ab)\eta = -a(1 + \tau_1 p)(D_{рт})_{ср} X +$$

$$+ a(1 + \tau_1 p)\frac{(D_{рт})_{ср}}{D_{ц}}\eta_{ц} - v_{22} B_{\beta}(1 + \tau p)\beta_{т}, \qquad (21.7.17)$$

где

$$a = \frac{v_{22} c_{\delta} B_{\beta} k}{c_{\beta}'}.$$

§ 21.8. ФОРМУЛЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТОЧНОСТИ ТЕЛЕУПРАВЛЕНИЯ

Решая уравнение (21.7.17), определим величину η для момента времени конца наведения. Затем по формуле (21.7.16) вычислим ошибку наведения телеуправляемой ракеты. Уравнение (21.7.17) при сделанных выше предположениях содержит в левой части постоянные коэффициенты. Правая часть уравнения (21.7.17) содержит ошибку измерения параметра управления X. Эту ошибку допустимо считать стационарной случайной функцией, имеющей равное нулю математическое ожидание. Систематическая ошибка наведения получается только за счет маневрирования цели и наличия кривизны теоретической траектории ($\beta_{т} \neq 0$). Величина $\beta_{т}$ зависит от скоростей ракеты, цели и командного пункта, а также от метода наведения ракеты

на цель и направления полета командного пункта. В частном случае — постоянных скоростей ракеты и цели, отсутствии маневра — при наведении командного пункта на цель методом параллельного сближения и при наведении ракеты трехточечным методом $\beta_т=0$. Величина $\eta_ц$, входящая в правую часть уравнения (21.7.17), зависит от случайного маневра цели и определяется выражением (21.7.15).

Величину $\cos(\nu_т - \varphi_{цт})$, входящую в формулу (21.7.15), можно считать постоянной при сделанных выше предположениях относительно теоретического движения при постоянных скоростях цели и ракеты. Скорость цели $V_ц$ является случайной величиной, которую можно представить в виде

$$V_ц = v_ц + V_ц^0, \qquad (21.8.1)$$

где $v_ц$ — математическое ожидание величины скорости цели, а $V_ц^0$ — случайная центрированная величина. Наилучшим защитным маневром цели при телеуправлении также является маневр с постоянной перегрузкой, поэтому будем считать

$$\zeta_ц = (\dot{\varphi}_ц + \dot{\Phi}_ц^0)\,t, \qquad (21.8.2)$$

где $\dot{\varphi}_ц$ — математическое ожидание величины угловой скорости цели, $\dot{\Phi}_ц^0$ — случайная центрированная величина составляющей угловой скорости цели. Подставляя выражения (21.8.1) и (21.8.2) в формулу (21.7.15), получим

$$\eta_ц = v_ц\dot{\varphi}_ц\frac{t^2}{2}\cos(\nu_т - \varphi_{цт}) + (v_ц\dot{\Phi}_ц^0 + \dot{\varphi}_ц V_ц^0)\frac{t^2}{2}\cos(\nu_т - \varphi_{цт}). \qquad (21.8.3)$$

Величиной $\beta_т$ при телеуправлении на большой дальности можно пренебречь, так как во всех случаях кривизна траектории мала. Тогда математическое ожидание величины η определяется из уравнения

$$(\tau p^3 + p^2 + ab\tau_1 p + ab)\,m_\eta = a\,\frac{(D_{рт})_{ср}}{D_ц}\,v_ц\dot{\varphi}_ц(1+\tau_1 p)\,\frac{t^2}{2}\cos(\nu_т - \varphi_{цт}). \qquad (21.8.4)$$

Нас интересует значение m_η при $D_{рт}\approx D_ц$. В этом случае можно считать величину $b_1 = (D_{рт})_{ср}/D_ц$ близкой к постоянной b, а значение $m_{\eta к}$ в установившемся режиме при $t=t_к$ определяется частным решением уравнения (21.8.4)

$$m_{\eta к} = -\frac{b_1 v_{ц1}\dot{\varphi}_ц}{ab^2} + \frac{b_1 v_{ц1}\dot{\varphi}_ц}{2b}\,t_к^2, \qquad (21.8.5)$$

где $v_{ц1} = v_ц\cos(\nu_т - \varphi_{цт})$.

Подставляя выражение (21.8.5) в формулу (21.7.16) и учитывая, что $m_{\eta\,\text{цк}}=\frac{b_1}{b}\frac{v_{\text{п1}}\dot{\varphi}_{\text{ц}}}{2}t^2$, получим систематическую ошибку наведения

$$m_{\text{ук}}=-\frac{b_1 v_{\text{п1}}\dot{\varphi}_{\text{п}}}{ab^2}. \qquad (21.8.6)$$

Или, подставляя значение a и полагая, что $b_1\approx b\simeq 1$, получим

$$m_{\text{ук}}=-\frac{c_\beta' v_{\text{п1}}\dot{\varphi}_{\text{ц}}}{B_\beta c_\delta k v_{22}}. \qquad (21.8.7)$$

Из полученной формулы следует, что систематическая ошибка может быть уменьшена путем увеличения коэффициента усиления k.

Перейдем к определению дисперсии ошибки наведения, получающейся за счет случайной ошибки X измерения параметра управления радиолокационным измерителем и случайного маневра цели. Для определения дисперсии величины y, зависящей от случайной помехи X, воспользуемся частотным методом, ограничившись первым приближением при определении частотных характеристик на основании уравнения (21.7.17).

Обычно в области достаточно узкой полосы частот, измеряемой долями герца, где частотная характеристика заметно отлична от нуля, спектральная плотность случайного возмущения может быть принята постоянной величиной s_0. Тогда дисперсия ошибки наведения телеуправляемой ракеты в конце наведения за счет ошибки измерения X вычисляется по формуле

$$\sigma_1^2=s_0\int_{-\infty}^{\infty}[\Phi(i\omega)]^2\,d\omega, \qquad (21.8.8)$$

где

$$\Phi(i\omega)=-\frac{ba(1+\tau_1 i\omega)(D_{\text{рт}})_{\text{ср к}}}{\tau(i\omega)^3+(i\omega)^2+ba\tau_1 i\omega+ab}. \qquad (21.8.9)$$

Вычисляя интеграл в формуле (21.8.8) при заданной функции $\Phi(i\omega)$, пользуясь таблицами интегралов [1], получаем выражение, связывающее дисперсию σ_1^2 с основными параметрами системы управления и ракеты при $(D_{\text{рт}})_{\text{ср к}}\approx D_{\text{ц}}$ и $b\approx 1$

$$\sigma_1^2=s_0 D_{\text{ц}}^2\pi\frac{a\tau_1^2+1}{\tau_1-\tau}. \qquad (21.8.10)$$

Подставляя в формулу (21.8.10) выражение для величины a, получим окончательно

$$\sigma_1^2=s_0\pi D_{\text{ц}}^2\frac{B_\beta k c_\delta v_{22}\tau_1^2+c_\beta'}{(\tau_1-\tau)c_\beta'}. \qquad (21.8.11)$$

Формула (21.8.11) показывает, что дисперсия σ_1^2 ошибки наведения телеуправляемой ракеты увеличивается при увеличении дальности наведения и при увеличении коэффициента усиления k. Уменьшить величину дисперсии ошибки наведения можно только уменьшая конечную дальность наведения или уменьшая коэффициент усиления системы управления k.

Случайная составляющая ошибки наведения y^0, зависящая от случайного маневрирования цели, определяется на основании уравнений

$$\left.\begin{aligned}(\tau p^3 + p^2 + ab\tau_1 p + ab)\,\eta^0 &= a(1+\tau_1 p)\frac{(D_{\text{рт}})_{\text{ср}}}{D_{\text{ц}}}\eta_{\text{ц}}^0,\\ y^0 &= \eta^0 - \eta_{\text{ц}}^0,\end{aligned}\right\} \qquad (21.8.12)$$

где $\eta_{\text{ц}}^0 = \frac{1}{2}(v_{\text{ц}}\dot{\Phi}_{\text{ц}}^0 + \dot{\varphi}_{\text{ц}} V_{\text{ц}}^0)\,t^2\cos(\nu_{\text{т}} - \varphi_{\text{цт}})$.

В установившемся режиме из уравнений (21.8.12) получаем

$$y^0 = -\frac{b_1(v_{\text{ц}}\dot{\Phi}_{\text{ц}}^0 + \dot{\varphi}_{\text{ц}} V_{\text{ц}}^0)\cos(\nu_{\text{т}} - \varphi_{\text{цт}})}{ab^2}. \qquad (21.8.13)$$

Полагая $b_1 = b = 1$ в формуле (21.8.13), получаем выражение для дисперсии ошибки наведения за счет случайного маневрирования цели

$$\sigma_2^2 = \frac{\cos^2(\nu_{\text{г}} - \varphi_{\text{цт}})}{a^2}\left(v_{\text{ц}}^2\sigma^2_{\dot{\varphi}_{\text{ц}}} + \sigma^2_{v_{\text{ц}}}\dot{\varphi}_{\text{ц}}^2\right). \qquad (21.8.14)$$

Используя выражения (21.8.6) для систематической ошибки и (21.8.10), (21.8.14) для составляющих дисперсий, можно найти второй начальный момент ошибки наведения телеуправляемой ракеты

$$\alpha_2 = \frac{v^2_{\text{ц}1}\dot{\varphi}^2_{\text{ц}}}{a^2} + \pi s_0 D_{\text{ц}}^2\frac{a\tau_1^2 + 1}{\tau_1 - \tau} + \frac{v^2_{\text{ц}1}\sigma^2_{\dot{\varphi}_{\text{ц}}} + \dot{\varphi}^2_{\text{ц}}\sigma^2_{v_{\text{ц}}}}{a^2}. \qquad (21.8.15)$$

Последнее выражение имеет минимум при соответствующих значениях параметров a и τ_1. Условия экстремума функции α_2 по параметрам a и τ имеют вид

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial\alpha_2}{\partial a} = -\frac{2\left(v^2_{\text{ц}1}\dot{\varphi}^2_{\text{ц}} + v^2_{\text{ц}1}\sigma^2_{\dot{\varphi}_{\text{ц}}} + \dot{\varphi}^2_{\text{ц}}\sigma^2_{v_{\text{ц}1}}\right)}{a^3} &+ \\ + \pi s_0 D_{\text{ц}}\frac{\tau_1^2}{\tau_1 - \tau} &= 0,\\ \frac{\partial\alpha_2}{\partial\tau_1} = \pi s_0 D_{\text{ц}}^2\left[\frac{2a\tau_1}{\tau_1 - \tau} - \frac{a\tau_1^2 + 1}{(\tau_1 - \tau)^2}\right] &= 0.\end{aligned}\right\} \qquad (21.8.16)$$

Решая уравнения (21.8.16) относительно a и τ_1, получаем формулы для оптимальных значений этих параметров

$$a = \sqrt[3]{\frac{2\left[v_{\text{ц}1}^2(\dot{\varphi}_{\text{ц}}^2 + \sigma_{\dot{\varphi}_{\text{ц}}}^2) + \dot{\varphi}_{\text{ц}}^2 \sigma_{v_{\text{ц}1}}^2\right](\tau_1 - \tau)}{\pi s_0 D_{\text{ц}}^2 \tau_1^2}},$$

$$\tau_1 = \tau + \sqrt{\tau^2 + \frac{1}{a}}. \qquad (21.8.17)$$

Второе отрицательное значение корня в последней формуле отброшено. Оно соответствует случаю, когда $\tau_1 < \tau$, а в этом случае система оказывается неустойчивой, так как при этом характеристическое уравнение, соответствующее уравнению (21.7.17), имеет корень с положительной действительной частью. При $\tau > \tau_1$ формула (21.8.10) дает неверный результат, так как она справедлива только для устойчивых систем. Из всего этого следует, что параметр τ_1 должен быть больше τ.

Вычисление оптимальных параметров a и τ_1 по формулам (21.8.17) целесообразно вести следующим образом. Подставляя выражение для τ_1 из второй формулы (21.8.17) в первую, получим для a уравнение

$$\frac{2\left[v_{\text{ц}1}^2(\dot{\varphi}_{\text{ц}}^2 + \sigma_{\dot{\varphi}_{\text{ц}}}^2) + \dot{\varphi}_{\text{ц}}^2 \sigma_{v_{\text{ц}1}}^2\right]}{\pi s_0 D_{\text{ц}}^2} = a^3 \frac{\tau + \sqrt{\tau^2 + \frac{1}{a}}}{\sqrt{\tau^2 + \frac{1}{a}}}. \qquad (21.8.18)$$

Это уравнение легко решается графическим построением. Для этого, обозначая левую часть уравнения (21.8.18) через z_1, а правую часть — через z_2 и откладывая по оси абсцисс параметр a, а по оси ординат — z_1 и z_2, строим прямую z_1 и кривую z_2 (рис. 21.8.1). Абцисса точки пересечения является искомым решением для параметра a. После этого величина τ_1 определяется по второй формуле (21.8.17).

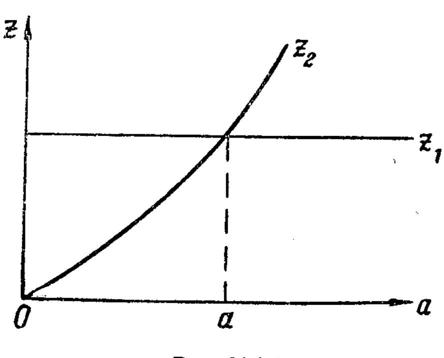


Рис. 21.8.1

В заключение параграфа заметим, что более точную формулу для дисперсии σ_1^2 ошибки наведения можно получить, если учесть зависимость от времени параметра $(D_{\text{рг}})_{\text{ср}}$ и воспользоваться вторым приближением для частотной характеристики на основа

нии формулы (21.2.12). В данном случае можно воспользоваться и другим приемом, состоящим в том, что случайное возмущение

$$(D_{\text{рт}})_{\text{ср}} X(t) = (D_{\text{рт}\,0} + \dot{D}_{\text{рт}}\, t)\, X(t)$$

приближенно можно аппроксимировать в виде

$$(D_{\text{рт}})_{\text{ср}} X(t) = D_{\text{рт}\,0}\, e^{\mu t} X(t), \tag{21.8.19}$$

где μ — малый параметр. Подставляя выражение (21.8.19) в правую часть уравнения (21.7.17) и учитывая только случайную составляющую возмущения X, перепишем уравнение для случайной составляющей ошибки в форме

$$(\tau p^3 + p^2 + ab\tau_1 p + ab)\, y^0 = -a(1 + \tau_1 p)\, D_{\text{рт}\,0}\, e^{\mu t} X(t). \tag{21.8.20}$$

Так как $X(t)$ — стационарная случайная функция, то она может быть выражена интегральным каноническим представлением

$$X(t) = \int_{-\infty}^{\infty} V(\omega)\, e^{i\omega t}\, d\omega, \tag{21.8.21}$$

где $V(\omega)$ — белый шум. Установившееся частное решение уравнения (21.8.20) при представлении $X(t)$ формулой (21.8.21) имеет вид канонического представления

$$Y^0(t) = \int_{-\infty}^{\infty} V(\omega)\, y(t, \omega)\, d\omega. \tag{21.8.22}$$

Координатная функция $y(t, \omega)$ как реакция системы (21.8.20) на возмущение $e^{i\omega t}$ равна:

$$y(t, \omega) = \Phi_1(\mu + i\omega)\, e^{i\omega t + \mu t}, \tag{21.8.23}$$

где

$$\Phi_1(\mu + i\omega) = -\frac{D_{\text{рт}\,0}\,[a + a\tau_1(\mu + i\omega)]}{\tau(\mu + i\omega)^3 + (\mu + i\omega)^2 + ab\tau_1(\mu + i\omega) + ab}. \tag{21.8.24}$$

Теперь установившаяся дисперсия ошибки наведения при постоянной спектральной плотности случайной функции $X(t)$ в пределах полосы пропускания системы наведения вычисляется по формуле

$$\sigma_1^2 = s_0\, e^{2\mu t} \int_{-\infty}^{\infty} |\Phi(\mu + i\omega)|^2\, d\omega. \tag{21.8.25}$$

Эта формула является обобщением формулы (21.8.8).

§ 21.9. ТОЧНОСТЬ НАВЕДЕНИЯ АВТОНОМНО УПРАВЛЯЕМЫХ КРЫЛАТЫХ РАКЕТ «ВОЗДУХ—ЗЕМЛЯ»

Автономно управляемые крылатые ракеты «воздух — земля» и «земля—земля» на участке горизонтального полета или пологого планирования представляют собой динамические системы, которые можно отнести к квазистационарным, т. е. к системам с медленно изменяющимися параметрами. При приближенном исследовании процесса наведения и точности в этих случаях можно воспользоваться частотными методами. Основными возмущениями, действующими во время полета таких ракет, следует считать инструментальные ошибки измерителей (гироскопических приборов и акселерометров), турбулентность атмосферы, силы и моменты из-за технологических погрешностей выполнения корпуса, оперения, двигателя. Наиболее важными являются первые две причины. Только их мы и учтем в дальнейшем при упрощенном анализе точности. Типичным режимом наведения автономно управляемой крылатой ракеты является режим маршевого полета в течение длительного времени на заданной высоте. В этом случае пространственная система уравнений после линеаризации распадается на две системы уравнений: одна для продольного канала управления по тангажу, другая для бокового канала управления (по курсу). Эти две системы уравнений можно рассматривать отдельно.

Рассмотрим боковой канал управления. Линеаризованные уравнения поперечного движения крылатой ракеты с учетом случайных флуктуаций нормальных к направлению полета составляющих вектора скорости ветра W_z, W_y имеют вид [см. уравнение (20.2.14)].

$$\left.\begin{aligned}
&\dot{\zeta}_2 = B_\beta(\beta-\beta_т) - A_0\gamma - \frac{B_\beta'}{v}W_z,\\
&\ddot{\beta} + c_{\dot{\beta}}\dot{\beta} + c_\beta\beta + c_{\dot{\gamma}}'\gamma = -c_\delta'\delta_н - a_{yэ}\delta_э + \frac{c_\beta'}{v}W_z + \\
&\qquad + \frac{c_{\dot{\beta}}'}{v}\dot{W}_z - a_{yx}\frac{\partial W_y}{\partial z},\\
&\ddot{\gamma} + a_{xx}\dot{\gamma} + c_{\dot{\beta}}'\dot{\beta} + c_\beta^*\beta = -a_{xэ}\delta_э - a_{xн}\delta_н - \frac{a_{xy}}{v}\times\\
&\qquad \times\dot{W}_z - a_{xx}\frac{\partial W_y}{\partial z}.
\end{aligned}\right\} \qquad (21.9.1)$$

Составляющие вектора скорости ветра W_z и W_y, как указывалось в § 21.1, представляют собой стационарные случайные функции координат пространства. Рассматривая перемещение вдоль координаты x, составляющая W_z в силу гипотезы одно-

родности и изотропности атмосферы совпадает с нормальной составляющей W_n и имеет корреляционную функцию $k_z(r_x) = k_n(r)$ согласно выражениям (21.1.10). Рассматривая перемещение вдоль оси z, составляющая W_y также совпадает с нормальной составляющей W_n. Очевидно, производная $\frac{\partial W_y}{\partial z}$ численно совпадает с производной $\frac{\partial W_n}{\partial r} = \frac{1}{v}\dot{W}_n$. Таким образом, уравнения (21.9.1) перепишем в форме

$$\left.\begin{aligned} &\dot{\zeta}_2 = B_\beta(\beta - \beta_т) - A_0\gamma - \frac{B_\beta'}{v}W_n, \\ &\ddot{\beta} + c_{\dot\beta}\dot{\beta} + c_\beta\beta + c_{\dot\gamma}\dot{\gamma} = -c_\delta'\delta_н - a_{yэ}\delta_э + \frac{c_\beta'}{v}W_n + \\ &\qquad + \left(\frac{c_{\dot\beta}'}{v} - \frac{a_{yx}}{v}\right)\dot{W}_n, \\ &\ddot{\gamma} + a_{xx}\dot{\gamma} + c_{\dot\beta}'\dot{\beta} + c_\beta^*\beta = -a_{xэ}\delta_э - a_{xн}\delta_н - \\ &\qquad - \left(\frac{a_{xy}}{v} + \frac{a_{xx}}{v}\right)\dot{W}_n. \end{aligned}\right\} \tag{21.9.2}$$

Предположим, что теоретическое движение ракеты прямолинейное, чему соответствует $\beta_т = 0$. Управление крылатой ракетой в боковом направлении может осуществляться двумя различными способами. Первый способ состоит в том, что ракета стабилизируется относительно продольной оси и управление в боковом направлении происходит при помощи аэродинамической силы, возникающей за счет скольжения. В этом случае следует положить в первом и втором уравнениях (21.9.2) $\gamma = 0$, $\delta_э = 0$.

Тогда система уравнений (21.9.2) приводится к виду

$$\left.\begin{aligned} &\dot{\zeta}_2 = B_\beta\beta - \frac{B_\beta'}{v}W_n, \\ &\ddot{\beta} + c_{\dot\beta}\dot{\beta} + c_\beta\beta = -c_\delta'\delta_н + \frac{c_\beta'}{v}W_n + \left(\frac{c_{\dot\beta}'}{v} - \frac{a_{yx}}{v}\right)\dot{W}_n. \end{aligned}\right\} \tag{21.9.3}$$

а третье уравнение системы (21.9.2) характеризует динамику стабилизации угла крена и интегрируется отдельно.

Пусть автономная система управления является инерциальной, включающей гироскопическую платформу, на которой для определения параметра управления в боковом направлении установлены акселерометр и два интегратора. С учетом инструментальных ошибок акселерометра и гироплатформы и при пренебрежении инерционностью этих приборов сигнал акселеро-

метра, измеряющего проекцию нормального линейного ускорения, равен:

$$u_a = k_a(-\ddot{\eta}_2 + vX_{\text{пр}} + X_a), \tag{21.9.4}$$

где η_2 — линейное отклонение ракеты в боковом направлении от прямолинейной теоретической траектории; X_a — случайная ошибка акселерометра в измерении нормального ускорения; $X_{\text{пр}}$ характеризует случайную составляющую угловой скорости прецессии гироплатформы; k_a — коэффициент пропорциональности.

Случайные ошибки $X_{\text{пр}}$ и X_a содержат постоянные случайные величины $X_{\text{пр}1}$, X_{a1}, не меняющиеся за время полета ракеты, и случайные функции времени $X_{\text{пр}2}$, X_{a2}. Они, как правило, не содержат систематических составляющих, независимы между собой и приближенно можно считать не коррелированными со случайной функцией ветра. Дисперсии величин $X_{\text{пр}1}$ и X_{a1} обозначим соответственно $\sigma_{\text{пр}}^2$, σ_a^2. Случайные функции времени $X_{\text{пр}2}$ и X_{a2} допустимо считать стационарными функциями со спектральными плотностями соответственно $s_{\text{пр}}(\omega)$ и $s_a(\omega)$. За параметр управления в этом случае принимается линейное отклонение ракеты η_2 в боковом направлении. Сигнал, пропорциональный параметру управления, получается на выходе второго интегратора и связан с сигналом акселерометра уравнением

$$\ddot{u} = u_a. \tag{21.9.5}$$

Пренебрежем инерционностью рулевой машины и усилителей. Кроме того, предположим, что рулевая машина имеет жесткую обратную связь по углу отклонения руля. Тогда закон отклонения руля $\delta_{\text{н}}$ выражается формулой

$$\delta_{\text{н}} = k_1(u + \tau\dot{u}), \tag{21.9.6}$$

где τ — постоянный коэффициент. К уравнениям (21.9.2), (21.9.3) и (21.9.4) следует добавить кинематическое уравнение (20.3.7)

$$\dot{\eta}_2 = -v\zeta_2. \tag{21.9.7}$$

Уравнения (21.9.3)—(21.9.7) представляют собой полную систему линейных уравнений процесса наведения автономно управляемой крылатой ракеты в боковом направлении. Эта система уравнений является практически стационарной. На рис. 21.9.1 изображена структурная схема бокового канала управления, соответствующая рассматриваемой системе уравнений.

Вычислим дисперсию ошибки наведения $\sigma_{\eta_2}^2$ в установившемся режиме в предположении безынерционности движения

ракеты относительно центра массы.* Прежде всего вычислим ошибку наведения, возникающую за счет постоянных случайных составляющих возмущения $vX_{\text{пр}}+X_a$. Передаточная функция системы от входа $vX_{\text{пр}}+X_a$ до выхода ζ_2 имеет вид

$$\Phi_1(\lambda)=-\frac{B_\beta k_1 k_a c_\delta'(1+\tau\lambda)}{c_\beta\lambda^2+B_\beta k_1 k_a c_\delta' v(1+\tau\lambda)}. \tag{21.9.8}$$

Следовательно, $\Phi_1(0)=-1/v$ и в установившемся режиме

$$\dot\zeta_2=-\frac{1}{v}(vX_{\text{пр}1}+X_{a1}),\quad \zeta_2=-\frac{1}{v}(vX_{\text{пр}1}+X_{a1})t. \tag{21.9.9}$$

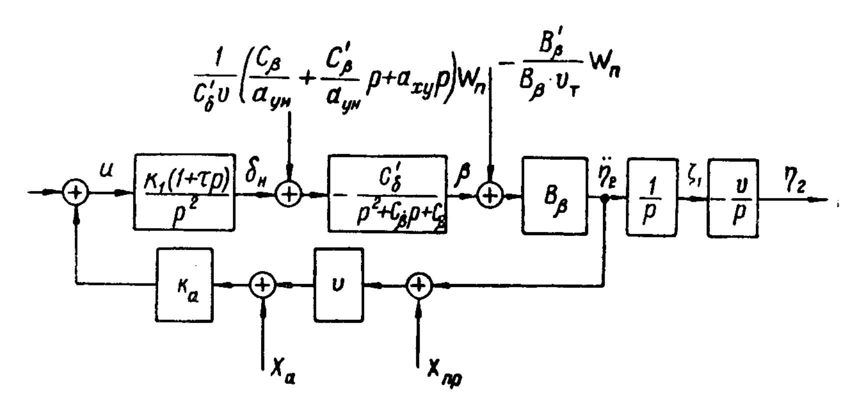


Рис. 21.9.1

Подставляя это выражение в (21.9.7) и интегрируя, получим

$$\eta_2=(vX_{\text{пр}1}+X_{a1})\frac{t^2}{2}. \tag{21.9.10}$$

Отсюда получаем дисперсию составляющей ошибки наведения за счет случайных величин инструментальных ошибок

$$\sigma_1^2=(v^2\sigma_{\text{пр}}^2+\sigma_a^2)\frac{t^4}{4}. \tag{21.9.11}$$

Формула (21.9.11) показывает, что уменьшения составляющей дисперсии ошибки наведения σ_1^2 можно достичь только путем уменьшения самих инструментальных ошибок $\sigma_{\text{пр}}^2$, σ_a^2 или времени полета ракеты.

---

* Это допустимо для ракет с большой частотой колебаний вокруг центра массы по сравнению с частотой колебаний центра массы. Практически это условие всегда выполняется.

Составляющая дисперсии ошибки наведения, вызванная случайными функциями $X_{пр2}$ и X_{a2}, вычисляется по формуле

$$\sigma_2^2 = v^2 \int_0^t \int_0^t k_{\zeta_2}(t' - t'')\, dt'\, dt'', \qquad (21.9.12)$$

где $k_{\zeta_2}(t' - t'')$ — корреляционная функция функции ζ_2 в установившемся режиме, равная:

$$k_{\zeta_2}(t' - t'') = \int_{-\infty}^{\infty} (v^2 s_{пр}(\omega) + s_a(\omega))\, |\Phi_1(i\omega)|^2 \cos\omega(t' - t'')\, d\omega. \qquad (21.9.13)$$

Подставив (21.9.13) в формулу (21.9.12) и произведя интегрирование по t' и t'', получим

$$\sigma_2^2 = v^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2}{\omega^2} [v^2 s_{пр}(\omega) + s_a(\omega)]\, |\Phi_1(i\omega)|^2 (1 - \cos\omega t)\, d\omega. \qquad (21.9.14)$$

Перейдем к определению дисперсии ошибки η_2 наведения за счет флуктуаций вектора скорости ветра. Исключая из уравнения (21.9.3)—(21.9.7) все промежуточные переменные, запишем уравнение, связывающее величину η_2 с W_n:

$$(c_\beta p^2 + vB_\beta c_\delta' k_1 k_a \tau p + vB_\beta c_\delta' k_1 k_a)\eta_2 =$$
$$= -B_\beta \left[c_\beta' + (c_\beta' - a_{yx})p - c_\beta \frac{B_\beta'}{B_\beta}\right] W_n. \qquad (21.9.15)$$

Дисперсия σ_3^2 составляющей ошибки наведения η_2 за счет флуктуаций вектора скорости ветра определяется по формуле

$$\sigma_3^2 = \int_{-\infty}^{\infty} s_n(\omega)\, |\Phi_2(i\omega)|^2\, d\omega, \qquad (21.9.16)$$

где $s_n(\omega)$ задана второй формулой (21.1.17), а $\Phi_2(i\omega)$ согласно уравнению (21.9.15) имеет вид

$$\Phi_2(i\omega) = -\frac{B_\beta\left[c_\beta' + (c_\beta' - a_{yx})\, i\omega - c_\beta \frac{B_\beta'}{B_\beta}\right]}{c_\beta (i\omega)^2 + vB_\beta c_\delta' k_1 k_a \tau\, i\omega + vB_\beta c_\delta' k_1 k_a}. \qquad (21.9.17)$$

Интеграл в формуле (21.9.16) вычисляется с помощью таблиц [1]. В результате получим

$$\sigma_3^2 = \frac{L_n}{v}\sigma_w^2 \frac{a_0 a_3 b_1 - a_2 b_0 a_3 - a_0 a_1 b_2}{2a_0 a_3 (a_0 a_3 - a_1 a_2)}, \qquad (21.9.18)$$

где

$$a_0 = c_\beta \frac{L_n}{v}, \quad a_1 = c_\beta + vB_\beta c_\delta' k_1 k_a \tau \frac{L_n}{v},$$

$$a_2 = vB_\beta c_\delta' k_1 k_a \left(\tau + \frac{L_n}{v}\right), \quad a_3 = vB_\beta c_\delta' k_1 k_a,$$

$$b_0 = 3B_\beta^2 \frac{L_n^2}{v^2}(c_\beta' + a_{yx})^2, \quad b_1 = -\left[3B_\beta^2 \frac{L_n^2}{v^2}\left(c_\beta' - c_\beta \frac{B_\beta'}{B_\beta}\right) + \right.$$

$$\left. + (c_\beta' - a_{yx})^2 B_\beta^2\right], \quad b_2 = B_\beta^2 \left(c_\beta' - c_\beta \frac{B_\beta'}{B_\beta}\right)^2.$$

Окончательная формула для дисперсии ошибки наведения крылатой ракеты с инерциальной системой наведения в боковом направлении при первом способе управления вычисляется по формуле

$$\sigma_{\eta_2}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2, \tag{21.9.19}$$

где $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_3^2$ определены соответственно формулами (21.9.11), (21.9.14) и (21.9.18).

Второй способ управления крылатой ракетой в боковом направлении состоит в том, что при наличии отклонения в боковой плоскости ракета совершает координированный разворот. При этом отсутствует скольжение, но возникающий угол крена пропорционален параметру управления. В этом случае в первом и третьем уравнениях системы (21.9.2) полагаем $\beta = 0$, $\delta_н = 0$. Тогда система уравнений (21.9.2) приводится к виду

$$\left.\begin{aligned} \dot{\zeta}_2 &= -A_0\gamma - \frac{B_\beta'}{v} W_n, \\ \ddot{\gamma} + a_{xx}\dot{\gamma} &= -a_{xэ}\delta_э - \left(\frac{a_{xy}}{v} + \frac{a_{xx}}{v}\right)\dot{W}_n, \end{aligned}\right\} \tag{21.9.20}$$

а второе уравнение системы (21.9.2) отделяется и характеризует динамику компенсации скольжения. Предположим, что система управления является той же, как и в первом случае. Тогда уравнения (21.9.4) и (21.9.5) сохраняются такими же. Уравнение отклонения элеронов принимает вид

$$\delta_э = k_2(u_1 + \tau\dot{u}) + k_3\gamma, \tag{21.9.21}$$

где $k_3\gamma$ — сигнал измерителя текущего угла крена, выполняющий роль обратной связи по крену. Эта обратная связь здесь необходима, так как ракета, как это видно из второго уравнения, не имеет устойчивости по углу крена. Уравнение (21.9.7) для бокового отклонения ракеты остается прежним. Системе уравнений соответствует структурная схема, изображен-

ная на рис. 21.9.2. Для вычисления дисперсии ошибки наведения η_2 в установившемся режиме, как и выше, в предположении безынерционности движения ракеты относительно центра массы, прежде всего определим передаточную функцию системы от входа $vX_{\text{пр}} + X_a$ до выхода ζ_2:

$$\Phi_1'(\lambda) = -\frac{A_0 k_2 k_a (1 + \tau\lambda)}{k_3 \lambda^2 + A_0 k_2 k_a v (1 + \tau\lambda)}. \qquad (21.9.22)$$

Отсюда $\Phi_1'(0) = -1/v$, и в установившемся режиме величины η_2 и $vX_{\text{пр}\,1} + X_{a1}$ связаны тем же соотношением (21.9.10). В результате для дисперсии σ_1^2 от инструментальных ошибок измерителей получаем ту же формулу (21.9.11). Для определения

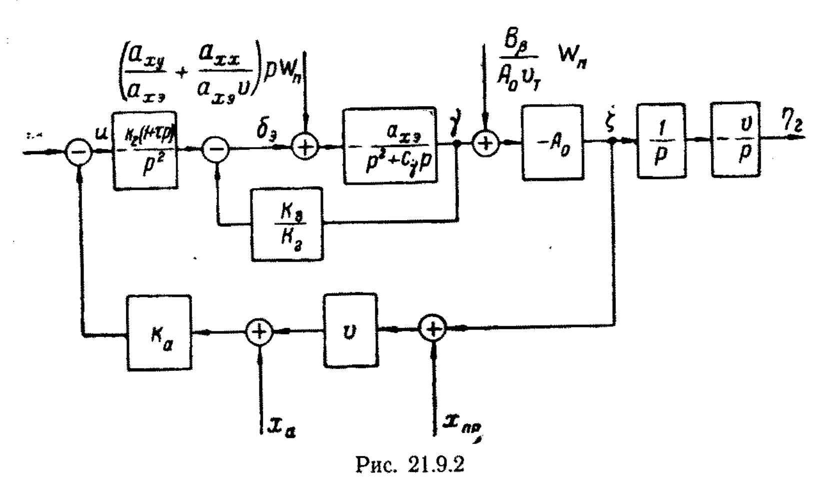


Рис. 21.9.2

составляющей дисперсии σ_2^2 необходимо вычислить интеграл (21.9.14), подставив вместо $\Phi_1(i\omega)$ функцию $\Phi_1'(i\omega)$. Для определения дисперсии σ_3^2 от флуктуации скорости ветра W_n необходимо вычислить интеграл (21.9.16) при спектральной плотности, заданной формулой (21.1.17), и передаточной функции $\Phi_2'(\lambda)$ вида

$$\Phi_2'(\lambda) = -\frac{A_0 (a_{xy} + a_{xx}) + B_\beta' k_3}{k_3 \lambda^2 + A_0 k_2 k_a (1 + \tau\lambda) v}. \qquad (21.9.23)$$

Интеграл в формуле (21.9.16) вычисляется с помощью таблиц. В результате получаем

$$\sigma_3^2 = \sigma_w^2 L_n \frac{c_0 (k_3 + b_0 \tau L_n) - b_0 c_0^3 3 L_n^2}{b_0^2 v [k_3 + b_0 (1 + \tau) L_n]}, \qquad (21.9.24)$$

где

$$c_0 = A_0 (a_{xy} + a_{xx}) + B_\beta' k_3, \quad b_0 = A_0 k_3 k_a v.$$

Окончательная формула для дисперсии ошибки наведения автономно управляемой ракеты во втором случае имеет тот же вид (21.9.19).

Аналогично может быть проанализирована точность наведения крылатой ракеты в продольном канале, если воспользоваться вместо уравнений (21.9.1) первым и вторым уравнениями системы (20.2.14) и соответствующими уравнениями работы системы управления.

Глава 22

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ И ТОЧНОСТИ НАВЕДЕНИЯ УПРАВЛЯЕМЫХ РАКЕТ

§ 22.1. МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ НАВЕДЕНИЯ УПРАВЛЯЕМЫХ РАКЕТ

Простота прикладных методов исследования стационарных линейных систем, которые получили развитие и нашли широкое применение в современной теории автоматического управления, естественно, приводит к мысли — положить эти методы в основу инженерных методов расчета и проектирования систем управления полетом. Большая часть методов исследования стационарных линейных систем, применяемых в теории автоматического управления, представляет собой качественные методы исследования устойчивости и качества процесса управления, позволяющие выбирать структуру и параметры систем управления так, чтобы обеспечить устойчивость процесса управления и хорошие переходные процессы. Возможность применения к нестационарным линейным системам методов теории стационарных систем определяется некоторыми общими теоремами теории устойчивости и опытом практического применения этих методов (см. [1], § 10.1, 10.2, 10.3). В частности, одну из общих теорем теории устойчивости, обосновывающих применение приема «замораживания» коэффициентов и методов исследования устойчивости стационарных линейных систем к нестационарным линейным системам, доказал И. И. Ворович. Большую работу по практическому обоснованию возможности применять к нестационарным линейным системам методы исследования устойчивости стационарных линейных систем провел Е. А. Ананьев. Сущность всех полученных теоретическим путем и практическим опытом результатов заключается в том, что изменение состояния системы в каждый данный момент времени имеет одинаковый характер при переменных коэффициентах дифференциальных уравнений и в случае, когда, начиная с этого момента, коэффициенты дифференциальных уравнений перестают изменяться и сохраняют постоянные значения, соответствующие этому моменту (т. е.

«замораживаются», начиная с данного момента), если система с «замороженными» коэффициентами определенно устойчива или определенно неустойчива (не находится вблизи границ области устойчивости) и если коэффициенты дифференциальных уравнений действительной нестационарной системы изменяются не очень быстро. А так как с точки зрения устойчивости практически важен именно только характер изменения состояния системы в каждый момент (затухание колебаний, увеличение амплитуды колебаний, апериодическое приближение системы к положению равновесия или к установившемуся состоянию, апериодическое удаление системы от состояния равновесия или установившегося состояния), то с практической точки зрения суждение об устойчивости нестационарной линейной системы по критериям, пригодным, строго говоря, только для стационарных систем, оказывается вполне достаточным. Следует, впрочем, оговориться, что очень быстрое изменение коэффициентов уравнений или нахождение системы вблизи границ области устойчивости может существенно изменить характер интеграла уравнений при «замораживании» коэффициентов. В подобных случаях применение методов исследования устойчивости стационарных систем к нестационарным системам может дать неправильные результаты. Типичным примером условий, когда применение стационарных методов может оказаться недостаточным, может служить процесс наведения самонаводящейся ракеты в непосредственной близости от цели, так как коэффициент $1/D$ в линеаризованном законе управления очень быстро возрастает при подходе ракеты к цели. Впрочем, вопрос о том, устойчив или неустойчив процесс наведения ракеты в непосредственной близости от цели, не имеет большого значения, так как неустойчивость процесса наведения в течение последних долей секунды полета не может существенно повлиять на характер движения ракеты к цели и результат ее действия по цели. Вдали же от цели (практически при $D \geqslant 100$ *м*) коэффициент $1/D$ мал и изменяется медленно, вследствие чего исследование устойчивости стационарными методами становится возможным. В случае телеуправляемой ракеты все коэффициенты линеаризованных уравнений изменяются сравнительно медленно, вследствие чего практически всегда можно исследовать устойчивость процесса наведения телеуправляемых ракет стационарными методами, сочетая их с приемом «замораживания» коэффициентов.

На основании общих теорем Ляпунова об устойчивости ([1], § 10.2) исследование устойчивости по линеаризованным уравнениям позволяет судить и об устойчивости нелинейной системы, если только все нелинейные элементы системы имеют непрерывные характеристики, которые могут быть аппроксимированы полиномами (исключение составляют только некоторые особые случаи, не имеющие большого практического значения). Общие методы Ляпунова дают также принципиальную возмож-

ность исследовать устойчивость систем с существенно нелинейными элементами (см., например, [1], § 10.3). Однако большого распространения в сложных задачах проектирования систем управления полетом нелинейные методы исследования устойчивости пока еще не получили.

Исследование процесса наведения управляемых ракет, как мы видели в предыдущих главах, связано со сложными системами дифференциальных уравнений высокого порядка. Поэтому целесообразными для исследования устойчивости наведения ракет следует признать частотные методы, которые практически совершенно не зависят от порядка дифференциальных уравнений и степени сложности линейных систем. Эти методы в настоящее время нашли широкое применение в практике проектирования систем автоматического управления полетом ракет. Попутно исследование процесса наведения управляемых ракет частотными методами дает частотную характеристику замкнутой системы автоматического управления, необходимую для определения рассеивания ракет относительно цели и для вычисления систематических ошибок наведения. Таким образом, частотные методы дают возможность определить все характеристики системы автоматического управления, необходимые для приближенного исследования процесса наведения, правда, довольно грубого, с малой точностью вследствие «замораживания» коэффициентов. Поэтому частотные методы могут быть рекомендованы в качестве простых инженерных методов исследования процесса наведения управляемых ракет.

Для применения частотных методов к исследованию устойчивости наведения управляемых ракет удобно представить линеаризованные уравнения процесса наведения в символической операторной форме.

При этом для простоты мы ограничимся исследованием одного канала управления ракеты, например, канала руля высоты, в случае, когда каналы управления независимы и линеаризованные кинематические уравнения можно взять в виде (20.3.17) и (20.3.18) или (20.3.28) и (20.3.29), или (20.3.30). «Заморозив» в линеаризованных уравнениях движения ракеты (20.2.7), в линеаризованном кинематическом уравнении (20.3.17) и в линеаризованном законе управления (20.4.52) все коэффициенты, включая коэффициент $1/r$, отбрасывая все возмущения, не зависящие от вариаций элементов движения ракеты, и опуская для простоты индексы, можем переписать эти уравнения в операторной форме следующим образом:

$$\left.\begin{aligned} &\eta = \Phi_\eta(p)\zeta, \quad \zeta = \Phi_\zeta(p)\alpha, \quad \alpha = -\Phi_\alpha(p)\delta, \\ &\delta = -N_\eta(p)\frac{\eta}{r} - N_\zeta(p)\zeta - N_\alpha(p)\alpha, \end{aligned}\right\} \qquad (22.1.1)$$

где операторы $\Phi_{\eta}(p)$, $\Phi_{\zeta}(p)$ и $\Phi_{\alpha}(p)$ определяются формулами

$$\Phi_{\eta}(p) = \frac{v_{11}}{p}, \quad \Phi_{\zeta}(p) = \frac{A_{\alpha}}{p}, \quad \Phi_{\alpha}(p) = \frac{c_{\delta}}{p^2 + c_{\dot{\alpha}}\, p + c_{\alpha}}, \tag{22.1.2}$$

а операторы $N_{\eta}(p)$, $N_{\zeta}(p)$ и $N_{\alpha}(p)$ определяются, как было показано в § 20.4.

Уравнения (22.1.1) и формулы (22.1.2) показывают, что систему наведения управляемой ракеты, стабилизированной по крену, можно представить по одному из каналов управления в

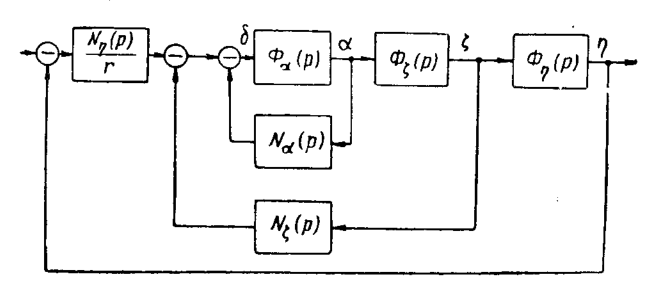


Рис. 22.1.1

виде соединения системы с передаточной функцией $N_{\eta}(\lambda)/r$, колебательного звена с передаточной функцией $\Phi_{\alpha}(\lambda)$, двух усилителей с коэффициентами усиления v_{11} и A_{α} и двух интеграторов с тремя цепями отрицательных обратных связей, из которых две внутренние содержат звенья с передаточными функциями $N_{\zeta}(\lambda)$ и $N_{\alpha}(\lambda)$ (рис. 22.1.1).

Для нахождения частотной характеристики системы наведения необходимо прежде всего избавиться от звеньев в цепях обратных связей. Применяя известные правила структурных

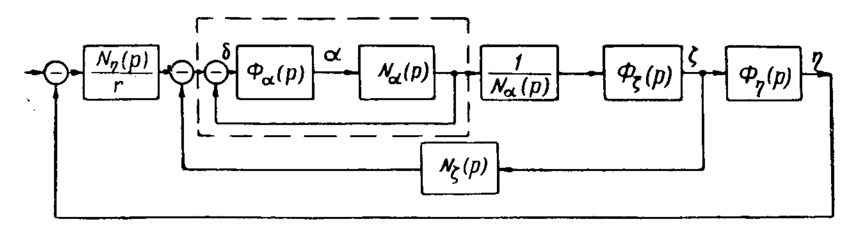


Рис. 22.1.2

преобразований (см. [1], § 4.6), можно заменить колебательное звено с передаточной функцией $\Phi_{\alpha}(\lambda)$ с обратной связью, содержащей звено с передаточной функцией $N_{\alpha}(\lambda)$, последовательным соединением этих звеньев, охваченных отрицательной жесткой обратной связью, и звена с передаточной функцией $1/N_{\alpha}(\lambda)$ (рис. 22.1.2).

Определение частотной характеристики системы наведения следует начать с нахождения частотной характеристики замкнутой системы, состоящей из последовательно соединенных колебательного звена $\Phi_\alpha(\lambda)$ и звена $N_\alpha(\lambda)$, охваченных отрицательной жесткой обратной связью. Эта система обведена пунктирным прямоугольником на рис. 22.1.2 и показана отдельно на рис. 22.1.3. Суммируя ординаты логарифмических амплитудных характеристик звеньев $\Phi_\alpha(\lambda)$ и $N_\alpha(\lambda)$, найдем логарифмическую амплитудную характеристику разомкнутой системы, образованной последовательно соединенными звеньями $\Phi_\alpha(\lambda)$ и $N_\alpha(\lambda)$. Точно так же, суммируя ординаты фазовых характеристик звеньев $\Phi_\alpha(\lambda)$ и $N_\alpha(\lambda)$, найдем фазовую характеристику разомкнутой системы, полученной в результате последовательного соединения этих звеньев. После этого, пользуясь известной номограммой (см. [1], приложение 2), найдем искомую частотную характеристику $\Phi_1(i\omega)$ замкнутой системы. Рассматривая эту замкнутую систему как одно звено с передаточной функцией $\Phi_1(\lambda)$, можно изобразить структурную схему системы управления, как показано на рис. 22.1.4.

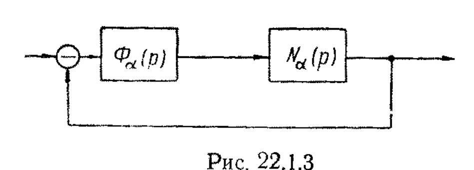


Рис. 22.1.3

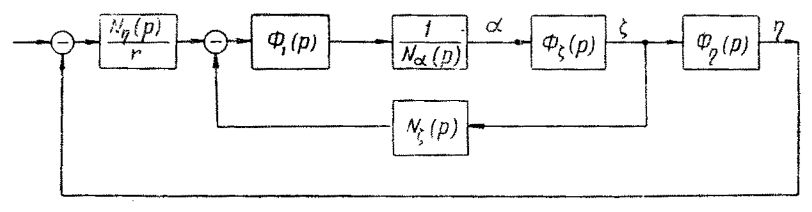


Рис. 22.1.4

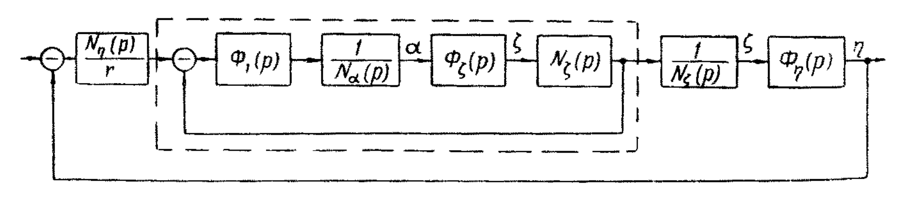


Рис. 22.1.5

Применяя снова изложенный прием, избавляемся от звена $N_\zeta(\lambda)$ в цепи обратной связи и преобразуем структурную схему системы управления к виду, представленному на рис. 22.1.5. Тогда можно будет определить частотную характеристику замкнутой системы, состоящей из последовательно соединенных звеньев $\Phi_1(\lambda)$, $1/N_\alpha(\lambda)$, $\Phi_\zeta(\lambda)$ и $N_\zeta(\lambda)$, охваченных отрицательной

жесткой обратной связью. Эта замкнутая система обведена пунктирным прямоугольником на рис. 22.1.5 и показана отдельно на рис. 22.1.6. Суммируя ординаты логарифмических амплитудных характеристик звеньев $\Phi_1(\lambda)$, $1/N_\alpha(\lambda)$, $\Phi_\zeta(\lambda)$ и $N_\zeta(\lambda)$, построим логарифмическую амплитудную характеристику разомкнутой системы, полученной в результате соединения этих звеньев. Суммируя ординаты фазовых характеристик этих звеньев, найдем фазовую характеристику полученной в результате их соединения разомкнутой системы. После этого,

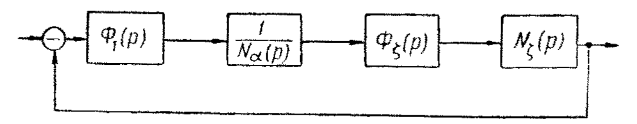


Рис. 22.1.6

пользуясь номограммой, найдем частотную характеристику $\Phi_2(i\omega)$ замкнутой системы, обведенной пунктирным прямоугольником на рис. 22.1.5 и показанной отдельно на рис. 22.1.6. Рассматривая эту замкнутую систему как одно звено с передаточной функцией $\Phi_2(\lambda)$, можно представить структурную схему системы наведения, как показано на рис. 22.1.7. В результате мы представим систему управления как последовательное

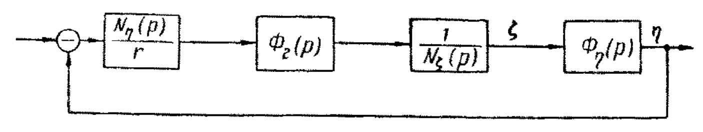


Рис. 22.1.7

соединение четырех звеньев с передаточными функциями $N_\eta(\lambda)/r$ (r рассматривается как постоянная), $N_\eta(\lambda)$, $1/N_\zeta(\lambda)$ и $\Phi_\eta(\lambda)$, охваченных отрицательной жесткой обратной связью. Суммируя ординаты логарифмических амплитудных характеристик этих звеньев, а также ординаты их фазовых характеристик, найдем логарифмическую амплитудную и фазовую характеристики разомкнутой системы наведения. После этого можно найти частотную характеристику замкнутой системы наведения $\Phi_{\eta\eta}(i\omega)$ при помощи номограммы замыкания. По разомкнутой частотной характеристике системы наведения можно судить об устойчивости процесса наведения и путем подбора параметров и преобразующих операторов (т. е. корректирующих цепей) в системе управления добиться необходимых запасов устойчивости (см. [1], § 6.3, 6.6, 6.7). Знание замкнутой частотной характеристики системы наведения дает возможность определить характеристики точности наведения: систематическую ошибку наведения и дисперсию и среднее квадратическое отклонение рассеивания управляемых ракет, как было показано в гл. 21.

Заметим, что для применения изложенного способа определения частотных характеристик системы наведения ракеты совершенно не обязательно знать передаточные функции системы управления $N_\eta(\lambda)$, $N_\zeta(\lambda)$, $N_\alpha(\lambda)$ и передаточную функцию ракеты $\Phi_\alpha(\lambda)$ в аналитической форме. Вполне достаточно задать их графически. Это обстоятельство дает возможность использовать при определении частотных характеристик системы управления полетом ракеты частотные характеристики некоторых ее звеньев, найденные экспериментально. Это дает возможность также использовать частотную характеристику ракеты не в виде частотной характеристики колебательного звена, а в более общей форме, которая может получиться при учете упругости ракеты и движения внутри нее жидких и газообразных масс.

Для упрощения исследования устойчивости наведения ракеты методом частотных характеристик можно в большинстве случаев ограничиться построением только асимптотических логарифмических амплитудных частотных характеристик и логарифмических фазовых частотных характеристик (см. [1], § 4.7). Это дает существенное упрощение и значительную экономию времени.

При синтезе системы управления полетом ракеты в первом приближении целесообразно добиваться достаточных запасов устойчивости и удовлетворительного качества переходных процессов с тем, чтобы потом произвести окончательный синтез системы управления на основе анализа точности наведения и эффективности действия ракеты по цели.

Для подбора корректирующих цепей системы управления и определения общего коэффициента усиления разомкнутой системы наведения, исходя из условий обеспечения устойчивости процесса наведения и удовлетворительного качества переходных процессов, целесообразно воспользоваться методом типовой логарифмической амплитудной характеристики (см. [1], § 6.6 и 6.7).

При решении ряда практических задач, в частности, при определении рассеивания управляемых ракет часто оказывается необходимым знать не только частотные характеристики, но и значения передаточных функций стационарных линейных систем на некоторых прямых, параллельных мнимой оси плоскости параметра λ, т. е. при $\lambda = \mu + i\omega$, где μ — некоторая постоянная величина.

Как показал В. К. Крапивин, определение значений передаточных функций элементарных звеньев на любой прямой, параллельной мнимой оси плоскости λ, сводится к определению частотных характеристик тех же звеньев, но с измененными соответствующим образом параметрами. Это дает возможность применить для определения значений передаточных функций на данных прямых, параллельных мнимой оси плоскости параметра λ, графические методы построения логарифмических частот-

ных характеристик, включая упрощенный метод асимптотических логарифмических частотных характеристик.

Для определения измененных параметров элементарных звеньев рассмотрим значения их передаточных функций на прямой $\lambda = \mu + i\omega$ при данном постоянном значении μ.

Передаточная функция апериодического звена при $\lambda = \mu + i\omega$ выражается формулой

$$\Phi_a(\mu + i\omega) = \frac{k}{1 + T(\mu + i\omega)} = \frac{\dfrac{k}{1 + T\mu}}{1 + \dfrac{T}{1 + T\mu}\, i\omega}. \quad (22.1.3)$$

Эта формула показывает, что передаточная функция апериодического звена с постоянной времени T и коэффициентом усиления k на прямой $\lambda = \mu + i\omega$ тождественно равна частотной характеристике апериодического звена с постоянной времени $T_1 = T/(1 + T\mu)$ и коэффициентом усиления $k_1 = k/(1 + T\mu.)$ Очевидно, что все это справедливо и для дифференцирующего звена первого порядка, если под k и k_1 понимать обратные величины коэффициентов усиления.

Аналогично определяются значения передаточной функции колебательного звена на прямой $\lambda = \mu + i\omega$:

$$\Phi_к(\mu + i\omega) = \frac{k}{1 + 2\zeta T(\mu + i\omega) + T^2(\mu + i\omega)^2} =$$

$$= \frac{k}{1 + 2\zeta T\mu + T^2\mu^2 + 2T(\zeta + \mu T)i\omega - T^2\omega^2} =$$

$$= \frac{\dfrac{k}{1 + 2\zeta T\mu + T^2\mu^2}}{1 + 2\dfrac{\zeta + \mu T}{\sqrt{1 + 2\zeta T\mu + T^2\mu^2}}\dfrac{T}{\sqrt{1 + 2\zeta T\mu + T^2\mu^2}}\, i\omega - \left(\dfrac{T}{\sqrt{1 + 2\zeta T\mu + T^2\mu^2}}\right)^2 \omega^2}. \quad (22.1.4)$$

Эта формула показывает, что передаточная функция колебательного звена с постоянной времени T, коэффициентом затухания ζ и коэффициентом усиления k на прямой $\lambda = \mu + i\omega$ совпадает с частотной характеристикой колебательного звена с

коэффициентом усиления k_1, постоянной времени T_1 и коэффициентом затухания ζ_1 определяемыми равенствами:

$$\left.\begin{aligned} k_1 &= \frac{k}{1+2T\zeta\mu+T^2\mu^2}, \\ T_1 &= \frac{T}{\sqrt{1+2\zeta T\mu+T^2\mu^2}}, \\ \zeta_1 &= \frac{\zeta+\mu T}{\sqrt{1+2\zeta T\mu+T^2\mu^2}}. \end{aligned}\right\} \qquad (22.1.5)$$

Это же справедливо, очевидно, и для дифференцирующего звена второго порядка, если под k и k_1 понимать обратные величины коэффициентов усиления.

Передаточная функция интегрирующего звена на прямой $\lambda=\mu+i\omega$ равна:

$$\Phi_и(\mu+i\omega)=\frac{k}{\mu+i\omega}=\frac{\frac{k}{\mu}}{1+\frac{1}{\mu}i\omega}. \qquad (22.1.6)$$

Эта формула показывает, что передаточная функция интегрирующего звена с коэффициентом усиления k на прямой $\lambda=\mu+$ $+i\omega$ совпадает с частотной характеристикой апериодического звена с коэффициентом усиления k/μ и постоянной времени $1/\mu$.

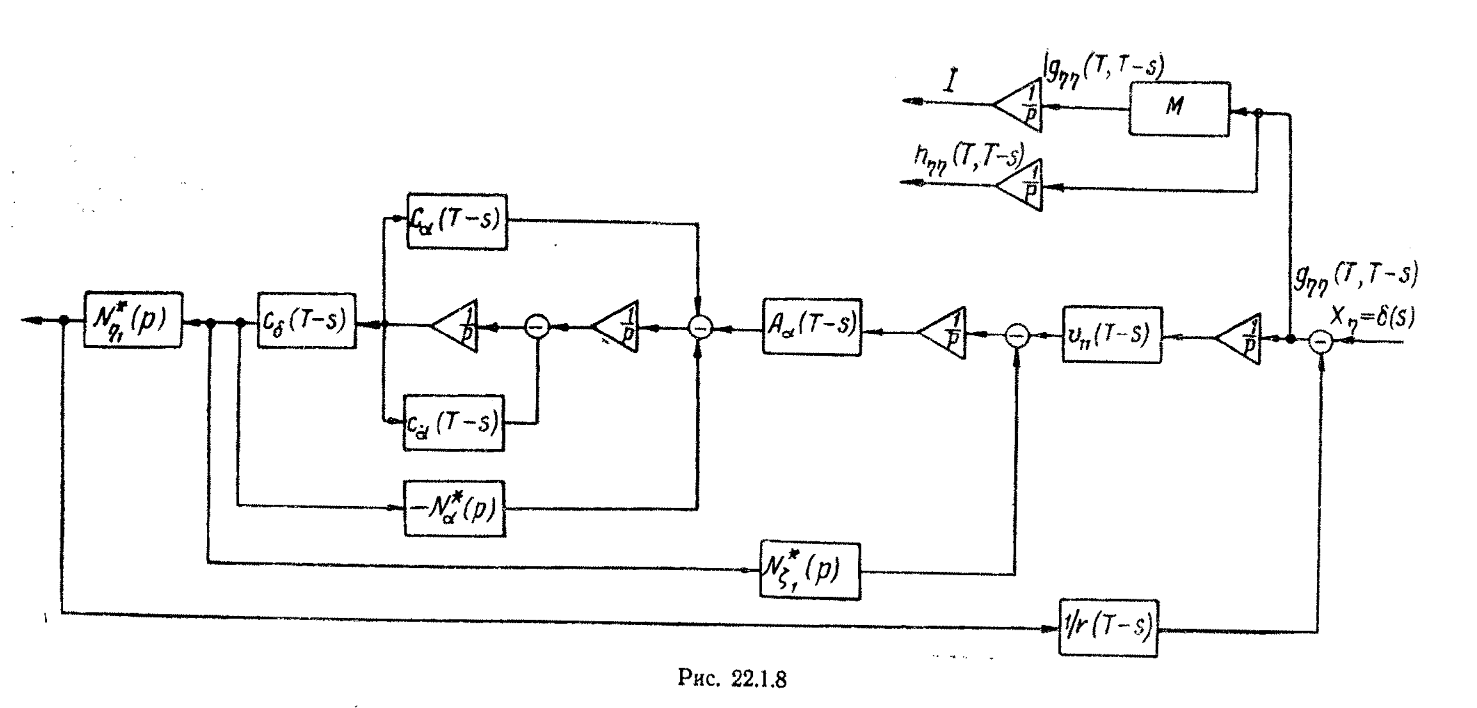
Наконец, передаточная функция запаздывающего звена на прямой $\lambda=\mu+i\omega$ равна:

$$\Phi_з(\mu+i\omega)=k\,e^{-\tau(\mu+i\omega)}=k\,e^{-\tau\mu}\,e^{-\tau i\omega}. \qquad (22.1.7)$$

Эта формула показывает, что передаточная функция запаздывающего звена с коэффициентом усиления k и временем запаздывания τ на прямой $\lambda=\mu+i\omega$ совпадает с частотной характеристикой запаздывающего звена с коэффициентом усиления $k\,e^{-\tau\mu}$ и с тем же временем запаздывания τ.

Пользуясь найденными соотношениями, можно практически для любой стационарной линейной системы свести определение ее передаточных функций на данной прямой, параллельной мнимой оси плоскости параметра λ, к определению частотной характеристики аналогичной стационарной линейной системы, но с измененными параметрами.

Для более точного исследования устойчивости процесса наведения с учетом его нестационарности после того, как в первом приближении выбрана структура и параметры корректирующих цепей системы управления, можно воспользоваться общим крите-



$X_\eta = \delta(s)$
$g_{\eta\eta}(T, T-s)$
$\frac{1}{p}$
M
I
$h_{\eta\eta}(T, T-s)$
$v_\eta(T-s)$
$A_\alpha(T-s)$
$C_\alpha(T-s)$
$c_{\dot{\alpha}}(T-s)$
$c_\delta(T-s)$
$-N^*_\alpha(p)$
$N^*_{\zeta_1}(p)$
$N^*_{\eta_1}(p)$
$1/r(T-s)$

Рис. 22.1.8

рием устойчивости линейных систем. Согласно этому критерию, процесс наведения устойчив тогда и только тогда, когда интеграл

$$I = \int_{t_0}^{t} | g_{\eta\eta}(t, \tau) | \, d\tau \tag{22.1.8}$$

конечен и ограничен при любых t_0 и t (см. [1], § 6.1). При этом в случае, когда аналитическое определение весовой функции $g_{\eta\eta}(t, \tau)$ невозможно, интеграл (22.1.8) можно вычислить с помощью моделирующих устройств. Для этого следует добавить к модели сопряженной системы, дающей весовую функцию системы наведения $g_{\eta\eta}(t, \tau)$ как функцию τ при фиксированном t (§ 20.5), устройство для определения модуля $|g_{\eta\eta}(t, \tau)|$ и интегратор (рис. 22.1.8). Определив интеграл (22.1.8) для ряда моментов времени t и убедившись в том, что он мало изменяется при увеличении $t - t_0$ и не имеет тенденции неограниченно возрастать с увеличением $t - t_0$, мы можем быть уверены в том, что процесс наведения практически будет устойчивым. При этом можно параллельно исследовать и качество переходного процесса, если определять, кроме интеграла I, еще переходную функцию системы наведения

$$h_{\eta\eta}(t, \tau) = \int_{\tau}^{t} g_{\eta\eta}(t, \tau) \, d\tau. \tag{22.1.9}$$

Необходимые для этого добавления к схеме моделирования сопряженной системы также показаны на рис. 22.1.8.

§ 22.2. ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ НАВЕДЕНИЯ УПРАВЛЯЕМЫХ РАКЕТ С ПОМОЩЬЮ ВЕСОВЫХ ФУНКЦИЙ

Определение весовых функций процесса наведения управляемых ракет было рассмотрено в § 20.5. Применим весовые функции процесса наведения для исследования точности наведения управляемых ракет. Рассмотрим так же, как и в § 20.5, процесс наведения на цель самонаводящейся или телеуправляемой ракеты, описываемый линеаризованной системой уравнений (20.5.1). Неслучайными возмущениями для линеаризованной системы уравнений являются функции $\alpha_т$, c_0, $\delta^{(0)}$, причем $\alpha_т$ и $\delta^{(0)}$ определяются динамикой теоретического движения. В качестве одного случайного возмущения мы будем рассматривать ошибку измерения угловых координат цели относительно ракеты в случае самонаводящейся ракеты и ошибку измерения координат цели в случае телеуправления. В обоих случаях эта ошибка представляет собой случайную функцию $X(t)$, которая в общем случае может иметь отличное от нуля математическое ожидание.

Вторым случайным возмущением в линеаризованной системе уравнений является случайный маневр цели относительно при-

нятой теоретической траектории. Случайный маневр цели относительно теоретической траектории описывается случайной функцией $U(t)$, которая также может иметь отличное от нуля математическое ожидание. В дальнейшем будем полагать, что ошибки измерения координат цели не связаны со случайным маневром цели.

Общая формула, определяющая выходную величину линейной системы Y через весовую функцию системы g_{yx} и входное возмущение X, имеет вид ([1], § 2.2)

$$Y(t) = \int_0^t g_{yx}(t, \tau) X(\tau)\, d\tau. \qquad (22.2.1)$$

Математическое ожидание и дисперсия выходной величины системы определяются формулами ([1], § 7.2)

$$\left.\begin{aligned} m_y(t) &= \int_0^t g_{yx}(t, \tau)\, m_x(\tau)\, d\tau, \\ D_y(t) &= \int_0^t\int_0^t K_x(\tau, \tau')\, g_{yx}(t, \tau)\, g_{yx}(t, \tau')\, d\tau\, d\tau'. \end{aligned}\right\} \qquad (22.2.2)$$

Если на систему действуют на различных входах несколько возмущений, не коррелированных друг с другом, то суммарные математические ожидания и дисперсия выходной переменной получаются простым суммированием соответственно математических ожиданий и дисперсий, вычисленных для всех возмущений по отдельности.

Ошибка наведения самонаводящейся ракеты определяется формулой (21.3.9)

$$y_к = y_{тк} + v_{11}\zeta_в \Delta t + \eta_в - U_в \Delta t, \qquad (22.2.3)$$

где

$$\Delta t = D_в / |\dot{D}_в|; \quad v_{11}\zeta_в - U_в = \dot{\eta}_в.$$

Согласно формулам (22.2.2) и (22.2.3) получим следующую формулу для математического ожидания ошибки наведения самонаводящейся ракеты:

$$m_{yк} = y_{тк} + v_{11}\Delta t \int_0^{t_в} g_{\zeta x}(t_в, \tau)\, m_x(\tau) d\tau + v_{11}\Delta t \int_0^{t_в} g_{\zeta U}(t_в, \tau) m_U(\tau) d\tau +$$

$$+ v_{11}\Delta t \int_0^{t_в} g_{\zeta \alpha т}(t_в, \tau)\, \alpha_т(\tau)\, d\tau + v_{11}\Delta t \int_0^{t_в} g_{\zeta c_0}(t_в, \tau)\, c_0(\tau)\, d\tau +$$

$$+ v_{11}\Delta t \int_0^{t_в} g_{\zeta\delta}(t_в, \tau)\, \delta^{(0)}(\tau)\, d\tau + \int_0^{t_в} g_{\eta x}(t_в, \tau)\, m_x(\tau)\, d\tau +$$

$$+\int_0^{t_в} g_{\eta U}(t_в,\tau)\, m_U(\tau)\, d\tau + \int_0^{t_в} g_{\eta\alpha т}(t_в,\tau)\,\alpha_т(\tau)d\tau + \int_0^{t_в} g_{\eta c_0}(t_в,\tau)\, c_0(\tau)\, d\tau +$$

$$+\int_0^{t_в} g_{\eta\delta}(t_в,\ \tau)\,\delta^{(0)}(\tau)\, d\tau - m_{Uв}\,\Delta t. \qquad (22.2.4)$$

Эту формулу можно преобразовать к следующему виду:

$$m_{yк} = y_{тк} + \int_0^{t_в} g_{yx}(t_в,\tau)\, m_x(\tau)\, d\tau + \int_0^{t_в} g_{yU}(t_в,\ \tau)\, m_U(\tau)\, d\tau +$$

$$+\int_0^{t_в} g_{y\alpha т}(t_в,\ \tau)\,\alpha_т(\tau)\, d\tau + \int_0^{t_в} g_{y c_0}(t_в,\tau)\, c_0(\tau)\, d\tau +$$

$$+\int_0^{t_в} g_{y\delta}(t_в,\ \tau)\,\delta^{(0)}(\tau)\, d\tau - m_{Uв}\Delta t, \qquad (22.2.5)$$

где введены следующие весовые функции:

$$g_{yx} = v_{11}\,\Delta t\, g_{\zeta x} + g_{\eta x}, \qquad g_{yU} = v_{11}\,\Delta t\, g_{\zeta U} + g_{\eta U},$$

$$g_{y\alpha т} = v_{11}\,\Delta t\, g_{\zeta\alpha т} + g_{\eta\alpha т}, \qquad g_{y c_0} = v_{11}\,\Delta t\, g_{\zeta c_0} + g_{\eta c_0},$$

$$g_{y\delta} = v_{11}\,\Delta t\, g_{\zeta\delta} + g_{\eta\delta}. \qquad (22.2.6)$$

Весовая функция g_{yc_0} связана с весовой функцией $g_{y\delta}$ следующим образом: $g_{yc_0} = -1/c_\delta\, g_{y\delta}$ и может быть определена, если известна весовая функция $g_{y\delta}$. Однако при использовании для решения сопряженной системы уравнений математической машины целесообразно воспользоваться соответствующим выходом сопряженной системы вместо отдельного умножения весовой функции $g_{y\delta}$ на коэффициент $-1/c_\delta$.

На основании изложенного в § 20.5 установим условия интегрирования сопряженной системы для получения весовых функций, входящих в формулу (22.2.5) (рис. 20.5.4):

$$y_2(0) = v_1\,\Delta t, \quad y_1(0) = 1, \quad y_3(0) = y_4(0) = 0,$$

$$\nabla_x(s) = g_{yx}(t_в, t_в - s), \quad \nabla_U(s) = g_{yU}(t_в,\ t_в - s),$$

$$\nabla_{\alpha т}(s) = g_{y\alpha т}(t_в,\ \ t_в - s), \quad \nabla_{c_0}(s) = g_{yc_0}(t_в,\ t_в - s),$$

$$\nabla_\delta(s) = g_{y\delta}(t_в,\ t_в - s). \qquad (22.2.7)$$

Таким образом, для получения всех весовых функций, входящих в формулу (22.2.5) и определяющих математическое ожидание ошибки наведения, требуется только одно интегрирование сопряженной системы уравнений при начальных условиях (22.2.7).

Дисперсия ошибки наведения вследствие ошибок измерения координат цели и случайного маневра цели вычисляется по второй формуле (22.2.2) с использованием только весовой функции g_{yx} и g_{yU}

$$D_y(t_к) = \int_0^{t_в}\int_0^{t_в} K_x(\tau, \tau') g_{yx}(t_в, \tau) g_{yx}(t_в, \tau')\, d\tau\, d\tau' +$$

$$+ \int_0^{t_в}\int_0^{t_в} K_U(\tau, \tau') g_{yU}(t_в, \tau) g_{yU}(t_в, \tau')\, d\tau\, d\tau' -$$

$$- 2\Delta t \int_0^{t_в} K_U(t_в, \tau) g_{yU}(t_в, \tau)\, d\tau + D_{Uв}\Delta t^2. \qquad (22.2.8)$$

В общем случае при вычислении двойных интегралов в формуле (22.2.8), определяющей дисперсию ошибки наведения, возникают некоторые трудности чисто технического характера. Однако в большинстве практических случаев формулу для вычисления дисперсии ошибки наведения удается значительно упростить. Обычно ошибка измерения углового положения цели представляет собой стационарную случайную функцию или сумму стационарной случайной функции и другой стационарной случайной функции с переменным коэффициентом усиления, причем эти два слагаемых можно считать независимыми. Так, например, случайную ошибку измерения углового положения цели радиолокационным координатором цели можно полагать состоящей из суммы двух независимых случайных функций, одна из которых $X_ф$ является стационарной случайной функцией и порождается флуктуациями отраженного от цели сигнала, а другая $X_б$ является стационарной случайной функцией с переменным коэффициентом усиления, обратно пропорциональным дальности до цели, и порождается случайным блужданием центра отражения радиоволн (см. § 4.5)

$$X = X_ф + \frac{X_б}{D}. \qquad (22.2.9)$$

Случайные функции $X_ф$ и $X_б$ приближенно можно полагать обладающими постоянной спектральной плотностью в полосе пропускания замкнутой системы наведения. Иными словами, случайную функцию X можно считать белым шумом. Имея в виду, что белый шум имеет корреляционную функцию в виде δ -функции, корреляционную функцию случайной функции X можно представить формулой

$$K_x(\tau, \tau') = G_{0ф}\delta(\tau - \tau') + \frac{G_{0б}\delta(\tau - \tau')}{D(\tau)D(\tau')}, \qquad (22.2.10)$$

где

$$G_{0ф} = 2\pi s_{xф}(0) \quad и \quad G_{0б} = 2\pi S_{xб}(0).$$

Используя формулу для вычисления дисперсии (22.2.8) и выражение для корреляционной функции (22.2.10), получим простую формулу для определения составляющей дисперсии ошибки наведения вследствие ошибок измерения координат цели

$$D_y^{(1)}(t_к) = G_{0ф} \int_0^{t_в} g_{yx}^2(t_в, \tau)\, d\tau + G_{0б} \int_0^{t_в} \frac{g_{yx}^2(t_в, \tau)}{D^2(\tau)}\, d\tau. \qquad (22.2.11)$$

Рассмотрим вычисление второй составляющей дисперсии ошибки наведения, вызванной маневром цели относительно теоретической траектории. Случайная функция $U(t)$ формулой (21.5.21) представлена в виде суммы математического ожидания m_U и центрированной случайной функцией $U^0(t)$. Случайная функция $U^0(t)$ с равным нулю математическим ожиданием при допущениях, введенных в § 21.5, может быть представлена в виде произведения неслучайной функции $z(t) = t \cdot \cos(\varepsilon_т - \theta_{цт})$ и случайной величины $Z = V_ц^0\, \theta_ц + v_ц\, \dot{\theta}_ц^0$, математическое ожидание которой равно нулю

$$U^0(t) = z(t) Z. \qquad (22.2.12)$$

Корреляционная функция случайной функции $U(t)$ имеет вид

$$K_U(t, t') = z(t) z(t') D_z. \qquad (22.2.13)$$

На основании формул (22.2.8) и (22.2.13) получим формулу для определения составляющей дисперсии ошибки наведения, вызванной маневром цели относительно теоретической траектории

$$D_y^{(2)}(t_к) = D_z \left(\int_0^{t_в} z(\tau)\, g_{yU}(t_в, \tau)\, d\tau - z_в \Delta t \right)^2. \qquad (22.2.14)$$

Подставляя в формулу (22.2.8) выражения для составляющих дисперсии ошибки наведения (22.2.11) и (22.2.14), получим окончательную формулу для определения дисперсии ошибки наведения самонаводящейся ракеты

$$D_y(t_к) = G_{0ф} \int_0^{t_в} g_{yx}^2(t_в, \tau)\, d\tau + G_{0б} \int_0^{t_в} \frac{g_{yx}^2(t_в, \tau)}{D^2(\tau)}\, d\tau + $$
$$+ D_z \left(\int_0^{t_в} z(\tau)\, g_{yU}(t_в, \tau)\, d\tau - z_в \Delta t \right)^2. \qquad (22.2.15)$$

Таким образом, для определения характеристик точности наведения самонаводящейся ракеты необходимо произвести вычисления по формулам (22.2.4) и (22.2.15).

Обычно при решении задачи определения характеристик точности наведения с помощью весовых функций процесса наве-

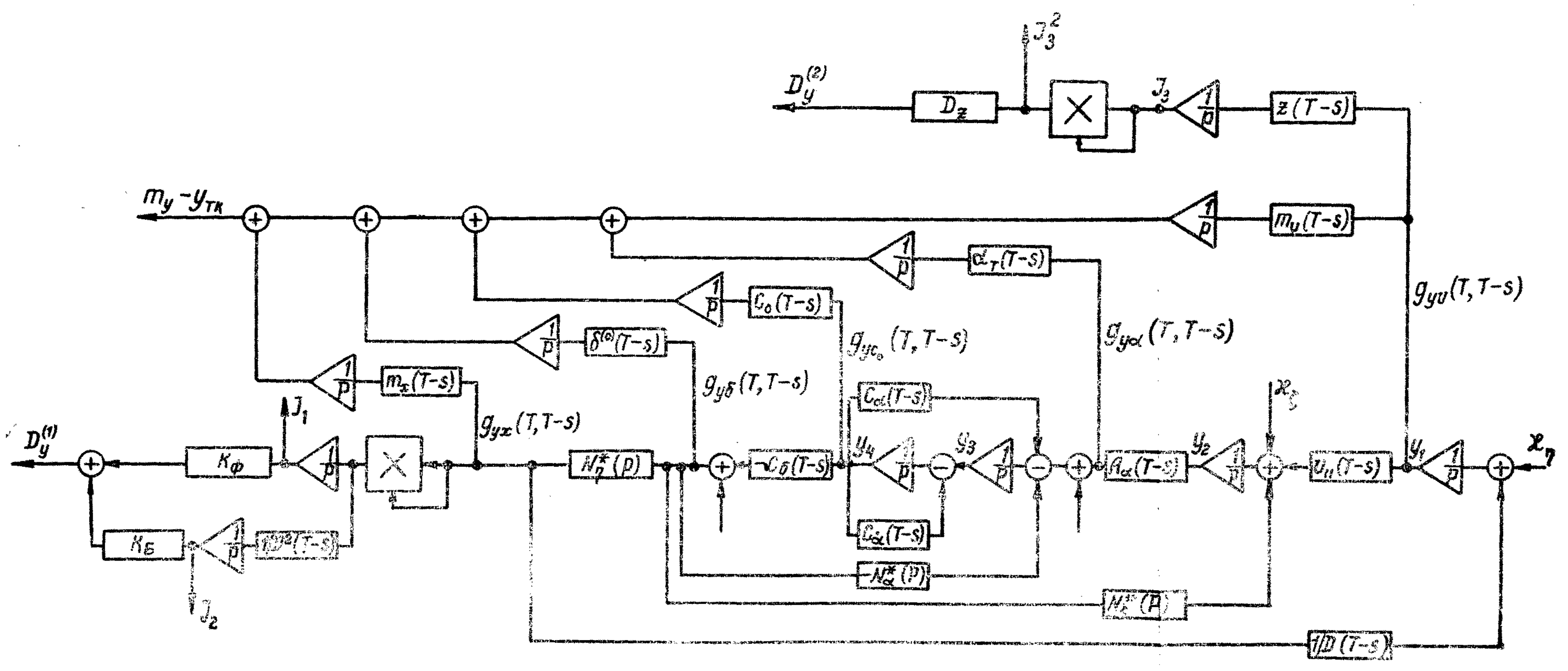

J3^2
Dy^(2)
Dz
J3
1/p
z(T-s)
my - yтк
mv(T-s)
αT(T-s)
gyv(T, T-s)
C0(T-s)
gyα(T, T-s)
gyc0(T, T-s)
δ(T-s)
gyδ(T, T-s)
mx(T-s)
J1
gyx(T, T-s)
Dy^(1)
Kф
Nη*(p)
Cα(T-s)
y4
g3
y2
y1
Aα(T-s)
v11(T-s)
xη
KБ
J2
Nα*(p)
1/D(T-s)

Рис. 22.2.1

дения на математических машинах вычисление математического ожидания и дисперсии ошибки наведения по формулам (22.2.4) и (22.2.15) производится одновременно с решением сопряженной системы уравнений (рис. 22.2.1). При этом формула (22.2.15) позволяет при однократном моделировании сопряженной системы получить значения дисперсии ошибки наведения при различных дисперсиях входного случайного возмущения $X(t)$ (т. е. при различных уровнях помехи) и при различных дисперсиях случайной величины Z^0 (при различных дисперсиях нормального ускорения цели и случайной составляющей скорости цели). Для этого достаточно при решении сопряженной системы определить значение интегралов J_1, J_2, J_3^2 (рис. 22.2.1).

Ошибка наведения телеуправляемой ракеты определяется формулой (21.6.2), которая при отсутствии маневра цели относительно теоретической траектории принимает вид

$$y_{\text{к}} = y_{\text{тк}} + \eta_{\text{к}}. \qquad (22.2.16)$$

Формула, определяющая математическое ожидание ошибки наведения телеуправляемой ракеты, на основании (22.2.16) принимает вид

$$m_{y\text{к}} = y_{\text{тк}} + \int_0^{t_{\text{к}}} g_{\eta x}(t_{\text{к}}, \tau)\, m_x(\tau)\, d\tau + \int_0^{t_{\text{к}}} g_{\eta \alpha_{\text{т}}}(t_{\text{к}}, \tau)\, \alpha_{\text{т}}(\tau)\, d\tau +$$

$$+ \int_0^{t_{\text{к}}} g_{\eta c_0}(t_{\text{к}}, \tau)\, c_0(\tau)\, d\tau + \int_0^{t_{\text{к}}} g_{\eta\delta}(t_{\text{к}}, \tau)\, \delta^{(0)}(\tau)\, d\tau, \qquad (22.2.17)$$

где $g_{\eta x}$, $g_{\eta\alpha_{\text{т}}}$, $g_{\eta c_0}$, $g_{\eta\delta}$ — весовые функции, характеризующие влияние ошибок в измерении углового положения ракеты и цели, возмущений в угле атаки ракеты, в отклонении руля на величину η, характеризующую отклонение ракеты от теоретической траектории.

Установим условия интегрирования сопряженной системы (рис. 20.5.4) для определения весовых функций, входящих в формулу (22.2.17)

$$y_1(0) = 1, \qquad y_2(0) = y_3(0) = y_4(0) = 0,$$

$$\nabla_\delta(s) = g_{\eta\delta}(t_{\text{к}}, t_{\text{к}} - s), \quad \nabla_x(s) = g_{\eta x}(t_{\text{к}}, t_{\text{к}} - s),$$

$$\nabla_{\alpha\text{т}}(s) = g_{\eta\alpha_{\text{т}}}(t_{\text{к}}, t_{\text{к}} - s), \quad \nabla_{c_0}(s) = g_{\eta c_0}(t_{\text{к}}, t_{\text{к}} - s). \qquad (22.2.18)$$

Для определения ошибки наведения телеуправляемой ракеты все необходимые весовые функции $g_{\eta x}$, $g_{\eta\alpha_{\text{т}}}$, $g_{\eta c_0}$, $g_{\eta\delta}$ так же, как и в случае самонаводящейся ракеты, определяются однократным интегрированием сопряженной системы уравнений.

Обычно для телеуправляемой ракеты ошибку измерения угловых координат ракеты и цели можно считать стационарной случайной функцией, имеющей постоянную спектральную плот-

ность $s_x(\omega)$ в пределах полосы пропускания замкнутой системы наведения. Это значит, что ее можно полагать белым шумом. Тогда корреляционная функция случайной функции X определяется формулой

$$K_x(\tau, \tau') = G_{0x}\,\delta(\tau - \tau'),$$

где

$$G_{0x} = 2\pi\, s_x.$$

Формула, определяющая дисперсию ошибки наведения, в этом случае принимает вид

$$D_y(t_\text{к}) = G_{0x} \int\limits_0^{t_\text{к}} g^2_{\eta x}(t_\text{к}, \ \tau)\, d\tau. \qquad (22.2.19)$$

Так же, как и в случае самонаведения, вычисление по формулам (22.2.17) и (22.2.19) целесообразно производить одновременно с решением сопряженной системы.

Структурная схема сопряженной системы в случае телеуправления аналогична структурной схеме в случае самонаведения (рис. 20.5.4 и 22.2.1). Решение сопряженной системы производится при начальных условиях (22.2.18), и используются только выходы сопряженной системы с весовыми функциями $g_{\eta x}$, $g_{\eta \alpha_\text{т}}$, $g_{\eta c_0}$, $g_{\eta \delta}$.

Так же, как были определены математическое ожидание и дисперсия ошибки наведения, могут быть определены вероятностные характеристики любого элемента движения управляемой ракеты в интересующий нас момент времени.

Рассмотрим, например, определение математического ожидания и дисперсии угла атаки α для момента времени t процесса наведения на цель самонаводящейся ракеты. На основании структурной схемы рис. 20.5.4 и формул (22.2.2) запишем формулы для определения математического ожидания и дисперсии угла атаки

$$m_\alpha(t) = \int\limits_0^t g_{\alpha x}(t, \ \tau)\, m_x(\tau)\, d\tau + \int\limits_0^t g_{\alpha U}(t, \ \tau)\, m_U(\tau)\, d\tau +$$

$$+ \int\limits_0^t g_{\alpha\alpha_\text{т}}(t, \ \tau)\, \alpha_\text{т}(\tau)\, d\tau + \int\limits_0^t g_{\alpha c_0}(t, \tau)\, c_0(\tau)\, d\tau + \int\limits_0^t g_{\alpha\delta}(t, \ \tau)\ \delta^{(0)}(\tau)\, d\tau, \qquad (22.2.20)$$

$$D_\alpha(t) = G_{0\text{ф}} \int\limits_0^t g^2_{\alpha x}(t, \tau)\, d\tau + G_{0\text{б}} \int\limits_0^t \frac{g^2_{\alpha x}(t, \tau)}{D^2(\tau)}\, d\tau +$$

$$+ D_z \left(\int\limits_0^t z(\tau)\, g_{\alpha U}(t, \tau)\, d\tau \right)^2. \qquad (22.2.21)$$

Установим условия интегрирования сопряженной системы для определения весовых функций $g_{\alpha x}$, $g_{\alpha U}$, $g_{\alpha c_0}$, $g_{\alpha\delta}$:

$$y_3(0) = 1, \quad y_1(0) = y_2(0) = y_4(0) = 0, \qquad (22.2.22)$$

$$\nabla_x(s) = g_{\alpha x}(t, \ t-s), \quad \nabla_U(s) = g_{\alpha U}(t, \ t-s),$$

$$\nabla_{\alpha\tau}(s) = g_{\alpha\alpha_\tau}(t, \ t-s), \ \nabla_{c_0}(s) = g_{\alpha c_0}(t, \ t-s), \ \nabla_\delta(s) = g_{\alpha\delta}(t, t-s).$$

В тех случаях, когда входное случайное возмущение задано в виде канонического разложения или интегрального канонического представления

$$X(t) = m_x(t) + \sum_{\nu=1}^{N} V_\nu x_\nu(t), \qquad X(t) = m_x(t) + \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} V(\lambda)\, x(t, \lambda)\, d\lambda,$$

выходная переменная представляется аналогичным каноническим разложением или интегральным каноническим представлением

$$Y(t) = m_y(t) + \sum_{\nu=1}^{N} V_\nu y_\nu(t), \qquad Y(t) = m_y(t) + \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} V(\lambda)\, y(t, \lambda)\, d\lambda,$$

где $y(t, \lambda)$ или $y_\nu(t)$ при каждом данном значении ν или параметра λ есть результат преобразования системой соответствующей координатной функции $x_\nu(t)$ или $x(t, \lambda)$.

Задача определения вероятностных характеристик выходной переменной сводится в этом случае к определению математического ожидания и координатных функций на выходе системы. Для определения значений координатных функций в фиксированный момент t удобно использовать весовые функции процесса наведения, так как в этом случае, как и в рассмотренных выше, требуется только одно моделирование сопряженной системы для определения весовых функций, характеризующих влияние неслучайных и случайных возмущений на ошибку наведения. Полученная при однократном интегрировании сопряженной системы весовая функция, характеризующая влияние случайного возмущения на ошибку наведения, используется уже многократно для определения значений координатных функций выходной переменной

$$y_\nu(t) = \int_0^t g_{yx}(t, \tau)\, x_\nu(\tau)\, d\tau \quad (\nu = 1, 2, \ldots, N),$$

$$y(t, \lambda) = \int_0^t g_{yx}(t, \tau)\, x(\tau, \lambda)\, d\tau \quad (\lambda = \lambda_1, \ \lambda_2, \ \ldots). \qquad (22.2.23)$$

Дисперсия выходной переменной в этих случаях вычисляется по формулам

$$D_y(t)=\sum_{\nu=1}^{N} D_\nu y_\nu^2(t) \text{ или } D_y(t)=\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} G(\lambda)\, y^2(t,\lambda)\, d\lambda. \quad (22.2.24)$$

Можно, конечно, осуществить и одновременное вычисление интегралов (22.2.23), (22.2.24) для всех значений λ вместе с решением сопряженной системы, если это допускают возможности имеющейся вычислительной техники.

Определение весовых функций процесса наведения на основе линеаризованной системы уравнений с помощью аналоговых или цифровых математических машин имеет некоторые особенности, на которых мы сейчас остановимся.

Как известно, для решения линеаризованной системы уравнений (исходной или сопряженной) необходимо знать переменные коэффициенты и некоторые возмущения, являющиеся функциями времени и определяемые в результате решения системы уравнений, описывающей теоретическое движение. При решении линеаризованной системы уравнений на аналоговой машине обычно элементы теоретического движения определяются заранее, что дает возможность произвести набор переменных коэффициентов для решения линеаризованной системы уравнений. При переходе к другим условиям применения ракеты (другая начальная дальность, высота, скорость) приходится определять элементы нового теоретического движения и производить новый набор переменных коэффициентов в линеаризованной системе уравнений. При этом для решения сопряженной системы требуются переменные коэффициенты, программированные в обратном времени.

При решении сложной линеаризованной системы уравнений процесса наведения на цифровой машине обычно не удается воспользоваться оперативной памятью для ввода переменных коэффициентов, ввиду ее недостаточной емкости. Использование же внешней памяти ведет к увеличению времени, затрачиваемого на расчет. Для решения исходной линеаризованной системы можно применить следующий прием: решать одновременно систему уравнений, определяющую теоретическое движение, и линеаризованную систему уравнений, с вычислением за каждый такт работы машины коэффициентов линеаризованной системы по найденным элементам теоретического движения. Этим способом пользуются для решения исходной линеаризованной системы, если объем оперативной памяти машины достаточен для вмещения необходимой программы вычислений. Для решения сопряженной линеаризованной системы требуются переменные коэффициенты в обратном времени. Поэтому систему уравнений, описывающую теоретическое движение, приходится решать также в обратном времени, задавая точку встречи ракеты с целью.

Ввод переменных коэффициентов в сопряженную линеаризованную систему возможен также путем предварительной аппроксимации переменного коэффициента каким-либо аналитическим выражением, которое вычисляется в процессе решения линеаризованной системы уравнений. Однако последний способ является весьма трудоемким.

Определение вероятностных характеристик какого-либо элемента процесса наведения для нескольких моментов времени требует интегрирования системы уравнений процесса наведения столько раз, для скольких моментов времени мы определяем вероятностные характеристики. Недостатком метода исследования точности процесса наведения с помощью весовых функций является ограниченная возможность оценки характера процесса наведения и оценки характера изменения отдельных элементов процесса наведения, так как это невозможно осуществить по наблюдению за изменением переменных в сопряженной системе.

В качестве примера рассмотрим определение дисперсии ошибки наведения самонаводящейся ракеты с радиолокационным следящим координатором цели (метод параллельного сближения). В качестве случайного возмущения принимается ошибка измерения углового положения цели радиолокационным координатором цели Весовая функция процесса наведения определяется на аналоговой машине МПТ-9. Наведение рассматривается при постоянной скорости движения ракеты и цели. Движение цели предполагается прямолинейным. Кинематические и динамические уравнения движения центра массы ракеты и ее движения относительно центра массы имеют по-прежнему вид (20.5.1).

Полагая работу скоростного гироскопа, акселерометра и блока формирования команды идеальной и описывая работу рулевой машины уравнением апериодического звена с постоянной времени T_δ для наведения ракеты методом параллельного сближения, получим уравнение работы системы управления в виде

$$T_\delta \dot{\delta} + \delta = - k_1 \dot{\varepsilon}_\text{г} - k_2 (\varepsilon_\text{г} - \varepsilon_\text{п}) + k_3 \dot{\vartheta} + k_4 a_{ya}. \qquad (22.2.25)$$

где $\varepsilon_\text{г}$ — угол, определяющий направление оси координатора цели;

a_{va} — сигнал на выходе акселерометра.

Работу следящего гироскопического координатора цели, состоящего из антенны, приемника, фазового коммутатора, фильтра, усилителя мощности, мотора коррекции и гироскопа, приближенно опишем уравнением движения гироскопа и уравнением суммарного апериодического звена с постоянной времени $T_\text{и}$ и коэффициентом усиления $k_\text{и}$:

$$K \dot{\varepsilon}_\text{г} = u_\text{и}, \qquad (22.2.26)$$

$$T_\text{и} \dot{u}_\text{и} + u_\text{и} = k_\text{и} (\varepsilon - \varepsilon_\text{г} + X).$$

Переходя в уравнениях (22.2.25) и (22.2.26) к вариациям элементов процесса наведения, принимая во внимание, что $u_\text{и} = u_\text{ит} + \Delta u_\text{и}$, $\varepsilon_\text{г} = \varepsilon_\text{гт} - \delta \varepsilon_\text{г}$, $\vartheta = \theta + \alpha$, $a_{ya} = v A_\alpha' \alpha$, после элементарных преобразований получим уравнения закона управления

$$\delta \dot{\varepsilon}_\text{г} = - \frac{1}{K} \Delta u_\text{и}, \qquad (22.2.27)$$

$$\Delta \dot{u}_\text{и} = a_\varepsilon \delta \varepsilon_\text{г} - a_\eta \eta - a_u \Delta u_\text{и} + a_\varepsilon X,$$

$$\dot{\delta} = b_{\dot{\varepsilon}} \delta \dot{\varepsilon}_\text{г} + b_{\varepsilon\text{г}} \delta\varepsilon_\text{г} + b_{\dot{\zeta}} \dot{\zeta} + b_{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + b_\alpha \alpha - b_\delta \delta + \delta_\text{т}^*,$$

где введены следующие обозначения:

$$a_\varepsilon = \frac{k_и}{T_и}, \quad a_\eta = \frac{k_и}{T_и D_т(t)}, \quad a_и = \frac{1}{T_и}, \quad b_{\dot{\delta}} = \frac{k_1}{T_\delta},$$

$$b_{\varepsilon г} = \frac{k_2}{T_\delta}, \quad b_{\dot{\zeta}} = \frac{k_3}{T_\delta}, \quad b_{\dot{\alpha}} = \frac{k_3}{T_\delta}, \quad b_\alpha = \frac{v A_\alpha' k_и}{T_\delta},$$

$$b_\delta = \frac{1}{T_\delta}, \quad \delta_т^* = \frac{-k_1 \dot{\varepsilon}_{тг} - k_2(\varepsilon_{гт} - \varepsilon_п) + k_3 \dot{\theta}_т}{T_\delta}.$$

Таким образом, первые три уравнения (20.5.1) и уравнения (22.2.27) являются линеаризованными уравнениями процесса наведения самонаводящейся ракеты при принятых допущениях. Формула (22.2.3) определяет ошибку наведения ракеты на цель. Если считать плотность воздуха мало изменяющейся в процессе наведения, то при сделанных допущениях единственным переменным коэффициентом будет коэффициент a_η. Структурная схема исходной системы уравнений процесса наведения представлена на рис. 22.2.2, а соответствующая ей структурная схема сопряженной системы — на рис. 22.2.3.

Для определения весовой функции и вычисления дисперсии примем следующие условия процесса наведения и параметры ракеты:

$$D_0 = 4000\ м, \quad v_ц = 450\ м/сек, \quad A_\alpha = 0{,}3\ сек^{-1},$$

$$D_в = 150\ м, \quad H = 10000\ м, \quad c_\alpha = 48{,}8\ сек^{-2}, \quad t_в = 11\ сек,$$

$$T_\delta = 0{,}05\ сек, \quad c_{\dot{\alpha}} = 0{,}686\ сек^{-1}, \quad \dot{D} = -350\ м/сек,$$

$$k_и = 0{,}383\ кгм/рад, \quad c_\delta = 41{,}84\ сек^{-2}, \quad \varepsilon_т = 30^\circ, \quad T_и = 0{,}05\ сек,$$

$$v = 775\ м/сек, \quad \theta_т = 13^\circ, \quad v_{11} = 740\ м/сек.$$

При заданных условиях график переменного коэффициента $a_\eta(t)$ исходной системы приведен на рис. 22.2.4, а график переменного коэффициента $a_\eta(t_в - s)$ сопряженной системы — на рис. 22.2.5.

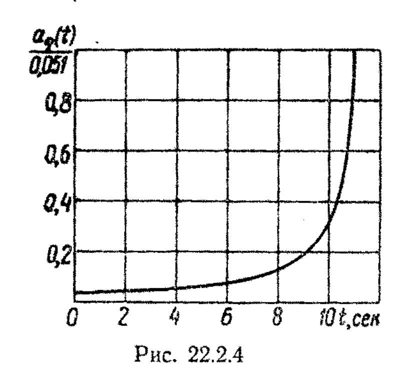


Рис. 22.2.4

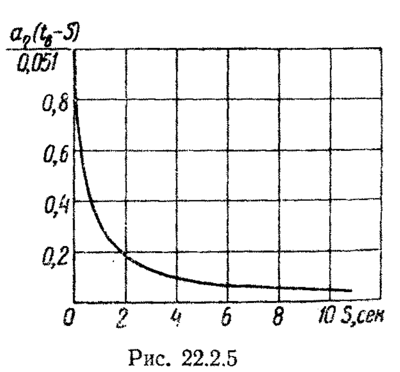


Рис. 22.2.5

Дисперсия ошибки наведения, вызванная ошибками измерения угловых координат цели, определяется формулой (22.2.11)

Установим условия интегрирования сопряженной системы уравнений (рис. 22.2.2).

$$y_1(0) = 1; \quad y_2(0) = v_{11}\,\Delta t = 318,$$

$$g_{yx}(t_в, t_в - s) = a_\varepsilon y_7 = 7{,}66\, y_7(s).$$

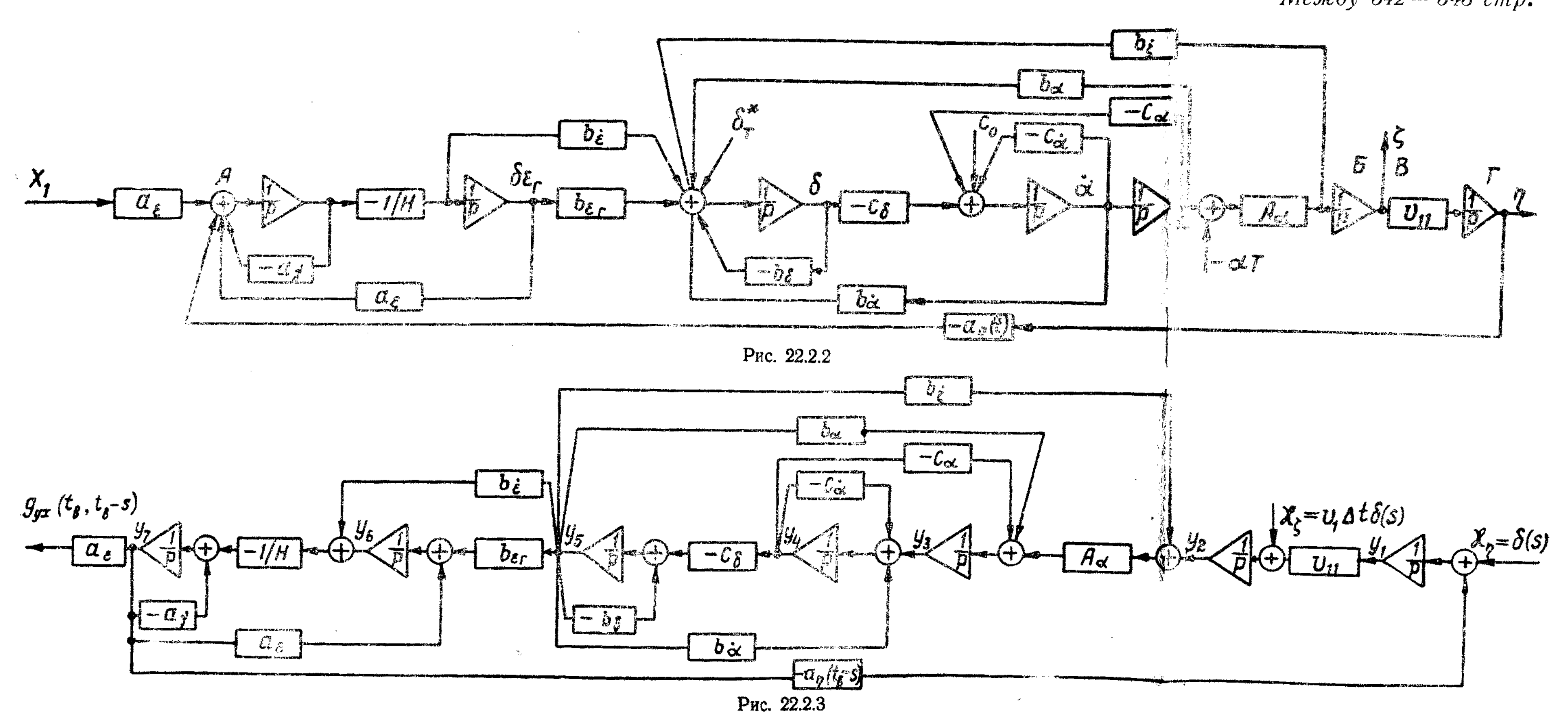
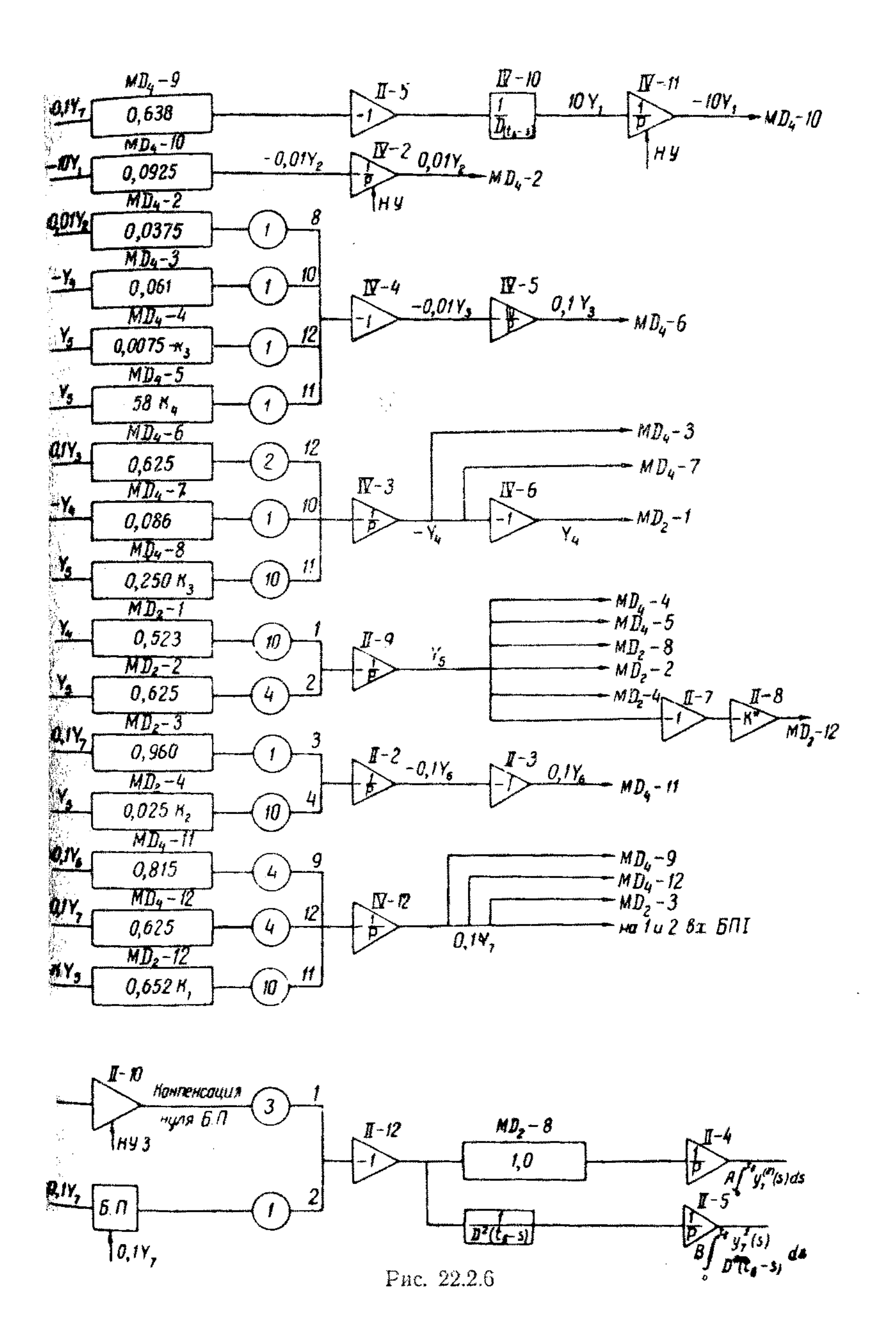


Рис. 22.2.2

Рис. 22.2.3



MD4-9
0,1Y7
0,638
II-5
-1
IV-10
10 Y1
IV-11
-10Y1
MD4-10
НУ
MD4-10
-10Y1
0,0925
-0,01Y2
IV-2
0,01Y2
MD4-2
НУ
MD4-2
0,01Y2
0,0375
MD4-3
-Y4
0,061
IV-4
-0,01Y3
IV-5
0,1 Y3
MD4-6
MD4-4
Y5
0,0075·K3
MD4-5
Y5
58 K4
MD4-6
0,1Y3
0,625
MD4-3
MD4-7
IV-3
IV-6
MD2-1
MD4-7
-Y4
0,086
-Y4
Y4
MD4-8
Y5
0,250 K3
MD2-1
Y4
0,523
II-9
Y5
MD4-4
MD4-5
MD2-8
MD2-2
MD2-4
II-7
II-8
MD2-12
MD2-2
Y5
0,625
MD2-3
0,1Y7
0,960
II-2
-0,1Y6
II-3
0,1Y6
MD4-11
MD2-4
Y5
0,025 K2
MD4-11
0,1Y6
0,815
MD4-9
MD4-12
MD2-3
на 1 и 2 вх БПI
MD4-12
0,1Y7
0,625
IV-12
0,1Y7
MD2-12
Y5
0,652 K1
II-10
Компенсация нуля Б.П
НУ 3
0,1Y7
Б.П
0,1Y7
II-12
MD2-8
1,0
II-4
II-5

Рис. 22.2.6

Схема набора сопряженной системы уравнений на машине МПТ-9 с учетом принятого масштаба времени, равного 8 ($s_м = 8S$), приведена на рис. 22.2.6. На рис. 22.2.7 приведен график весовой функции $g_{yx}(t_в, t_в - s)$, полученной при следующих значениях коэффициентов в законе управления:

$$k_1 = 1{,}5 \quad k_2 = 1, \quad k_3 = 1, \quad k_4 = 0{,}1.$$

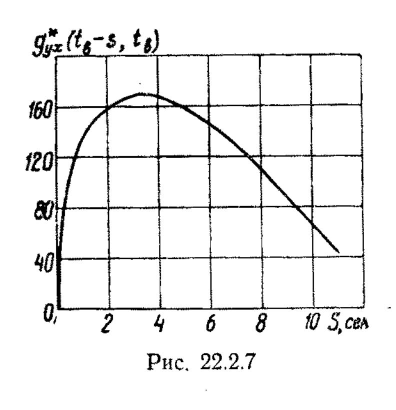


Рис. 22.2.7

Средняя квадратическая ошибка наведения самонаводящейся ракеты при принятых значениях коэффициентов и учете только первой составляющей в выражении (22.2.8) случайной функции X для $S_{xф}(0) = 5 \cdot 10^{-6}$ *рад сек.* составляет $\sigma_y \approx 3$ *м*.

В данном примере при одном переменном коэффициенте a_η и при определении только весовой функции g_{yx} сопряженную систему уравнений можно было бы получить простым переключением входов и выходов стационарных участков А — Б и Б — В (рис. 22.2.2) и заменой переменного коэффициента $a_\eta(t)$ на $a_\eta(t_в - s)$.

§ 22.3. ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ НАВЕДЕНИЯ УПРАВЛЯЕМЫХ РАКЕТ С ПОМОЩЬЮ РЕШЕНИЯ ЛИНЕАРИЗОВАННОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ПРОЦЕССА НАВЕДЕНИЯ

Рассмотрим применение второго общего метода исследования точности линейной автоматической системы для исследования точности наведения управляемых ракет. Второй метод основан на решении линеаризованной системы уравнений процесса наведения при задании входного случайного возмущения каноническим разложением или интегральным каноническим представлением. Так же, как и в предыдущем параграфе, будем рассматривать процесс наведения на цель телеуправляемой или самонаводящейся ракеты, описываемой линеаризованной системой уравнений (20.5.1). Будем считать, что входные случайные возмущения X и U в случае самонаведения и X в случае телеуправления заданы каноническими разложениями

$$X(t) = m_x(t) + \sum_{\nu=1}^{N} V_\nu x_\nu(t), \qquad (22.3.1)$$

$$U(t) = m_U(t) + \sum_{\nu=1}^{M} Z_\nu z_\nu(t)$$

или интегральными каноническими представлениями

$$X(t) = m_x(t) + \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} V(\lambda)\, x(t, \lambda\, d)\lambda, \qquad (22.3.2)$$

$$U(t) = m_U(t) + \int_{\varkappa_1}^{\varkappa_2} Z(\varkappa)\, z(t, \varkappa)\, d\varkappa.$$

Как известно ([1], § 7.2), математическое ожидание выходной величины, в данном случае ошибки наведения ракеты, определяется путем интегрирования системы уравнений, полученной из системы уравнений процесса наведения (20.5.1) заменой случайных функций X и U их математическими ожиданиями:

$$\left.\begin{aligned} &\dot{m}_\eta = v_{11}\, m_\zeta - m_U, \quad \dot{m}_\zeta = A_\alpha (m_\alpha - \alpha_\text{т}),\\ &\ddot{m}_\alpha + c_\alpha' \dot{m}_\alpha + c_\alpha m_\tau = c_0 - c_\delta m_\delta,\\ &m_\delta = \delta^{(0)} + N_\eta(p)\left[\frac{m_\eta}{r} + m_x(t)\right] + N_\zeta(p) m_\zeta + N_\alpha(p) m_\alpha. \end{aligned}\right\} \qquad (22.3.3)$$

Эта система уравнений интегрируется при заданных начальных условиях с учетом всех неслучайных возмущений.

Подставляя значения полученных в результате интегрирования системы уравнений (22.3.3) математических ожиданий отклонения ракеты от теоретической траектории η и вариации угла наклона вектора скорости ракеты ζ, соответствующие моменту выключения координатора цели $t_\text{в}$ или некоторому условному моменту, после которого продолжение работы системы управления не может существенно изменить величину ошибки наведения, в формулу (22.2.3), найдем математическое ожидание ошибки наведения самонаводящейся ракеты:

$$m_{y\text{к}} = y_{\text{тк}} + v_{11}\,\Delta t\, m_{\zeta\text{в}} + m_{\eta\text{в}} - m_{U\text{в}}\,\Delta t, \qquad (22.3.4)$$

где буквой «в» отмечены значения переменных m_ζ, m_η, m_U в момент времени $t_\text{в}$.

Для определения дисперсии и среднего квадратического отклонения ошибки наведения самонаводящейся ракеты необходимо сначала найти координатные функции канонического разложения элементов процесса наведения ракеты путем интегрирования систем дифференциальных уравнений, полученных из (20.5.1) отбрасыванием всех неслучайных возмущений (т. е. функций $\alpha_\text{т}$, c_0, $\delta^{(0)}$) и заменой случайных функций X и U соответствующими их координатными функциями ([1], § 7.2). Обозначая координатные функции элементов движения ракеты η, ζ, α, δ, соответствующие координатным функциям x_ν случайной функции X, через $x_{\eta\nu}$, $x_{\zeta\nu}$, $x_{\alpha\nu}$, $x_{\delta\nu}$, получим систему уравнений для их определения

$$\left.\begin{aligned} &\dot{x}_{\eta\nu} = v_{11}\, x_{\zeta\nu}, \quad \dot{x}_{\zeta\nu} = A_\alpha x_{\alpha\nu},\\ &\ddot{x}_{\alpha\nu} + c_\alpha' \dot{x}_{\alpha\nu} + c_\alpha x_{\alpha\nu} = - c_\delta x_{\delta\nu},\\ &x_{\delta\nu} = N_\eta(p)\left(\frac{x_{\eta\nu}}{r} + x_\nu\right) + N_\zeta(p)\, x_{\zeta\nu} + N_\alpha(p)\, x_{\alpha\nu}. \end{aligned}\right\} \nu = 1, 2, \ldots N. \qquad (22.3.5)$$

Обозначая координатные функции элементов движения ракеты, соответствующие координатной функции z_ν случайной функции U, через $z_{\eta\nu}$, $z_{\zeta\nu}$, $z_{\alpha\nu}$, $z_{\delta\nu}$, получим аналогичную систему уравнений

$$\left.\begin{aligned} &\dot z_{\eta\nu} = v_{11} z_{\zeta\nu} - z_\nu, \quad \dot z_{\zeta\nu} = A_\alpha z_{\alpha\nu}, \\ &\ddot z_{\alpha\nu} + c'_\alpha \dot z_{\alpha\nu} + c_\alpha z_{\alpha\nu} = -c_\delta z_{\delta\nu}, \\ &z_{\delta\nu} = N_\eta(p)\frac{z_{\eta\nu}}{r} + N_\zeta(p) z_{\zeta\nu} + N_\alpha(p) z_{\alpha\nu}. \end{aligned}\right| \nu = 1, 2, \ldots, M. \tag{22.3.6}$$

Эти системы уравнений следует интегрировать при нулевых начальных условиях. В случае интегрального канонического представления случайных функций X и U под x_ν, $x_{\eta\nu}$, $x_{\zeta\nu}$, $x_{\alpha\nu}$, $x_{\delta\nu}$, z_ν, $z_{\eta\nu}$ и т. д. в системах уравнений (22.3.5) и (22.3.6) следует понимать значения координатных функций $x(t, \lambda)$, $x_\eta(t, \lambda)$, $x_\zeta(t, \lambda)$, $x_\alpha(t, \lambda)$, $x_\delta(t, \lambda)$, $z(t, \varkappa)$, $z_\eta(t, \varkappa)$ и т. д. при $\lambda = \lambda_\nu$, $\varkappa = \varkappa_\nu$ ($\nu = 1, 2, \ldots n$ или $\nu = 1, 2, \ldots, m$).

Таким образом, в этом случае системы уравнений (22.3.5) и (22.3.6) интегрируются при нулевых начальных условиях для ряда определенным образом выбранных значений λ и $\varkappa$.

Определив координатные функции элементов процесса наведения ракеты для ряда значений ν ($\nu = 1, 2, \ldots, N$ или $\nu = 1, 2, \ldots M$), можем найти соответствующие координатные функции ошибки наведения самонаводящейся ракеты по формулам

$$\begin{aligned} x_{y\nu\text{к}} &= v_{11}\Delta t\, x_{\zeta\nu\text{в}} + x_{\eta\nu\text{в}}, \\ z_{y\nu\text{к}} &= v_{11}\Delta t\, z_{\zeta\nu\text{в}} + z_{\eta\nu\text{в}} - z_{\nu\text{в}}\Delta t, \end{aligned} \tag{22.3.7}$$

которые получаются из (22.2.3) отбрасыванием первого слагаемого в правой части и заменой остальных случайных элементов процесса наведения ракеты соответствующими координатными функциями.

После определения координатных функций ошибки наведения $x_{y\nu\text{к}}$, $z_{y\nu\text{к}}$ или $x_y(t_\text{к}, \lambda)$, $z_y(t_\text{к}, \varkappa)$ дисперсия ошибки наведения при независимых функциях X и U определяется по формулам

$$\sigma^2_{y\text{к}} = \sum_{\nu=1}^{N} D_\nu x^2_{y\nu\text{к}} + \sum_{\nu=1}^{M} D_{z\nu} z^2_{y\nu\text{к}} \tag{22.3.8}$$

или соответственно

$$\sigma^2_{y\text{к}} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} G(\lambda) x_y^2(t_\text{к}, \lambda)\, d\lambda + \int_{\varkappa_1}^{\varkappa_2} G_z(\varkappa) z_y^2(t_\text{к}, \varkappa)\, d\varkappa, \tag{22.3.9}$$

где $D_1, D_2, \ldots, D_N, D_{Z1}, D_{Z2}, \ldots, D_{Z\text{м}}$ — дисперсии случайных коэффициентов $V_1, V_2, \ldots, V_N, Z_1, Z_2, \ldots, Z_\text{м}$ разложений (22.3.1), а $G(\lambda)$ и $G_Z(\varkappa)$ — интенсивности белых шумов $V(\lambda)$ и $Z(\varkappa)$ в формулах (22.3.2).

Так как координатные функции $x_y(t_к, \lambda)$ и $z_y(t_к, \varkappa)$ можно получить практически только для дискретного ряда значений параметров λ и $\varkappa$, то квадратуру в формуле (22.3.9) придется вычислять одним из методов приближенного вычисления определенных интегралов.

Практически часто требуется знать, кроме характеристик точности наведения ракеты на цель, еще вероятностные характеристики других элементов процесса наведения, например, угла атаки α или угла отклонения руля δ. Математические ожидания угла атаки α и отклонения руля δ определяются в процессе интегрирования системы уравнений (22.3.3), а их дисперсии и средние квадратические отклонения выражаются через их координатные функции формулами, аналогичными (22.3.8)

$$\left.\begin{aligned} \sigma_\alpha^2(t) &= \sum_{\nu=1}^{N} D_\nu x_{\alpha\nu}^2(t) + \sum_{\nu=1}^{M} D_{z\nu} z_{\alpha\nu}^2(t), \\ \sigma_\delta^2(t) &= \sum_{\nu=1}^{N} D_\nu x_{\delta\nu}^2(t) + \sum_{\nu=1}^{M} D_{z\nu} z_{\delta\nu}^2(t), \end{aligned}\right\} \quad (22.3.10)$$

или формулами, аналогичными (22.3.9)

$$\left.\begin{aligned} \sigma_\alpha^2(t) &= \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} G(\lambda) x_\alpha^2(t, \lambda) d\lambda + \int_{\varkappa_1}^{\varkappa_2} G_z(\varkappa) z_\alpha^2(t, \varkappa) d\varkappa, \\ \sigma_\delta^2(t) &= \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} G(\lambda) x_\delta^2(t, \lambda) d\lambda + \int_{\varkappa_1}^{\varkappa_2} G_z(\varkappa) z_\delta^2(t, \varkappa) d\varkappa. \end{aligned}\right\} \quad (22.3.11)$$

Необходимые для вычисления по формулам (22.3.10) и (22.3.11) координатные функции $x_{\alpha\nu}$, $x_{\delta\nu}$, $z_{\alpha\nu}$, $z_{\delta\nu}$ или $x_\alpha(t, \lambda)$ $x_\delta(t, \lambda)$, $z_\alpha(t, \varkappa)$, $z_\delta(t, \varkappa)$ получаются в результате интегрирования систем уравнений (22.3.5) и (22.3.6).

Для ракеты с системой телеуправления математическое ожидание ошибки наведения при отсутствии маневра цели определяется формулой (22.2.16) $m_{ук} = y_{\eta к} + m_{\eta к}$. Значение $m_{\eta к}$, соответствующее моменту $t_к$, когда $D_{рт} = D_ц$, определяется решением системы уравнений (22.3.3), в которой математическое ожидание маневра цели относительно теоретической траектории следует положить равным нулю.

Координатные функции ошибки наведения телеуправляемой ракеты $x_{y\nu к}$ или $x_y(t_к, \lambda)$ согласно формуле (22.2.16) совпадают со значениями соответствующих координатных функций $x_{\eta\nu}$, $x_\eta(t, \lambda)$ при $t = t_к$ и определяются решением системы уравнений (22.3.5). После определения координатных функций ошибки наведения $x_{y\nu к}$ и $x_y(t, \lambda)$ дисперсия ошибки наведения оп-

ределяется формулами, аналогичными формулам (22.3.8) и (22.3.9),

$$\sigma_{y\kappa}^2 = \sum_{\nu=1}^{N} D_\nu x_{y\nu\kappa} \quad \text{или} \quad \sigma_{y\kappa}^2 = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} G(\lambda)\, x_y^2(t_\kappa, \lambda)\, d\lambda.$$

В качестве примера рассмотрим определение дисперсии ошибки наведения самонаводящейся ракеты путем интегрирования линеаризованной системы уравнений процесса наведения на аналоговой машине МПТ-9 для тех же данных ракеты и условий ее применения, что и в примере § 22.2. Будем полагать, что цель не маневрирует относительно теоретической траектории ($U = 0$), и входное случайное возмущение X будем считать стационарной случайной функцией с заданной спектральной плотностью $s_x(\omega)$. Тогда корреляционная функция случайной функции X выразится известной формулой ([5], § 17.3)

$$k_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s_x(\omega) \cos \omega\tau \, d\omega. \tag{22.3.12}$$

Линеаризованная система уравнений процесса наведения на основании (20.5.1) и (22.2.27) имеет вид

$$\left.\begin{aligned} &\dot{\eta} = v_{11}\zeta, \quad \dot{\zeta} = A_\alpha(\alpha - \alpha_\text{т}), \quad \dot{\alpha} = \alpha_1, \quad \dot{\alpha}_1 = -c_{\dot{\alpha}}\alpha_1 - c_\alpha \alpha - c_\delta \delta + c_0, \\ &\delta\dot{\varepsilon}_\text{г} = -\frac{1}{K}\Delta u_\text{и}, \quad \Delta\dot{u}_\text{и} = a_\varepsilon \delta\varepsilon_\text{г} - a_\eta \eta - a_u \Delta u_\text{и} + a_\varepsilon X, \\ &\dot{\delta} = b_{\dot{\varepsilon}}\, \delta\dot{\varepsilon}_\text{г} + b_{\varepsilon\text{г}}\, \delta\varepsilon_\text{г} + b_{\dot{\zeta}}\dot{\zeta} + b_{\dot{\alpha}}\alpha_1 + b_\alpha \alpha - b_\delta \delta + \delta_\text{т}^*. \end{aligned}\right\} \tag{22.3.13}$$

По аналогии с (22.3.3) составим систему уравнений для определения математического ожидания ошибки наведения, которая интегрируется при заданных начальных условиях

$$\left.\begin{aligned} &\dot{m}_\eta = v_{11} m_\zeta, \quad \dot{m}_\zeta = A_\alpha(m_\alpha - \alpha_\text{т}), \quad \dot{m}_\alpha = m_{\alpha 1}, \\ &\dot{m}_{\alpha 1} = -c_{\dot{\alpha}} m_{\alpha 1} - c_\alpha m_\alpha - c_\delta m_\delta + c_0, \quad \dot{m}_{\varepsilon\text{г}} = -\frac{1}{K} m_u, \\ &\dot{m}_u = a_\varepsilon m_{\varepsilon\text{г}} - a_\eta m_\eta - a_m m_u + a_\varepsilon m_x, \\ &\dot{m}_\delta = b_{\dot{\varepsilon}}\dot{m}_{\varepsilon\text{г}} + b_{\varepsilon\text{г}} m_{\delta\varepsilon\text{г}} + b_{\dot{\zeta}}\dot{m}_\zeta + b_{\dot{\alpha}} m_{\alpha 1} + b_\alpha m_\alpha - b_\delta m_\delta + \delta_\text{т}^*. \end{aligned}\right\} \tag{22.3.14}$$

Для определения координатных функций процесса наведения преобразуем выражение для корреляционной функции случайной функции X к виду

$$k_x(t - t') = \int_{-\infty}^{\infty} s_x(\omega)(\cos \omega t \cos \omega t' + \sin \omega t \sin \omega t')\, d\omega. \tag{22.3.15}$$

Выражение (22.3.14) можно рассматривать как интегральное каноническое представление корреляционной функции случайной функции X с координатными функциями

$$x_1(t, \omega) = \cos \omega t, \quad x_2(t, \omega) = \sin \omega t. \tag{22.3.16}$$

Общая система уравнений (22.3.5) в данном случае дает следующую систему уравнений для определения координатных функций процесса наведения:

$$\left.\begin{aligned} &\dot{x}_{\eta\nu}(t, \omega) = v_{11}\, x_{\zeta\nu}(t, \omega), \quad \dot{x}_{\zeta\nu}(t, \omega) = A_\alpha\, x_{\alpha\nu}(t, \omega),\\ &\dot{x}_{\alpha\nu}(t, \omega) = x_{\alpha 1\nu}(t, \omega),\\ &\dot{x}_{\alpha 1\nu}(t, \omega) = -c_{\dot\alpha}\, x_{\alpha 1\nu}(t, \omega) - c_\alpha\, x_{\alpha\nu}(t, \omega) - c_\delta\, x_{\delta\nu}(t, \omega),\\ &\dot{x}_{\delta\varepsilon\Gamma\nu}(t, \omega) = -\frac{1}{K}\, x_{u\nu}(t, \omega).\\ &\dot{x}_{u\nu}(t, \omega) = a_\varepsilon\, x_{\delta\varepsilon\Gamma\nu}(t, \omega) - a_\eta\, x_{\eta\nu}(t, \omega) - a_m\, x_{u\nu}(t, \omega) + a_\varepsilon x_\nu(t, \omega),\\ &\dot{x}_{\delta\nu}(t, \omega) = b_{\dot\varepsilon}\, \dot{x}_{\delta\varepsilon\Gamma\nu}(t, \omega) + b_{\varepsilon\Gamma}\, x_{\delta\varepsilon\Gamma\nu}(t, \omega) + b_{\dot\zeta}\, \dot{x}_{\zeta\nu}(t, \omega) +\\ &\qquad + b_{\dot\alpha}\, x_{\alpha 1\nu}(t, \omega) + b_\alpha\, x_{\alpha\nu}(t, \omega) - b_\delta\, x_{\delta\nu}(t, \omega). \end{aligned}\right\} \quad (22.3.17)$$

Эта система уравнений интегрируется при $x_1(t, \omega) = \cos\omega t$ и $x_2(t, \omega) = \sin\omega t$ для ряда выбранных значений ω при нулевых начальных условиях. Координатные функции ошибки наведения вычисляются по первой формуле (22.3.7):

$$\begin{aligned} x_{1\,y}(t_\text{к}, \omega) &= v_{11}\,\Delta t\, x_{1\zeta}(t_\text{в}, \omega) + x_{1\eta}(t_\text{в}, \omega),\\ x_{2\,y}(t_\text{к}, \omega) &= v_{11}\,\Delta t\, x_{2\zeta}(t_\text{в}, \omega) + x_{2\eta}(t_\text{в}, \omega). \end{aligned} \quad (22.3.18)$$

После этого дисперсия ошибки наведения определяется по формуле (22.3.9), в которой второе слагаемое из-за отсутствия маневра цели относительно теоретической траектории равно нулю:

$$\sigma_y^2(t_\text{к}) = \int_{-\infty}^{\infty} s_x(\omega)\left[x_{1y}^2(t_\text{к}, \omega) + x_{2y}^2(t_\text{к}, \omega)\right] d\omega. \quad (22.3.19)$$

Сравнивая между собой системы уравнений (22.3.13), (22.3.14) и (22.3.17), мы видим, что они построены по одному алгоритму с одинаковыми параметрами и отличаются только видом и количеством входных возмущений. В системе уравнений для определения математических ожиданий входными возмущениями являются неслучайные возмущения m_x, $\alpha_\text{т}$, c_0, $\delta_\text{т}^*$, а в системах уравнений для определения координатных функций входными возмущениями являются функции $\sin\omega t$ и $\cos\omega t$ для ряда выбранных значений ω. При решении задачи на аналоговой математической машине функции $\sin\omega t$ и $\cos\omega t$ целесообразно получать на этой же машине как результат решения системы уравнений $\dot{x}_1 = \omega x_2$, $\dot{x}_2 = -\omega x_1$ при начальных условиях $t = 0$, $x_1(0) = 0$, $x_2(0) = 1$.

Таким образом, мы видим, что для полного решения задачи определения вероятностных характеристик ошибки наведения или других элементов движения требуется осуществить на математической машине многократное решение одной системы уравнений (22.3.13) при различных входных возмущениях. Это обстоятельство существенно упрощает процесс подготовки и производства вычислений.

Для принятых в примере § 22.2 условий наведения и параметров ракеты выбираем следующие масштабы элементов процесса наведения для решения системы уравнений (22.3.13) на аналоговой машине МПТ-9:

$$\begin{aligned} &\mu_\eta = \mu_y = 1\ \textit{в/м}, \quad \mu_\alpha = \mu_\delta = 200\ \textit{в/рад}, \quad \mu_{\delta\varepsilon\Gamma} = 500\ \textit{в/рад},\\ &\mu_\zeta = 1000\ \textit{в/рад}, \quad \mu_{\alpha 1} = 6{,}25\ \textit{в. сек/рад}, \quad \mu_u = 1000\ \textit{в/кгм}. \end{aligned}$$

Масштаб времени принимаем, как и в примере § 22.2, равным 8.

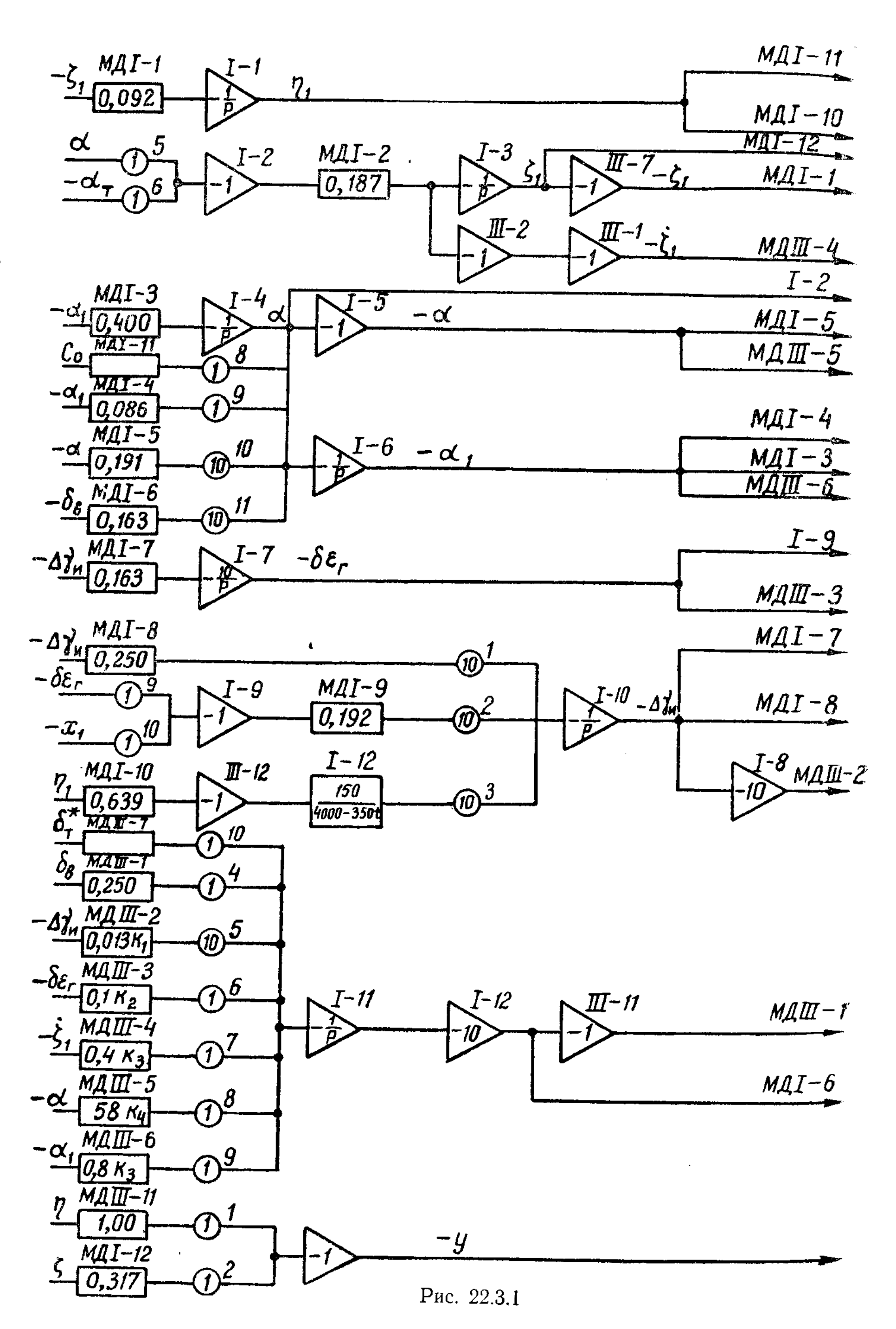


Рис. 22.3.1

Структурная схема набора задачи на машине МПТ-9 при выбранных масштабных коэффициентах приведена на рис. 22.3.1*. Вычисление значения ошибки наведения производится при решении задачи, но получаемый в конце решения результат справедлив только для данной дальности выключения системы $D_в = 150$ *м*. Координатные функции ошибки наведения $x_{1y}(t, \omega)$, $x_{2y}(t, \omega)$ определяются как отношение значений на выходе усилителя III—10 в момент $t_в$ к значению амплитуды колебаний, подаваемых на вход системы. На рис. 22.3.2 приведен график машинных (в данном случае безразмерных) значений величины выражения в квадратных скобках (22.3.19)

$$\overline{y}^{*2}(t_к, \omega) = \overline{x}_{1y}^2(t_к, \omega) + \overline{x}_{2y}^2(t_к, \omega)$$

для $k_1 = 5$, $k_2 = k_3 = 1$, $k_4 = 0{,}001$

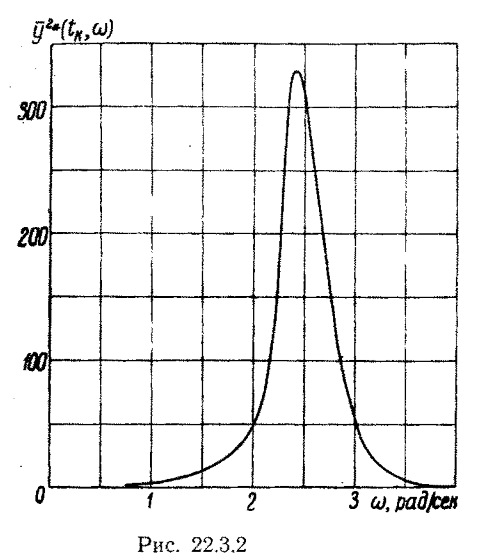


Рис. 22.3.2

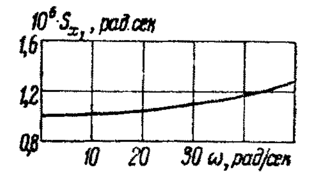


Рис. 22.3.3

(по оси абсцисс отложено реальное значение круговой частоты ω).

Переход от машинных значений величины $\overline{y}^{*2}(t_к)$ к действительным значениям $y^{*2}(t_к)$ производится по формуле, учитывающей реально действующие физические величины на входе и выходе системы

$$y^{*2}(t_к, \omega) = \frac{\mu^2_{\delta в г}}{\mu_y^2}\left[\overline{x}_{1y}^2(t_к, \omega) + x_{2y}^2(t_к, \omega)\right] \quad \left[\frac{м^2}{рад^2}\right] \qquad (22.3.20)$$

Спектральная плотность $s_x(\omega)$ задается графиком на рис. 22.3.3. На основании графиков на рис. 22.3.2 и 22.3.3 с учетом формулы (22.3.20) можно построить график подынтегрального выражения (22.3.19), т. е. график функции $s_x(\omega)\, y^{*2}(t_к, \omega)$. Удвоенный интеграл от функции $s_x(\omega)\, y^{*2}(t_к, \omega)$ в пределах от 0 до ∞ и дает нам в соответствии с формулой (22.3.19) величину

дисперсии $\sigma_y^2(t_к) = 2 \int\limits_0^\infty s_x(\omega)\, y^{*2}(t_к, \omega)\, d\omega.$

В рассматриваемом случае $\sigma_y = 7$ *м*. Выбор значений частоты ω для решения задачи определяется следующими факторами. Во-первых, максимальное значение ω определяется или максимальным значением ω, при котором спектральная плотность $s_x(\omega)$ имеет значение, практически отличное от нуля (рис. 22.3.3), или графиком, приведенным на рис. 22.3.2. Из этих двух значений нужно выбрать наименьшее. Во-вторых, интервал между соседними значениями частот в первом приближении определяется в зависимости от вида

---

* Решение задачи на машине МПТ-9 осуществлено Р. В. Беручевым.

графика спектральной плотности и требуемой точности вычисления. В процессе вычисления, анализируя получаемый график функций y^{*2} (рис. 22.3.2), можно ввести коррективы в решение, принятое в первом приближении, и произвести вычисление координатных функций для дополнительно установленных значений частоты ω

Таким образом, для полного решения задачи определения вероятностных характеристик рассматриваемым методом требуется произвести $2n+1$ интегрирование системы уравнений процесса наведения, где n — число выбранных значений частоты ω. Преимущество метода определения характеристик точности путем интегрирования линеаризованной системы уравнений по сравнению с методом определения их с помощью весовых функций состоит в возможности анализа и наблюдения реального процесса движения ракеты относительно теоретического движения при решении системы уравнений, определяющей математическое ожидание элементов движения, что было весьма трудно осуществить с помощью весовых функций. Преимущества первого или второго методов в отношении числа интегрирований системы уравнений рассматривались в § 22.2.

При решении задачи на цифровых вычислительных машинах иногда целесообразно решать одновременно систему уравнений, определяющую элементы теоретического движения, и линеаризованную систему уравнений. Однако такой способ рационален при одновременном решении всех линеаризованных систем, определяющих необходимые координатные функции.

§ 22.4. ПРИБЛИЖЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ НАВЕДЕНИЯ МЕТОДОМ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

В § 21.8 было показано, как метод частотных характеристик можно применить для приближенного определения рассеивания телеуправляемых ракет. При этом, пренебрегая высокочастотными колебательными процессами, мы получили простые аналитические формулы для систематических ошибок наведения (координат центра рассеивания относительно цели) и дисперсий ошибок наведения (характеризующих размеры эллипса рассеивания в плоскости, нормальной к теоретической траектории). Эти формулы в большинстве практических задач достаточно точны. Однако в случае необходимости эти формулы могут быть уточнены путем замены грубо приближенных выражений частотных характеристик системы наведения более точными выражениями, учитывающими инерционность и колебательность корпуса ракеты и тонкую структуру закона управления. При этом формулы для систематических ошибок останутся без изменений, так как все неслучайные возмущения, действующие на ракету и систему управления, являются медленно изменяющимися функциями времени, а значения частотных характеристик в области низких частот не изменяются при учете тонкой структуры закона управления и инерционности корпуса ракеты.

Принимая ошибки измерения параметров управления системой телеуправления стационарными случайными функциями времени и «замораживая» все коэффициенты линеаризованных уравнений процесса наведения, получим, как и в § 21.8, следую-

щую формулу для дисперсии ошибки наведения по одному каналу управления:

$$\sigma^2_{\text{ук}} = D^2_{\text{цк}} \int_{-\infty}^{\infty} s_{x\Delta}(\omega)\,|\Phi_{\eta\eta}(i\omega)|^2 d\omega. \qquad (22.4.1)$$

При этом величина $|\Phi_{\eta\eta}(i\omega)|$ может быть определена, как было изложено в § 21.1, графически методом логарифмических частотных характеристик.

Вследствие большой инерционности ракеты замкнутая система наведения обычно бывает узкополосной. Это означает, что величина амплитудной характеристики $|\Phi_{\eta\eta}(i\omega)|$ очень быстро убывает и уже при сравнительно малых значениях частоты ω становится практически равной нулю. Таким образом, подынтегральная функция в формуле (22.4.1) практически отлична от нуля только на небольшой части интервала интегрирования около начала координат. Если при этом спектр случайного возмущения X (ошибки определения параметра управления и помех) является широкополосным и его спектральная плотность $s_x(\omega)$ мало изменяется в полосе пропускания замкнутой системы наведения (т. е. в области частот, в которой амплитудная характеристика системы $|\Phi_{\eta\eta}(i\omega)|$ заметно отлична от нуля), как показано на рис. 22.4.1, то спектральную плотность $s_x(\omega)$ в формуле (22.4.1) можно приближенно заменить ее значением в начале координат $s_x(0)$ и вынести за знак интеграла. Тогда, полагая

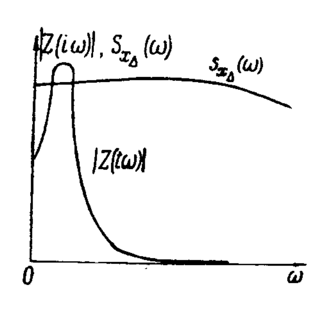


Рис. 22.4.1

$$\Delta\omega_{\text{эф}} = \int_0^{\infty} |\Phi_{\eta\eta}(i\omega)|^2 d\omega, \qquad (22.4.2)$$

заменим формулу (22.4.1) приближенной формулой

$$\sigma^2_{\text{ук}} = D^2_{\text{ук}} s_x(0)\,\Delta\omega_{\text{эф}}. \qquad (22.4.3)$$

Величина $\Delta\omega_{\text{эф}}$ обычно называется *эффективной полосой пропускания* системы наведения. Формулой (22.4.3) часто пользуются для приближенной оценки рассеивания телеуправляемых ракет. Методом частотных характеристик можно также воспользоваться для оценки рассеивания углов атаки и скольжения ракеты и рассеивания отклонений рулей. Для этого следует воспользоваться частотными характеристиками $\Phi_{\alpha\eta}(i\omega)$ и $\Phi_{\delta\eta}(i\omega)$, характеризующими влияние возмущения в отклонении η ракеты от теоретической траектории rX на угол атаки и отклонение руля. Для определения этих частотных характери-

стик достаточно воспользоваться первыми тремя уравнениями (22.1.1). Решая первое уравнение (22.1.1) относительно ζ, а второе — относительно α, получим

$$\zeta = \frac{1}{\Phi_\eta(p)}\,\eta, \qquad \alpha = \frac{1}{\Phi_\zeta(p)}\,\zeta \tag{22.4.4}$$

или, принимая во внимание (22.1.2),

$$\zeta = \frac{p}{v_{11}}\,\eta, \quad \alpha = \frac{p}{A_\alpha}\,\zeta. \tag{22.4.5}$$

Отсюда вытекают следующие соотношения между частотными характеристиками $\Phi_{\eta\eta}(i\omega)$, $\Phi_{\zeta\eta}(i\omega)$ и $\Phi_{\alpha\eta}(i\omega)$:

$$\Phi_{\zeta\eta}(i\omega) = \frac{i\omega}{v_{11}}\,\Phi_{\eta\eta}(i\omega), \tag{22.4.6}$$

$$\Phi_{\alpha\eta}(i\omega) = \frac{i\omega}{A_\alpha}\,\Phi_{\zeta\eta}(i\omega) = -\frac{\omega^2}{v_{11}A_\alpha}\,\Phi_{\eta\eta}(i\omega). \tag{22.4.7}$$

Таким образом, частотная характеристика $\Phi_{\alpha\eta}(i\omega)$ выражается через частотную характеристику замкнутой системы управления $\Phi_{\eta\eta}(i\omega)$ простой формулой. Пользуясь выражением частотной характеристики (22.4.7), получим следующую формулу для дисперсий угла атаки ракеты:

$$\sigma_\alpha^2 = \frac{r^2}{v_{11}^2 A_\alpha^2}\int_{-\infty}^{\infty} \omega^4 s_x(\omega)\,|\,\Phi_{\eta\eta}(i\omega)\,|^2\,d\omega. \tag{22.4.8}$$

Для определения частотной характеристики $\Phi_{\delta\eta}(i\omega)$ решим третье уравнение (22.1.1) относительно δ. Тогда получим

$$\delta = \frac{1}{\Phi_\alpha(p)}\,\alpha. \tag{22.4.9}$$

Отсюда вытекает следующее соотношение между частотными характеристиками $\Phi_{\delta\eta}(i\omega)$ и $\Phi_{\alpha\eta}(i\omega)$:

$$\Phi_{\delta\eta}(i\omega) = \frac{\Phi_{\alpha\eta}(i\omega)}{\Phi_\alpha(i\omega)}. \tag{22.4.10}$$

Подставляя сюда выражение $\Phi_{\alpha\eta}(i\omega)$ из (22.4.7), получим

$$\Phi_{\delta\eta}(i\omega) = -\frac{\omega^2}{v_{11}A_\alpha}\,\frac{\Phi_{\eta\eta}(i\omega)}{\Phi_\alpha(i\omega)}. \tag{22.4.11}$$

Пользуясь этим выражением, определим дисперсию величины δ:

$$\sigma_\delta^2 = \frac{r^2}{v_{11}^2 A_\alpha^2} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^4 s_x(\omega) \left| \frac{\Phi_{\eta\eta}(i\omega)}{\Phi_\alpha(i\omega)} \right|^2 d\omega. \qquad (22.4.12)$$

Формулы (22.4.1), (22.4.8) и (22.4.12) основаны на «замораживании» всех коэффициентов линеаризованной системы уравнений, включая существенно переменную величину r ($r = D_{\text{рт}}$ в случае телеуправляемой ракеты), и допущении, что случайное возмущение является стационарной случайной функцией времени. Коэффициент усиления k в преобразующем параметр управления операторе $M(p)$ в системе телеуправления берется обычно примерно пропорциональным $D_{\text{рт}}$. При этих условиях коэффициенты всех уравнений (22.1.1), рассматриваемых как линейные дифференциальные уравнения с неизвестными функциями η, ζ, α, δ, получаются сравнительно медленно изменяющимися, вследствие чего их «замораживание» для приближенного определения частотных характеристик системы наведения можно признать допустимым. Однако случайное возмущение X входит в выражение линеаризованного закона управления с существенно переменным коэффициентом r. Поэтому случайная функция rX является существенно нестационарной. Это обстоятельство необходимо учитывать при исследовании точности наведения телеуправляемых ракет. Для этого, согласно предложению В. К. Крапивина, следует аппроксимировать дальность ракеты $r = D_{\text{рт}}$ линейной комбинацией показательных функций.

$$r = \sum_{q=1}^{n} a_q(\omega) e^{\mu_q t}. \qquad (22.4.13)$$

Тогда случайная функция $Y = rX$ как произведение стационарной случайной функции X на линейную комбинацию показательных функций будет иметь координатные функции в виде линейных комбинаций показательных функций, и для вычисления дисперсий элементов движения ракеты можно будет воспользоваться общей формулой (22.3.9), вычислив в ней координатные функции $y(t, \omega)$ как реакции системы на соответствующие входные координатные функции

$$x(t, \omega) = \sum_{q=1}^{n} a_q(\omega) e^{(\mu_q + i\omega)t}.$$

Тогда, принимая во внимание, что $G(\omega) = s_x(\omega)$ и формулы

(22.4.7) и (22.4.11) для передаточных функций $\Phi_{\alpha\eta}(\lambda)$ и $\Phi_{\delta\eta}(\lambda)$, получим

$$\sigma_\eta^2 = \int_{-\infty}^{\infty} s_x(\omega) \left| \sum_{q=1}^{n} a_q(\omega) \Phi_{\eta\eta}(\mu_q + i\omega) e^{\mu_q t_к} \right|^2 d\omega, \tag{22.4.14}$$

$$\sigma_\alpha^2 = \frac{1}{v_{11}^2 A_\alpha^2} \int_{-\infty}^{\infty} s_x(\omega) \left| \sum_{q=1}^{n} a_q(\omega) (\mu_q + i\omega)^2 \Phi_{\eta\eta}(\mu_q + i\omega) e^{\mu_q t_к} \right|^2 d\omega, \tag{22.4.15}$$

$$\sigma_\delta^2 = \frac{1}{v_{11}^2 A_\alpha^2} \int_{-\infty}^{\infty} s_x(\omega) \left| \sum_{q=1}^{n} a_q(\omega) (\mu_q + i\omega)^2 \frac{\Phi_{\eta\eta}(\mu_q + i\omega)}{\Phi_\alpha(\mu_q + i\omega)} e^{\mu_q t_к} \right|^2 d\omega. \tag{22.4.16}$$

Применяя разработанные В. К. Крапивиным приемы определения передаточных функций стационарных линейных систем на прямых, параллельных мнимой оси (см. § 22.1), можно производить вычисление дисперсий величин η, α, δ по формулам (22.4.14), (22.4.15) и (22.4.16) путем лишь немного более сложных вычислений, чем вычисления по формулам (22.4.1), (22.4.8) и (22.4.12).

Для оценки точности определения частотных характеристик и реакций на показательные возмущения на основе «замораживания» коэффициентов уравнений можно воспользоваться формулой (21.2.12) и тем методом, который привел к этой формуле. Вычисленные таким образом поправки к частотным характеристикам и реакциям на показательные возмущения $\Phi_{\eta\eta}$, $\Phi_{\alpha\eta}$, $\Phi_{\delta\eta}$ могут служить для ориентировочной оценки точности определения $\Phi_{\eta\eta}$, $\Phi_{\alpha\eta}$, $\Phi_{\delta\eta}$ на основе «замораживания» коэффициентов, а также для более точного определения этих функций.

§ 22.5. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА СТАТИСТИЧЕСКОЙ ЛИНЕАРИЗАЦИИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ТОЧНОСТИ НАВЕДЕНИЯ УПРАВЛЯЕМЫХ РАКЕТ

В § 20.3 была произведена статистическая линеаризация существенно нелинейных звеньев в законе управления. При этом статистические коэффициенты усиления k_0^φ и k_1^φ скоростной характеристики рулевой машины и статистические коэффициенты усиления k_0^ψ и k_1^ψ характеристики ограничения отклонения руля зависят от неизвестных математических ожиданий и дисперсий входных сигналов соответствующих нелинейных звеньев, вследствие чего коэффициенты k_0^φ, k_1^φ, k_0^ψ и k_1^ψ также заранее неизвестны и определяются только в процессе исследования точности наведения ракеты.

Так как в данном случае в каждом канале управления имеются два существенно нелинейных звена, то для определения коэффициентов k_0^φ, k_1^φ, k_0^ψ и k_1^ψ даже в случае, когда каналы управления независимы, целесообразно применять метод последовательных приближений (см. [1], § 11.2 и 11.3).

Если для исследования процесса наведения можно применить методы теории стационарных систем, например, в случае наведения телеуправляемой ракеты с программным изменением коэффициентов усиления параметров управления пропорционально средней теоретической дальности ракеты или в случае наведения автономно управляемой ракеты, то коэффициенты k_0^φ, k_1^φ, k_0^ψ и k_1^ψ можно считать постоянными. В этом случае следует взять какие-либо грубо приближенные значения k_0^φ, k_1^φ, k_0^ψ, k_1^ψ, затем найти в первом приближении математическое ожидание и дисперсию управляющего сигнала рулевой машины u, а также математическое ожидание и дисперсию фиктивного отклонения руля w, которое имело бы место, если бы не было ограничения отклонения руля:

$$m_u = -\frac{1}{k_0^\varphi}\left[\left(\frac{c_0}{c_\delta} - \delta^{(0)}\right)\Phi_{\dot\delta\delta}(0) + \alpha_т \Phi_{\dot\delta\alpha}(0)\right], \qquad (22.5.1)$$

$$D_u = \frac{1}{(k_1^\varphi)^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty} s_x(\omega)\,|\Phi_{\dot\delta\eta}(i\omega)|^2\,d\omega, \qquad (22.5.2)$$

$$m_w = -\frac{1}{k_0^\psi}\left[\left(\frac{c_0}{c_\delta} - \delta^{(0)}\right)\Phi_{\delta\delta}(0) + \alpha_т \Phi_{\delta\alpha}(0)\right], \qquad (22.5.3)$$

$$D_w = \frac{1}{(k_1^\psi)^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty} s_x(\omega)\,|\Phi_{\delta\eta}(i\omega)|^2\,d\omega. \qquad (22.5.4)$$

После определения m_u, D_u, m_w, D_w в первом приближении можно найти более точные значения k_0^φ, k_1^φ, k_0^ψ, k_1^ψ и снова применить формулы (22.5.1) — (22.5.4) для более точного определения m_u, D_u, m_w, D_w. Этот процесс следует продолжать до совпадения в пределах точности вычислений двух последовательных приближений для коэффициентов k_0^φ, k_1^φ, k_0^ψ, k_1^ψ. Практически обычно бывает достаточно двух-трех приближений.

Для нахождения частотных характеристик $\Phi_{\dot\delta\eta}(i\omega)$ и $\Phi_{\delta\eta}(i\omega)$ для вычисления по формулам (22.5.2) и (22.5.4) достаточно воспользоваться формулой (22.4.11), согласно которой

$$\left.\begin{aligned} \Phi_{\delta\eta}(i\omega) &= -\frac{\omega^2}{v_{11}A_\alpha}\,\frac{\Phi_{\eta\eta}(i\omega)}{\Phi_\alpha(i\omega)}, \\ \Phi_{\dot\delta\eta}(i\omega) &= \frac{\omega^4}{v_{11}A_\alpha}\,\frac{\Phi_{\eta\eta}(i\omega)}{\Phi_\alpha(i\omega)}. \end{aligned}\right\} \qquad (22.5.5)$$

Для определения статических коэффициентов усиления $\Phi_{\dot{\delta}\dot{\delta}}(0)$, $\Phi_{\dot{\delta}\alpha}(0)$, $\Phi_{\delta\delta}(0)$ и $\Phi_{\dot{\delta}\delta}(0)$, входящих в формулы (22.5.1) и (22.5.2), достаточно учесть, что возмущение $\Delta\delta$ в угле отклонения руля равноценно, согласно уравнениям (22.1.1), возмущению $\Phi_\alpha(p)\Delta\delta$ в угле атаки α, а возмущение $\Delta\alpha$ в угле атаки равноценно возмущению $\Phi_\zeta(p)\Delta\alpha$ в угле наклона вектора скорости θ и возмущению $\Phi_\zeta(p)\Phi_\eta(p)\Delta\alpha$ в отклонении ракеты от теоретической траектории. Следовательно, учитывая (22.1.2), будем иметь

$$\Phi_{\delta\alpha}(0)=\frac{\Phi_{\eta\eta}(0)}{\Phi_\alpha(0)},\ \Phi_{\dot{\delta}\alpha}(0)=0,\ \Phi_{\delta\delta}(0)=\Phi_{\eta\eta}(0),\ \Phi_{\dot{\delta}\delta}(0)=0. \quad (22.5.6)$$

В случае невозможности применить для исследования точности стационарную теорию (§ 21.5) следует сначала найти исходные грубо приближенные значения коэффициентов k_0^φ, k_1^φ, k_0^ψ, k_1^ψ, рассматриваемых как функции времени t. Для этого можно применить прием «замораживания» коэффициентов уравнений процесса наведения для ряда моментов времени $t_1, \ldots, t_n$. Затем для каждого из этих моментов времени определить значения коэффициентов k_0^φ, k_1^φ, k_0^ψ, k_1^ψ с помощью методов стационарной теории, как изложено выше. В результате получим приближенные значения k_0^φ, k_1^φ, k_0^ψ, k_1^ψ для выбранных моментов времени $t_1, \ldots, t_n$. По этим значениям можно построить в первом приближении кривые, определяющие k_0^φ, k_1^φ, k_0^ψ, k_1^ψ как функции времени. Эти функции времени могут быть введены в первом приближении в схему моделирования системы (см. [1], § 11.3). При этом по результатам моделирования линеаризованных уравнений процесса наведения могут быть найдены в первом приближении весовые функции или координатные функции и по ним вычислены в первом приближении величины m_u, D_u, m_w, D_w как функции времени, как изложено в § 22.2 и 22.3. По этим m_u, D_u, m_w, D_w можно уточнить k_0^φ, k_1^φ, k_0^ψ, k_1^ψ как функции времени и так далее. Процесс последовательных приближений с помощью моделирования следует продолжать до совпадения с необходимой точностью двух последовательных приближений. При изложенном выше способе определения исходных значений k_0^φ, k_1^φ, k_0^ψ, k_1^ψ двух приближений практически достаточно для определения элементов рассеивания управляемых ракет с приемлемой точностью. После нахождения k_0^φ, k_1^φ, k_0^ψ, k_1^ψ можно моделированием определить весовые функции или координатные функции, необходимые для вычисления математического ожидания и дисперсии ошибки наведения ракеты.

Изложенные методы исследования точности наведения управляемых ракет с помощью статистической линеаризации при-

менимы, очевидно, как в случае исследования одного канала управления, так и в общем случае исследования пространственного наведения, когда каналы управления связаны между собой.

§ 22.6. ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ НАВЕДЕНИЯ УПРАВЛЯЕМЫХ РАКЕТ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ

Изложенные в предыдущих параграфах и в главе 21 методы исследования точности наведения управляемых ракет, основанные на линеаризации уравнений процесса наведения, дают возможность в большей части практических задач получить элементы рассеивания управляемых ракет с достаточной точностью. Однако методы, основанные на линеаризации уравнений, обладают тем недостатком, что они не дают возможности оценить погрешности определения вероятностных характеристик ошибок наведения, вызываемые линеаризацией. Кроме того, в ряде задач со сложными нелинейными законами управления, содержащими логические операции, сама линеаризация оказывается иногда затруднительной. В таких случаях обычно применяют метод непосредственного моделирования работы системы управления и процесса наведения с учетом случайных возмущений. Этот метод называется методом статистических испытаний. При исследовании точности наведения управляемых ракет методом статистических испытаний моделируется полностью работа всей системы управления, часто с использованием реальных элементов системы управления, включая линии связи в системах телеуправления. Кроме того, моделируются действующие на ракету и систему управления случайные возмущения и случайные начальные условия (случайные начальные ошибки пуска ракет). Ясно, что метод статистических испытаний может быть реализован практически только с помощью современных сложных, быстродействующих математических машин как аналоговых, так и цифровых. Для реализации метода статистических испытаний необходимо прежде всего оценить возможности машины как с точки зрения необходимого количества решающих линейных и нелинейных элементов для аналоговой машины, так и с точки зрения требуемого времени на исследование. Последний вопрос особенно существенен для цифровых математических машин.

Сложным вопросом при реализации метода статистических испытаний является также выбор устройства, моделирующего заданный случайный процесс с заданными характеристиками, которое обеспечивало бы достаточную стабильность вероятностных характеристик генерируемого случайного процесса. В качестве устройств, моделирующих случайные процессы, применяются, например, генераторы шума, работа которых основана на воспроизведении некоторого физического случайного процесса. Имеются два основных способа получения случайных процессов

с помощью физического процесса. Первый способ основан на излучении радиоактивных веществ, второй основан на использовании шума электронных ламп, газоразрядных и полупроводниковых приборов.

Практически стараются создать генератор реализаций стационарной случайной функции, спектральная плотность которой постоянна в некотором диапазоне частот, т. е. случайную функцию, которую можно в некотором диапазоне частот приближенно считать белым шумом. Тогда для формирования случайной функции с заданной корреляционной функцией необходимо иметь формирующий фильтр, преобразующий белый шум в требуемую случайную функцию. Для некоторых часто встречающихся случайных функций формирующие фильтры просты и могут быть легко реализованы. В более сложных случаях для формирования случайных функций с заданной корреляционной функцией можно использовать моделирующие устройства. Таким способом можно получать нестационарные случайные функции с разнообразными характеристиками.

Можно использовать в качестве источника случайных возмущений записи, например, на магнитную ленту, флуктуаций, наблюдаемых в реальной аппаратуре данной системы управления, работающей в реальных условиях или в условиях, близких к реальным. Такой метод моделирования случайных возмущений обладает двумя существенными преимуществами по сравнению с рассмотренными выше генераторами шума.

Во-первых, запись на магнитной ленте фактического процесса позволяет избежать искажений, возникающих при обработке реальных процессов с целью получения их характеристик и при воспроизведении их с помощью генератора шума и формирующего фильтра.

Во-вторых, запись на магнитной ленте позволяет осуществить. в случае необходимости, многократное повторение процесса с сохранением его вероятностных характеристик. Последнее обстоятельство особенно важно при подборе параметров комплекса методом статистических испытаний, так как при нестабильных характеристиках моделируемого возмущения изменение выходной величины может происходить как за счет изменения параметров комплекса, так и за счет изменения неконтролируемых характеристик моделируемого случайного возмущения. Кроме того, возможность повторения процесса позволяет производить повторные испытания в качестве контроля. Недостатком рассмотренного способа моделирования случайного процесса является трудность записи процесса со спектром частот, включающим нулевые и близкие к нулю частоты (хотя принципиально осуществление записи такого процесса возможно, но требует усложнения записывающего и воспроизводящего устройств).

При работе с аналоговыми математическими машинами или моделирующими устройствами сигнал с генератора шума или с

формирующего фильтра подается непосредственно на соответствующий вход модели системы.

При реализации метода статистических испытаний на цифровой математической машине возникает необходимость в формировании дискретных реализаций стационарных и нестационарных случайных процессов. Для моделирования реализации какого-либо случайного процесса в дискретной форме необходимо уметь достаточно экономно строить последовательности случайных чисел, соответствующие некоторым фиксированным законам распределения. Заметим, что для получения значения случайной величины с заданным законом распределения обычно используют одно или несколько значений равномерно распределенных случайных чисел. Поэтому вопрос получения равномерно распределенных случайных чисел на цифровой машине имеет особое значение.

Первый способ получения последовательности равномерно распределенных случайных чисел, широко распространенный в настоящее время, заключается в следующем. Случайные числа получаются на цифровой математической машине программным способом с помощью некоторого рекуррентного соотношения. Это означает, что каждое последующее число a_{i+1} образуется из предыдущего a_i (или группы предыдущих чисел) путем применения некоторого алгоритма, состоящего из арифметических и логических операций. Такая последовательность чисел, не будучи случайной, тем не менее может удовлетворять различным статистическим критериям случайности. Поэтому такие числа называются *псевдослучайными*.

К основным достоинствам программного способа получения случайных чисел относится возможность контроля работы математической машины в процессе решения задачи (возможность проведения двойного счета), а также простота алгоритма выработки последовательности псевдослучайных чисел.

Главным недостатком псевдослучайных чисел является трудность теоретической оценки их статистических свойств. Помимо этого, все выработанные программным способом последовательности псевдослучайных чисел являются периодическими и поэтому, даже с практической точки зрения, очень длинные последовательности не будут случайными. Существует ряд методов улучшения последовательности случайных чисел, однако эти методы несколько снижают скорость работы машины.

Второй способ получения случайных чисел заключается в использовании специального приспособления к вычислительной машине дискретного действия — генератора случайных чисел, который преобразует результаты физического случайного процесса в последовательность двоичных разрядов в машине, т. е. формирует случайную величину. Использование датчика случайных чисел повышает скорость вычислений, ибо в каждый такт работы машины в ячейку памяти выдается новое случай-

ное число. Недостатком такого метода является некоторая неустойчивость работы датчиков случайных чисел, вследствие чего они нуждаются в периодической профилактической проверке. К недостаткам применения датчиков случайных чисел, так же, как генераторов шума, следует отнести и невозможность точного воспроизведения результатов счета (двойной счет на машине не может быть проведен).

Сравнительно редко применяемым способом является ввод таблиц случайных чисел в оперативную память машины. Использование части оперативной памяти для хранения таблиц случайных чисел обычно невозможно вследствие загруженности памяти машины различного рода информацией, относящейся непосредственно к моделируемому процессу. Что касается ввода случайных чисел в оперативную память машины с барабанов или лент, то обращение к медленно действующим запоминающим устройствам существенно уменьшает скорость работы машины. Помимо этого, для решения больших задач нередко требуются сотни тысяч случайных чисел, что превосходит объем имеющихся таблиц случайных чисел. Все сказанное позволяет сделать вывод, что способ ввода случайных чисел в память машины может иметь лишь вспомогательное значение.

Полученную последовательность равномерно распределенных псевдослучайных чисел можно преобразовать в последовательности псевдослучайных чисел с заданным, например, нормальным законом распределения.

Если рассматривать полученную последовательность нормально распределенных чисел как некоторую реализацию стационарного случайного процесса, фиксируемую в дискретные моменты времени $t_0, t_1, \ldots, t_n$, то можно получить характеристики этого стационарного псевдослучайного процесса в виде математического ожидания и корреляционной функции.

В ряде случаев оказывается доступным для машинного выполнения построение реализаций случайных функций по их каноническому разложению. Более подробно с методами образования случайных последовательностей можно познакомиться в [4].

Характеристики точности наведения управляемой ракеты или вероятностные характеристики элементов движения определяются путем статистической обработки результатов многократных испытаний. Предположим, что на вход системы в каждом опыте подается реализация $x_\nu(t)$ случайной функции $X(t)$ и в результате с выхода снимается соответствующая реализация $y_\nu(t)$ случайной функции $Y(t)$. Проделав n опытов, можно получить оценки $m_y^*(t)$ и $D_y^*(t)$ математического ожидания $m_y(t)$ и дисперсии $D_y(t)$ выходной переменной системы $Y(t)$, пользуясь известными формулами математической статистики

$$m_y^*(t) = \frac{1}{n}\sum_{\nu=1}^{n} y_\nu(t), \qquad D_y^*(t) = \frac{1}{n-1}\sum_{\nu=1}^{n}[y_\nu(t) - m_y^*(t)]^2.$$

Точность полученных результатов можно оценить средними квадратическими отклонениями оценок $m_y^*(t)$ и $D_y^*(t)$. Из теории вероятностей известно, что дисперсии оценок определяются формулами

$$D[m_y^*(t)] = \frac{D_y(t)}{n}, \quad D[D_y^*(t)] = \frac{2D_y^2(t)}{n-1}.$$

Для более полной оценки точности полученных результатов можно вычислить доверительные вероятности для заданных границ оценок $m_y^*(t)$ и $D_y^*(t)$, т. е. вероятности различных отклонений оценок от соответствующих вероятностных характеристик ([1], § 11.4).

Анализируя все сказанное относительно метода статистических испытаний, можно отметить две трудности, встречающиеся при реализации метода статистических испытаний. Первая трудность состоит в обеспечении доброкачественных реализаций случайного процесса, имеющего заданные вероятностные характеристики. Вторая трудность состоит в том, что с ростом требований к точности и надежности полученных результатов резко возрастает необходимое число испытаний. Поэтому метод статистических испытаний может быть практически использован только в тех случаях, когда требуется получить точность решения порядка 15—20%.

Кратко остановимся на особенностях использования аналоговых математических машин и цифровых машин для исследования процесса наведения и точности наведения управляемых ракет. Ранее мы уже говорили о некоторых особенностях использования математических машин при исследовании линеаризованной системы уравнений.

Математические машины аналогового типа обладают более высокими точностными характеристиками при решении линейных дифференциальных уравнений и других линейных операций по сравнению с выполнением нелинейных операций. Математические машины аналогового типа позволяют исследовать процесс наведения по выбору в реальном масштабе времени или в измененных масштабах времени. Они позволяют достаточно просто производить сопряжение математической машины с реальной аппаратурой системы управления и с генераторами шумов. Интересующие нас элементы процесса наведения могут визуально наблюдаться на стрелочных вольтметрах, катодных осциллографах и фиксироваться с помощью катодных осциллографов с длительным послесвечением, или шлейфовых осциллографов на фотобумаге или на фотопленке, с помощью пишущих вольтметров и, наконец, с помощью печатающих вольтметров в цифровом виде. Ввод входных данных, изменяющихся по времени и не выраженных в виде формулы, достаточно просто производится с помощью блока переменных коэффициентов или бло-

ка нелинейностей. Отладка задачи на машине облегчается возможностью визуального наблюдения процесса решения.

Основным недостатком аналоговых машин является низкая по сравнению с машинами дискретного действия точность вычислений.

Математические цифровые машины обладают практически любой необходимой степенью точности исследования процесса наведения управляемой ракеты. Однако цифровые математические машины не обладают теми преимуществами в отношении сопряжения с реальной аппаратурой, возможностей визуального наблюдения элементов движения, ввода зависимостей, не представленных формулами, которыми обладают машины непрерывного действия. Кроме того, существенным недостатком существующих цифровых машин (может быть, временным недостатком) является относительно малое быстродействие. Существующие машины не в состоянии решать многие сложные задачи процесса наведения управляемых ракет в реальном времени, а тем более при уменьшении масштаба времени.

Возможны различные варианты использования цифровых математических машин для исследования процесса наведения управляемых ракет. Можно решать систему уравнений процесса наведения с различным шагом интегрирования для группы уравнений, описывающих, например, относительно медленное движение центра массы ракеты, и для группы уравнений, описывающих относительно быстрые движения вокруг центра массы ракеты. Имеются комбинированные математические машины, состоящие из машины непрерывного действия для решения уравнений быстропротекающих процессов и машины дискретного действия для решения уравнений более медленных процессов, но с большей точностью.

Для получения практически достоверных характеристик точности наведения методом статистических испытаний требуется просмотреть 50—100 реализаций исследуемого процесса наведения ([1], § 11.4). Поэтому при решении подобных задач на математических машинах необходимо максимально, но рационально упростить систему уравнений процесса наведения, которая для управляемых ракет является, как мы это видели в гл. 19, весьма сложной и громоздкой (например, для ракеты «земля—воздух» система уравнений, состоящая из 100 уравнений, включает 35 дифференциальных уравнений).

Для аналоговых машин такое упрощение часто необходимо из-за ограниченного объема имеющихся в распоряжении машин. Для цифровых машин всякое упрощение многократно решаемой системы уравнений приводит к сокращению времени решения задачи. Время, потребное для исследования процесса наведения управляемой ракеты на цифровой машине, кроме сложности системы уравнений, определяется также выбранным методом численного интегрирования и шагом интегрирования.

Наиболее простым методом численного интегрирования является метод Эйлера. Для систем управления, представляющих замкнутые системы, применение метода Эйлера при достаточно малом шаге интегрирования не приводит к накоплению ошибок. Метод Эйлера с итерациями дает лучшие результаты. Метод Эйлера с итерациями состоит в нескольких пересчетах для каждого момента времени, пока два последних результата не совпадут с заданной точностью. Частный случай одной итерации называется методом Эйлера с пересчетом.

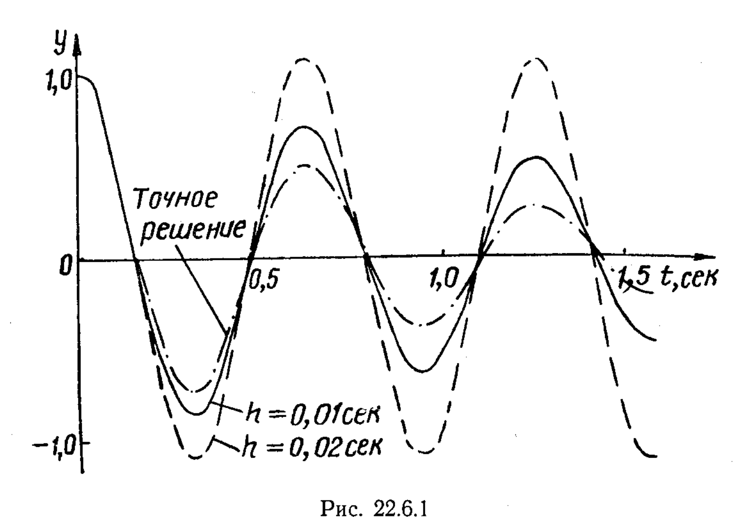


Рис. 22.6.1

Шаг интегрирования определяется в каждом отдельном случае конкретной постановкой задачи и требуемой точностью вычислений. За эталон решения можно принять предел последовательных решений при постоянно уменьшающемся шаге интегрирования.

Увеличение шага интегрирования может привести к завышению колебательности получаемого численным интегрированием процесса по сравнению с колебательностью истинного процесса. На рис. 22.6.1 показано влияние шага интегрирования на переходный процесс при численном интегрировании с шагом $h = 0{,}01$ *сек* и $h = 0{,}02$ *сек*, уравнения $T^2\ddot{y} + 2\zeta T\dot{y} + y = 0$ при $T = 0{,}1$ *сек*, $\zeta = 0{,}1$, $y_0 = 1$, $\dot{y}_0 = 0$. При некотором шаге h в результате численного интегрирования уравнений устойчивой системы можно получить даже незатухающие колебания.

Практически для нелинейных систем и систем с переменными параметрами при выборе h пользуются соотношением $h \leqslant (0{,}4 \div 1)\zeta T$. Параметры T и ζ при этом определяются ориентировочно по примерным значениям частоты и затухания наиболее высокочастотной составляющей колебаний системы. Пра-

вильность выбора h проверяют для типовых задач по влиянию дальнейшего уменьшения h на получаемое решение. Уменьшением шага интегрирования можно получить желаемую точность результата. Однако при этом объем вычислительной работы оказывается весьма большим.

Анализируя сказанное, можно отметить, наряду с перечисленными недостатками, одно важное достоинство метода статистических испытаний. При исследовании процесса наведения методом статистических испытаний мы получаем возможность непосредственно наблюдать моделируемый процесс наведения управляемой ракеты, наиболее близкий к реальному. Кроме того, при исследовании процесса наведения методом статистических испытаний мы имеем возможность включать в замкнутую систему процесса наведения реальные элементы системы управления, подвергая их тем ударным и вибрационным воздействиям, которым они подвергаются в реальном полете. Некоторые трудности возникают при сопряжении элементов реальной аппаратуры с цифровыми математическими машинами, так как не всегда удается исследовать процесс наведения управляемой ракеты на цифровой машине в реальном времени. Однако эта трудность исчезает при повышении быстродействия цифровых математических машин. При использовании аналоговых математических машин сопряжение с реальной аппаратурой значительно упрощается. При исследовании процесса наведения управляемой ракеты путем интегрирования линеаризованной системы уравнений мы можем воспользоваться реальной аппаратурой только в том случае, если она обладает линейными характеристиками в диапазоне изменения входных сигналов, что практически почти не соблюдается.

Большим преимуществом метода статистических испытаний является также то, что объем вычислений (точнее, число интегрирований системы уравнений) не зависит от числа входных случайных возмущений и количества существенных нелинейностей в системе управления.

Перечислим те задачи, которые могут быть решены методами исследования процесса наведения и точности, основанными на решении полной системы уравнений процесса наведения:

1. Исследование характера процесса наведения, установление закономерностей, т. е. зависимости характера движения от параметров ракеты и системы управления.

2. Определение возможной структуры системы управления и областей изменения ее параметров, исходя из условия обеспечения требуемого характера процесса наведения (без учета случайных возмущений) при данном методе наведения и для данного диапазона условий боевого применения ракеты.

3. Исследование точности наведения ракеты с учетом различных случайных возмущений, действующих на ракету и систему управления, в частности при действии организованных помех.

4. Определение методом подбора структуры и параметров системы управления и параметров ракеты, обеспечивающих в некотором смысле наибольшую возможную точность наведения при данном типе возмущений и помех и в данных условиях боевого применения.

5. Определение методом подбора структуры и параметров системы управления и ракеты, обеспечивающих наибольшую возможную вероятность поражения цели (или какую-либо другую характеристику эффективности стрельбы) при данном типе возмущений и помех и в данных условиях боевого применения.

6. Определение условий работы отдельных элементов системы управления.

7. Определение необходимых для данного метода наведения и данных условий боевого применения нормальных ускорений ракеты в различных точках пространства и их изменение вдоль траектории с учетом действующих случайных возмущений и помех.

8. Определение диапазона условий боевого применения управляемой ракеты с заданными параметрами при данном методе наведения с учетом действующих случайных возмущений.

9. Определение летно-тактических характеристик ракеты и характеристик системы управления, необходимых для обеспечения данного диапазона условий боевого применения ракеты при данном методе наведения с учетом действующих случайных возмущений.

10. Исследование возможностей срыва наведения управляемой ракеты на цель путем целесообразного маневра цели или путем создания помех системе управления.

11. Изучение вопросов прицеливания при стрельбе управляемыми ракетами при наличии случайных возмущений.

Решение всех перечисленных задач динамики процесса наведения управляемых ракет дает возможность оценить данный комплекс ракета—система управления с точки зрения эффективности выполнения боевой задачи в различных условиях боевого применения или оценить методом пробных расчетов, используя знание закономерностей процесса наведения, возможность создания комплекса, предназначенного для выполнения заданной боевой задачи, и разработать основные требования к ракете и к системе управления, выполнение которых обеспечивает боевые качества комплекса, близкие к оптимальным.

Требования к ракете, которые вытекают из решения задач динамики наведения управляемых ракет, включают требования к характеристикам устойчивости и управляемости ракеты, к боевой части и взрывателю, к двигательной установке и к органам управления. Требования к системе управления, вытекающие из решения задач динамики наведения управляемых ракет, включают требования к составу измерительных приборов системы управления и их точности, к преобразующим и счетно-решающим устройствам и их точности, к исполнительным элементам в отношении их быстродействия и точности, к аппаратуре управления с точки зрения ее помехозащищенности.

Глава 23

ОПТИМАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ПОЛЕТОМ РАКЕТ

§ 23.1. ПОНЯТИЕ ОБ ОПТИМАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ КОМПЛЕКСА РАКЕТА — СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ

В практике работы военного инженера — специалиста в области управляемого ракетного оружия в основном могут встретиться две задачи, отличающиеся друг от друга методами решения.

Во-первых, определение характеристик и возможностей боевого применения готового и отработанного образца вооружения.

Во-вторых, анализ возможности создания нового образца вооружения и определение достижимых на данном уровне развития науки и техники его характеристик. Вторая задача является, по сути дела, начальным этапом проектирования нового образца вооружения, так как она может быть решена только после определения конкретной структуры и параметров, обеспечивающих наилучшие, с той или иной точки зрения, характеристики образца.

Ко второй задаче относятся задачи, связанные с анализом возможностей применения имеющегося образца вооружения в новых условиях и определением необходимых для этого изменений параметров.

Первая из рассмотренных задач является более простой и полностью решается применением рассмотренных в гл. 19—22 методов исследования процесса наведения управляемых ракет. Причем в зависимости от вида и точности требуемых характеристик избирается тот или иной метод исследования (кинематический, упрощенный динамический методы исследования процесса наведения, методы исследования, основанные на решении линеаризованной системы уравнений или полной системы нелинейных уравнений процесса наведения).

Для решения вопросов проектирования управляемых ракет и систем управления и оценки возможностей перспективных образцов естественно стремиться к разработке и применению методов, которые позволяют не только оценить те или иные характеристики комплекса ракета—система управления при заданных

его параметрах и в заданных условиях, но и позволяют выбрать параметры, которые обеспечивают характеристики комплекса, близкие к наилучшим, с той или иной точки зрения, и оценить полученные характеристики.

Комплекс ракета—система управления, обладающий наилучшими с какой-либо точки зрения характеристиками среди комплексов данного класса, обычно называют *оптимальным*.

Величина, характеризующая качество комплекса, максимальное или минимальное значение которой достигается для оптимального комплекса, называется *критерием оптимальности*.

Естественно, в качестве критерия, характеризующего качество комплекса, принять показатели эффективности стрельбы, которые характеризовали бы степень приспособленности стрельбы к решению поставленных перед ней задач.

В широком понимании показатель эффективности стрельбы должен назначаться из необходимости получить наиболее высокие тактические показатели комплекса (максимальную вероятность поражения цели, максимальный размер зон поражения) при учете ограничений, накладываемых требованием рационального использования имеющихся средств, располагаемыми перегрузками ракеты, ответными мерами со стороны цели, необходимостью обеспечить устойчивость движения на отдельных вспомогательных режимах, требованиями помехозащищенности, конструктивных и производственных соображений и т. д. Составление алгоритма для решения такой задачи позволило бы передать математической машине весь трудоемкий процесс определения оптимальных параметров. Однако это встречает трудности, ввиду того, что приходится учитывать факторы, приводящие к противоположным результатам. Так, например, стремление повысить вероятность поражения цели может привести к сужению зон возможных атак и, наоборот, стремление к расширению зон возможных атак может привести к уменьшению вероятности поражения цели. Поэтому решение задачи определения параметров комплекса, обладающего оптимальными характеристиками, при таком понимании показателя эффективности, производится обычно с учетом большинства факторов только качественно, на основании здравого смысла.

В настоящее время можно считать решенной и алгоритмизированной задачу выбора параметров комплекса, обеспечивающих максимум вероятности поражения цели. При этом учитываются свойства цели, боевой части ракеты, взрывателя, маневренные свойства ракеты, точность ее наведения на цель и характеристики прицельных систем, неточность работы которых приводит к начальным ошибкам стрельбы. Составление алгоритма для подобной задачи позволяет решать ее с помощью современных быстродействующих вычислительных машин. Однако решение подобной задачи представляет обычно чисто технические трудности из-за большого объема вычислений. Поэтому

мы считаем целесообразным расчленить задачу определения оптимальных параметров комплекса, выделив из нее, в частности, задачу обеспечения наилучших условий работы боевой части и взрывателя путем нахождения оптимальной системы управления и оптимальных параметров ракеты как летательного аппарата. С этой точки зрения целесообразно заменить вероятность поражения цели более простыми критериями точности работы комплекса ракета—система управления, которые до известной степени характеризовали бы вероятность поражения цели при данных характеристиках взрывателя и характеристиках действия боевой части по цели.

Для управляемых ракет ударного действия, наверняка поражающих цель при одном попадании в нее, вероятность поражения при стрельбе одной ракетой совпадает с вероятностью попадания в цель Поэтому естественным критерием оптимальности для ракет ударного действия является критерий максимума вероятности попадания в цель.

Для управляемых ракет с боевыми частями неконтактного действия задачу обеспечения наиболее благоприятных условий поражения цели можно ставить как задачу обеспечения в среднем минимального расстояния между точкой разрыва боевой части и целью или, что практически одно и то же, в среднем минимальной ошибки наведения ракеты. Действительно, при правильном согласовании поля разлета элементов боевой части и поверхности срабатывания взрывателя условная вероятность поражения цели при разрыве ракеты в данной точке будет тем больше, чем больше плотность элементов боевой части у цели. Но плотность потока элементов боевой части приблизительно обратно пропорциональна квадрату расстояния от точки разрыва до цели. Поэтому условная вероятность поражения цели будет в среднем тем больше, чем меньше средний квадрат ошибки наведения. Отсюда следует вывод, что за критерий оптимальности управляемых ракет с боевыми частями неконтактного действия и систем управления их полетом может быть принят критерий минимума средней квадратической ошибки, т. е. критерий минимума математического ожидания квадрата ошибки наведения (суммы вторых начальных моментов ее компонент).

Задача определения оптимальных характеристик комплекса по какому-либо критерию может быть решена двумя принципиально различными путями.

При первом способе характеристики и параметры комплекса, в какой-то степени близкие к оптимальным, определяются подбором с помощью методов, изложенных в предыдущих главах. Для этого необходимо определить интересующие нас характеристики качества для различных вариантов комплекса, отличающихся структурой и параметрами системы управления и ракеты, и выбрать вариант, для которого принятый критерий качества имеет наибольшее или наименьшее, в зависимости от

характера задачи, значение. Однако этот путь при числе варьируемых параметров больше 2—3 сложен и требует большого количества вычислений, которые часто бывают трудоемкими.

Если задана структура комплекса, то можно внести некоторую организацию в процесс определения оптимальных параметров и характеристик. Выразив с помощью методов, рассмотренных в гл. 19—22, принятый критерий качества комплекса через его неизвестные параметры, мы можем найти такие значения параметров, при которых критерий качества имеет наибольшее или наименьшее значение, в зависимости от его смысла. При этом в зависимости от того, как выражается критерий качества через параметры системы, можно применить для нахождения экстремума известные аналитические или численные методы. В качестве численного метода нахождения экстремума можно рекомендовать, например, метод наискорейшего спуска в той или иной модификации ([1], § 14.3). Однако и при применении наискорейшего спуска объем вычислений остается большим. Некоторые особенности применения метода наискорейшего спуска для определения оптимальных параметров управляемых ракет будут рассмотрены в следующем параграфе.

Основным недостатком изложенного способа определения оптимальных характеристик управляемого комплекса, кроме сложности вычислений, является некоторая неопределенность полученного результата. Определенный подобным образом экстремум критерия качества комплекса оставляет открытым вопрос о возможном улучшении качества комплекса путем изыскания новых, еще не рассмотренных, вариантов структурных схем и параметров комплекса, т. е. остается открытым вопрос о целесообразности дальнейших поисков, которые, возможно, приведут к улучшению полученных результатов.

Характерной особенностью рассмотренных методов определения оптимальных значений параметров и оптимальных характеристик, т. е. метода подбора и метода определения экстремума критерия численными методами, является также многократное решение нескольких вариантов системы дифференциальных уравнений, описывающих процесс наведения ракеты.

Принципиально другой путь решения задачи определения оптимальных характеристик комплекса ракета—система управления состоит в применении теории оптимальных систем. В этой постановке задачи структура и параметры комплекса заранее считаются неизвестными и требуется определить его характеристики (в общем случае оператор процесса наведения управляемой ракеты) по данным вероятностным характеристикам входного полезного сигнала (например, закона движения цели в случае системы самонаведения или телеуправления) и помехи так, чтобы он был оптимальным с точки зрения принятого крите-

рия качества. Естественно, что если структура и параметры комплекса не заданы, то в этом случае нет необходимости в решении системы уравнений процесса наведения.

Задача определения оптимальных характеристик комплекса ракета—система управления включает вопрос выбора характеристик условий боевого применения. Каждый управляемый комплекс должен быть рассчитан на некоторый диапазон условий боевого применения, и чем шире этот диапазон, тем лучше проектируемый комплекс с тактической точки зрения. Плох тот комплекс, который может применяться только при определенных условиях или в узком диапазоне условий. Но выбор оптимальных характеристик комплекса, предназначенного для действия в широком диапазоне условий, представляет до известной степени неопределенную задачу. Система управления, оптимальная для одних условий стрельбы, оказывается совершенно не оптимальной для других условий стрельбы. Так, например, система управления, оптимальная для случая стрельбы из данной начальной точки в данную точку встречи по прямолинейно летящему самолету, может быть не оптимальной для случая стрельбы из той же начальной точки тоже в точку встречи, но по маневрирующему определенным образом самолету. Но самолет может маневрировать различным образом или может изменить характер маневра уже после пуска ракеты. Таким образом, если искать оптимальные характеристики комплекса для каждых данных условий боевого применения, то мы получим целый набор большого количества оптимальных характеристик для одного комплекса и осуществить этот набор и автоматический выбор из него определенных характеристик в зависимости от условий боевого применения будет весьма сложной конструктивной задачей, решить которую часто будет практически невозможно даже с помощью самонастраивающейся системы. Трудность при этом, кроме конструктивной реализации, состоит в невозможности точно определить конкретные значения некоторых условий боевого применения перед пуском ракеты. Например, трудно определить перед пуском ракеты конкретное значение промаха, который вызван ошибками прицеливания, или характеристики маневра цели после пуска ракеты. Чтобы обойти это затруднение, необходимо сгруппировать возможные условия стрельбы и искать оптимальные характеристики не для одних определенных условий стрельбы, а для целого комплекса условий стрельбы. Иными словами, необходимо произвести вероятностное осреднение условий стрельбы и искать характеристики комплекса, которые были бы оптимальными в среднем в данном диапазоне условий боевого применения, а не при каждых данных условиях.

Само собой разумеется, что при этом осреднении условий боевого применения нельзя впадать в крайность и вести расчет на одни какие-то средние условия для всего диапазона условий боевого применения. К осреднению условий боевого применения

следует подходить разумно, учитывая, что в зависимости от некоторых параметров (например, от дальности полета ракеты) характеристики процесса наведения все равно будут изменяться и что в зависимости от некоторых параметров возможно и целесообразно изменять характеристики комплекса (например, в зависимости от высоты пуска ракет «воздух—воздух»). Поэтому с точки зрения определения оптимальных характеристик условия боевого применения целесообразно разделить на три группы:

1) условия боевого применения, изменение которых в практически возможных пределах слабо сказывается на характеристиках ракеты и системы управления, обеспечивающих требуемые значения принятого критерия качества комплекса;

2) условия боевого применения, определение которых возможно перед пуском ракеты, но изменение которых требует существенного изменения характеристик, обеспечивающих требуемые значения критерия качества;

3) условия боевого применения, точные характеристики которых неизвестны перед пуском ракеты (например, маневр цели после пуска ракеты).

При определении оптимальных характеристик комплекса условия боевого применения, относящиеся к первой группе, можно принять средними значениями или определить вероятностными характеристиками, если последнее незначительно увеличивает объем вычислительной работы.

Условия боевого применения, относящиеся ко второй группе, необходимо определять вероятностными характеристиками, и если получаемые при оптимальном решении результаты не удовлетворяют поставленным требованиям, данный диапазон изменения условий боевого применения необходимо разделить на ряд более мелких диапазонов, в каждом из которых определить оптимальные характеристики, удовлетворяющие поставленным требованиям. В последнем случае система управления может быть снабжена устройством регулировки параметров (расположенном на ракете или вне ее), анализирующим создавшиеся условия в каждом конкретном случае и устанавливающим соответствующие значения параметров.

Условия боевого применения, относящиеся к третьей группе, могут быть учтены перед пуском заданием некоторых вероятностных характеристик или определены в процессе наведения с помощью устройства регулировки параметров, расположенного на ракете или командном пункте.

Решение задачи определения оптимальных характеристик усложняется еще тогда, когда расчеты проводятся для объектов вооружения, которые найдут применение только в будущих военных действиях. Естественно, что условия боевого применения разрабатываемого нового вида вооружения и тем более вероятностные характеристики условий боевого применения могут назначаться лишь весьма приближенно. Возникает задача

определения наиболее тяжелого варианта сочетания условий боевого применения или наиболее тяжелых вероятностных характеристик условий боевого применения и определения оптимального решения в наиболее неблагоприятных условиях, считая, что при других более легких условиях качество работы ракеты и системы управления будет выше, хотя при этих более легких условиях система управления и не будет оптимальной.

Определение характеристик условий боевого применения для решения задачи определения оптимальных характеристик комплекса с помощью теории оптимальных систем облегчается тем обстоятельством, как это будет показано в § 23.6, что в практически интересующих нас случаях оптимальные характеристики комплекса весьма слабо зависят от характеристик некоторых условий боевого применения.

Если оптимальные характеристики комплекса определяются методами определения оптимальных характеристик в заданной структуре, то возникает задача интегрирования системы уравнений процесса наведения при случайных условиях боевого применения, заданных вероятностными характеристиками. В предыдущих главах мы специально не рассматривали методов решения системы уравнений процесса наведения при случайных условиях боевого применения. Однако можно сказать, что из рассмотренных методов определения характеристик точности наведения метод статистических испытаний может быть применен для решения этой задачи без увеличения числа интегрирований системы уравнений процесса наведения, так как объем вычислительной работы увеличивается в этом случае только за счет формирования случайных последовательностей с заданными вероятностными характеристиками условий боевого применения.

Фактически осреднение условий боевого применения производится и при использовании методов, изложенных в гл. 19—22. Только при этом для каждого заданного варианта условий боевого применения методом подбора или методом наискорейшего спуска определяются оптимальные параметры и структура комплекса, а затем полученные оптимальные значения параметров осредняются в выбранном диапазоне условий боевого применения. После осреднения производится проверка годности полученных параметров во всем диапазоне условий боевого применения. В этих случаях осреднение условий боевого применения производится по результатам многократных решений системы уравнений процесса наведения, что, естественно, значительно увеличивает объем вычислительной работы, по сравнению с методами, при которых осреднение условий боевого применения производится перед решением системы уравнений процесса наведения.

До сих пор мы рассматривали один подход к решению задачи построения оптимальной системы, заключающийся в определе-

нии оптимальной системы или нескольких ее вариантов заранее, перед боевым применением ракеты на основе предварительного анализа возможных условий боевого применения. Второй подход, который позволяет сделать современная теория оптимальных систем, заключается в определении и реализации оптимальной системы для каждой конкретной реализации входного сигнала, т. е. уже в процессе применения ракеты как оружия. При этом в какой-то степени учитываются характеристики некоторых условий, известные до применения.

§ 23.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ КОМПЛЕКСА ЗАДАННОЙ СТРУКТУРЫ

Как мы выяснили в предыдущем параграфе, определить параметры комплекса, близкие к оптимальным, при заданной структуре комплекса можно прежде всего методом проб, т. е. путем подбора подходящих значений параметров, обеспечивающих минимум или максимум принятого критерия качества работы комплекса. Однако такой путь можно рекомендовать только при малом числе варьируемых параметров (не более 2—3). При наличии только одного варьируемого параметра комплекса способ подбора параметров часто оказывается наиболее целесообразным.

В некоторых случаях удается аналитически выразить принятый критерий качества работы комплекса через его неизвестные параметры. Это можно сделать с помощью упрощенных методов исследования точности наведения управляемых ракет, изложенных в гл. 21. В таких случаях возможно и целесообразно применять аналитические методы отыскания экстремума функции. В той же главе приводится пример применения метода определения экстремума, приводящий к решению алгебраических уравнений. Полученные таким образом результаты необходимо проверить исследованием устойчивости процесса наведения, так как упрощения, необходимые для вывода приближенных аналитических формул для элементов рассеивания, могут существенно изменить поведение системы наведения в отношении устойчивости или неустойчивости. Поэтому параметры, найденные путем аналитического определения экстремума критерия качества, можно считать действительно оптимальными только в том случае, если при этих параметрах система наведения обладает достаточными запасами устойчивости. Применение численных методов определения экстремума функции с помощью современных электронных вычислительных машин позволяет решать задачу выбора оптимальных параметров комплекса, рассматривая более или менее подробно структуру комплекса. При этом, как уже было отмечено, наиболее целесообразным методом численного нахождения экстремума

является метод наискорейшего спуска и различные его видоизменения.

Рассмотрим некоторые возможные варианты метода наискорейшего спуска. Обозначим через F принятый критерий качества работы комплекса, к минимальному или максимальному значению которого мы стремимся. Величину F можно рассматривать как функцию параметров комплекса $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$, значения которых необходимо выбирать. Для ракет с боевыми частями ударного действия, как мы ранее условились, в качестве критерия F может быть принята вероятность попадания в цель; для ракет с боевыми частями неконтактного действия за критерий F может быть принят второй начальный момент (математическое ожидание квадрата) ошибки наведения.

Расчетной точкой будем называть комбинацию значений варьируемых параметров комплекса, функцией которых является величина F. В методе наискорейшего спуска каждая последующая расчетная точка выбирается таким образом, чтобы обеспечить максимальное убывание или возрастание величины F при переходе к этой точке. Это достигается, например, в случае, когда движение от одной расчетной точки P_m к следующей P_{m+1} производится в направлении вектора градиента функции F (см. [1] § 14.3).

Функцию F можно рассматривать как некоторую поверхность в прямоугольной декартовой системе координат многомерного евклидова пространства. Градиент функции F позволяет найти направление максимальной скорости изменения данной функции в пространстве параметров $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$.

В частном случае при $n = 2$ функция F является поверхностью в обычном трехмерном пространстве (рис. 23.2.1). Вектор градиента функции F определяет направление наиболее крутого ската этой поверхности.

Составляющими вектора градиента по осям координат $O\alpha_1$, $O\alpha_2, \ldots, O\alpha_n$ являются частные производные функции F по параметрам α:

$$\frac{\partial F}{\partial \alpha_1}, \quad \frac{\partial F}{\partial \alpha_2}, \ldots, \frac{\partial F}{\partial \alpha_n}.$$

Практически при использовании вычислительных машин эти составляющие вектора градиента могут быть определены приближенно как отношения конечных приращений

$$\frac{\partial F}{\partial \alpha_i} \approx \frac{\Delta F}{\Delta \alpha_i} = \frac{F(\alpha_1, \ldots, \alpha_i + \Delta\alpha_i, \ldots, \alpha_n) - F(\alpha_1, \ldots, \alpha_i, \ldots, \alpha_n)}{\Delta \alpha_i}. \tag{23.2.1}$$

Из соотношения (23.2.1) следует, что для приближенного расчета составляющих вектора-градиента в точке $P_m(\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$ необходимо рассчитать значения функции F в $n+1$ точках с

координатами $(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)$, $(\alpha_1 + \Delta\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)$, $(\alpha_1, \alpha_2 + \Delta\alpha_2, \ldots, \alpha_n), \ldots, (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n + \Delta\alpha_n)$. Для определения значений функции F могут быть использованы любые методы, позволяющие определить необходимые данные для вычисления функции F, изложенные, например, в гл. 22.

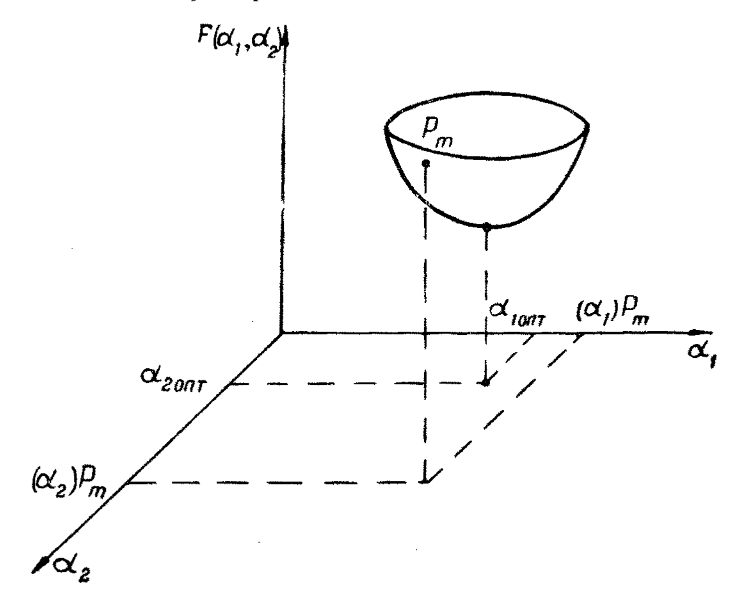


Рис. 23.2.1

Дальнейшее решение задачи состоит в том, чтобы определить величину перемещения в выбранном направлении, т. е. определить координаты очередной расчетной точки P_{m+1}. Для этого можно использовать формулу

$$(\alpha_i)_{P_{m+1}} = (\alpha_i)_{P_m} + \Delta\left(\frac{\Delta F}{\Delta \alpha_i}\right)_{P_m}. \qquad (23.2.2)$$

По этой формуле для выбранного значения коэффициента Δ определяются значения $(\alpha_i)_{P_{m+1}}$. В новой точке P_{m+1} производится вычисление значения функции F_{m+1} и полученное значение функции F_{m+1} сравнивается с прежним значением F_m. Если произошло изменение функции F в желаемом направлении, то в точке P_{m+1} снова производится вычисление составляющих вектора градиента и процесс вычисления повторяется, пока не прекратится изменение функции F в желаемом направлении. Если изменение функции F прекратилось или функция F стала изменяться в противоположном направлении и имеется необхо-

димость в более точном определении параметров, то процесс вычисления продолжается из предпоследней точки с уменьшенным значением коэффициента Δ.

Ввиду того, что вычисление составляющих вектора градиента, определяющих направление перемещения, представляет сложную задачу, целесообразно использовать наиболее эффективно движение по выбранному направлению, т. е. после перехода к точке P_{m+1} не производить вычисления составляющих вектора градиента, а произвести вычисление только значения функции F_{m+1} и сравнить значения функции F в точках P_m и P_{m+1} и координаты следующих точек определять по формуле

$$(\alpha_i)_{P_{m+n}} = (\alpha_i)_{P_m} + n\Delta\left(\frac{\Delta F}{\Delta \alpha_i}\right)_{P_m} . \quad (n = 2, 3 \ldots)$$

Если при $n = l$ значение функции F_{m+l} не удовлетворяет поставленному условию, т. е. $F_{m+l} > F_{m+l-1}$ (критерий минимума второго начального момента ошибки наведения) или $F_{m+l} < F_{m+l-1}$ (критерий вероятности попадания), тогда в точке P_{m+l-1} снова производится вычисление составляющих

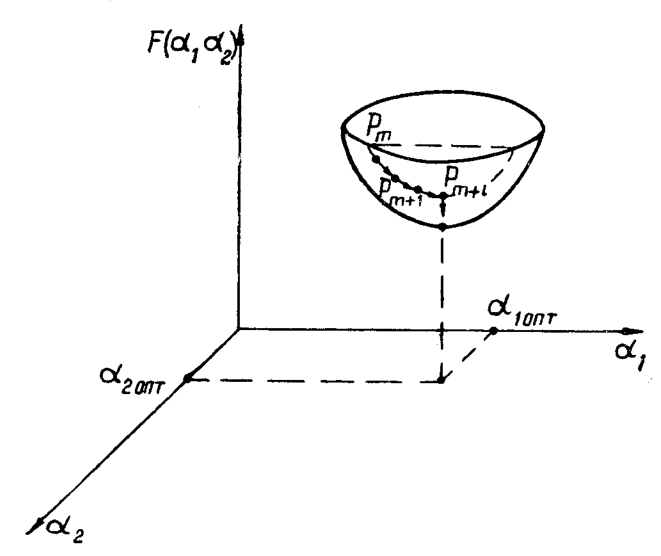


Рис. 23.2.2

вектора градиента и процесс повторяется. При этом путь достижения экстремума будет не кратчайшим (рис. 23.2.2), но в итоге мы сокращаем количество расчетов, так как не рассчитываем составляющие вектора градиента в каждой точке. Коэффициент Δ назначается, исходя из характера задачи после нескольких пробных расчетов.

Таким образом, во всех случаях с требуемой точностью могут быть определены параметры α_i, обеспечивающие экстремум принятого критерия. Наиболее эффективно изложенный метод определения экстремума применяется при расчетах на цифровых машинах, так как все рассмотренные операции вплоть до выбора оптимальных значений могут быть проведены без вмешательства оператора по заранее разработанной программе. Но изложенный метод вполне успешно можно применить и при расчетах на машинах непрерывного действия, когда число определяемых параметров больше 2—3.

При использовании для вычисления значений функции F метода статистических испытаний следует иметь в виду, что к генератору случайных возмущений предъявляются строгие требования в отношении стабильности работы. При вычислении на цифровых машинах наиболее целесообразно применять алгоритмические способы образования случайных последовательностей или другие известные методы, которые позволяют получить случайную последовательность на входе с одними и теми же характеристиками при вычислениях функции F в различных точках m.

Начальные значения параметров α в точке P_0 находятся обычно предварительно из соображений устойчивости и удовлетворительного качества процесса наведения. Можно также принять в качестве исходных значений параметров α их оптимальные значения, найденные грубо приближенно с помощью упрощенных методов гл. 21 и проверенные на устойчивость.

В заключение оценим трудоемкость способа отыскания экстремума функции F. При оценке трудоемкости будем исходить из того, что она будет определяться трудоемкостью расчета одного значения функции $F(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)$ при заданных значениях параметров α_i. Пусть эта трудоемкость, измеряемая в количестве операций машины или затрате машинного времени, будет q. Тогда трудоемкость определения вектора градиента будет $(n+1)q$. Если для определения экстремума вдоль прямой потребуется вычислить в среднем l значений функции F, то трудоемкость вычисления координат точки P_l будет составлять $(l+n+1)q$. Если процесс придется повторять M раз, то полная трудоемкость Q определения экстремума функции $F(\alpha_1, \ldots \alpha_n)$ определится выражением $Q = M(l+n+1)q$.

§ 23.3. ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНЫХ СИСТЕМ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Рассмотренные в предыдущем параграфе методы определения оптимальных значений параметров комплекса при заданной структуре связаны с большой вычислительной работой, так как в процессе определения оптимальных характеристик необходимо многократно решать систему уравнений процесса наведения ракеты. Например, для метода наискорейшего спуска при 5 варьи-

руемых параметрах, 10 шагах подхода к точке экстремума по одному направлению, трехкратном расчете составляющих градиента, затрате машинного времени на расчет одного варианта реализации входного возмущения около 10 мин., при 50 реализациях входных возмущений, исследований 5 различных условий боевого применения общая затрата чисто машинного времени составит примерно 2000 часов, т. е. более 80 суток непрерывной работы машины. Поэтому весьма заманчивой является возможность непосредственного определения оптимальных характеристик комплекса (в общем случае оператора процесса наведения) без многократного решения системы уравнений процесса наведения. Идеальным решением задачи в такой постановке является определение структуры и параметров оптимального или близкого к оптимальному комплекса по полученному оптимальному оператору процесса наведения. Однако пока не существует теории, способной дать удовлетворительное решение в такой форме, несмотря на многочисленные попытки создать такую теорию.

При определении оптимального оператора процесса наведения с помощью теории оптимальных систем мы достаточно просто получаем характеристики качества работы оптимального комплекса, которые могут быть достигнуты в заданных условиях, но которые уже не могут быть в этих условиях улучшены. Таким образом, теория оптимальных систем дает математический аппарат для определения предельного *потенциального качества управляемого комплекса*. Причем в этом случае мы получаем действительный оптимум в данных условиях, чего мы не могли утверждать при определении оптимальных параметров комплекса при данной его структуре.

Практическая реализация нелинейного оптимального оператора процесса наведения в виде конкретной функциональной схемы в настоящее время возможна только с некоторыми упрощениями и допущениями, принятие которых делает необходимой окончательную проверку полученной функциональной схемы обычными методами анализа. Однако с практической точки зрения важна не реализация полученного оптимального оператора, например, в виде весовой функции процесса наведения, а важна лишь близость принятого критерия качества для проектируемого комплекса к оптимальному значению. Это приводит к убеждению, что практическое значение теории оптимальных систем в деле создания оптимального комплекса ракета—система управления в основном заключается в том, что она позволяет определить теоретический предел возможных характеристик комплекса при данных, вероятностных характеристиках условий его работы и помех, к которому должен стремиться конструктор при проектировании реальных комплексов.

Принимая во внимание изложенное, задача определения оптимальных характеристик комплекса может быть поставлена следующим образом:

1. Для принятых условий боевого применения с помощью теории оптимальных систем решается задача определения оптимального значения принятого критерия качества работы комплекса.

2. На основании предыдущего опыта работы, или исходя из выполнения очевидных требований, которые обеспечивают возможность решать поставленную перед комплексом задачу, строится технически целесообразная функциональная схема комплекса или несколько ее вариантов.

3. Для каждого намеченного варианта функциональной схемы производится выбор оптимальных значений параметров.

4. Характеристики вариантов функциональных схем с выбранными значениями параметров сравниваются с оптимальным решением, определяющим потенциальные характеристики комплекса. Наилучший из предложенных вариантов предлагается для дальнейшего рассмотрения, если этот наилучший вариант отличается в допустимых пределах от оптимального решения. Если отличие от оптимального решения значительно, предлагаются новые варианты функциональных схем.

Таким образом, мы получаем метод, сочетающий известные практические способы формирования структуры и параметров комплекса с оценкой получаемого результата по максимально достижимым в заданных условиях потенциальным характеристикам. При этом с достаточной гарантией мы можем решить вопрос о целесообразности и направлении дальнейших поисков лучшего варианта решения.

В настоящее время по оптимальной весовой функции мы еще не умеем полностью создать структуру комплекса и выбрать его параметры, но знание оптимальной весовой функции часто позволяет сделать некоторые предложения по формированию структурной схемы комплекса или выбору его параметров.

Применение теории оптимальных систем позволяет определять оптимальные характеристики как для комплекса в целом, так и для отдельных его элементов. Строго говоря, перед решением задачи определения оптимальных характеристик комплекса в целом нужно предварительно ставить задачу об определении оптимальных характеристик всех основных элементов системы управления, после решения которой переходить к компоновке из отдельных оптимальных элементов оптимального комплекса. Для определения оптимальных характеристик элементов системы управления необходимы характеристики сигналов на входах этих элементов. Естественно, за входные сигналы для элементов системы управления в первом приближении взять сигналы, полученные приближенным анализом комплекса, созданного предварительным синтезом.

Основное положение, которое можно принять для разработки методов применения теории оптимальных систем к определению

оптимальных характеристик управляемого комплекса, заключается в том, что система, обладающая наименьшей средней квадратической ошибкой среди всех возможных систем, является линейной системой с нулевой систематической ошибкой, если только все случайные функции, связанные с данной задачей, подчинены нормальному закону распределения. Это обстоятельство чрезвычайно сильно упрощает определение оптимальных характеристик систем управления и ракет, так как современная теория оптимальных систем располагает достаточно простыми общими методами определения оптимальных линейных систем, позволяющими находить характеристики оптимальных линейных систем в любых конкретных случаях как в случае критерия минимума средней квадратической ошибки, так и в случае критерия экстремума функции математического ожидания и дисперсии ошибки [1], [18].

Однако применение линейной теории приводит к тому, что реализация найденного оптимального оператора процесса наведения может потребовать от ракеты перегрузок, обеспечить которые практически невозможно. Поэтому целесообразно ставить задачу определения оптимального оператора процесса наведения при наложении ограничений на некоторые элементы движения, в частности, при ограничении располагаемой перегрузки ракеты. Оптимальные характеристики комплекса, определенные с помощью линейной теории оптимальных систем, мы с полным правом можем рассматривать в качестве потенциальных. При этом можно предполагать, что мы можем подобрать такую структурную схему комплекса с учетом необходимых ограничений, который будет обладать, например, вторым начальным моментом ошибки наведения, близким к оптимальному.

В заключение перечислим задачи, которые могут быть решены при определении оптимальных характеристик с помощью теории оптимальных систем:

1. Определение потенциальных характеристик комплекса ракета—система управления в заданных условиях боевого применения, превзойти которые невозможно при данном уровне используемой техники. Использование полученных данных в качестве эталона при конструктивной разработке.

2. Определение потенциальных характеристик отдельных элементов системы управления и оптимальных алгоритмов обработки информации в элементах системы управления.

3. Разработка тактико-технических требований к комплексу в целом и к отдельным его элементам на базе потенциальных характеристик.

4. Определение вида и уровня организованных помех, исключающих боевое применение ракеты, обладающей оптимальными для заданных условий характеристиками.

5. Определение рациональных маневров целей, обеспечивающих снижение эффективности действия ракеты.

6. Использование оптимальных оценок точности наведения с учетом некоторого коэффициента «нереализуемости» для приближенной оценки точности наведения реальных комплексов вооружения.

§ 23.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМЫ НАВЕДЕНИЯ САМОНАВОДЯЩИХСЯ РАКЕТ

Как мы условились в предыдущем параграфе, под оптимальными характеристиками комплекса мы будем понимать оптимальный оператор процесса наведения (в частном случае, в линейном приближении, весовую функцию процесса наведения) и значение критерия, принятого для оценки качества работы комплекса (например, второй начальный момент ошибки наведения), соответствующего оптимальному решению.

Рассмотрим применение теории оптимальных систем к определению оптимальных характеристик комплекса ракета — система управления на примере атаки самонаводящейся ракетой цели при малых ракурсах. Задача может быть решена и при любых условиях применения, однако это усложняет выкладки. Мы уже отмечали, что при определении оптимальных характеристик комплекса с помощью теории оптимальных систем мы не задаемся структурой комплекса, однако для уяснения постановки задачи и определения характера полезного сигнала целесообразно привести систему уравнений, описывающих процесс наведения ракеты, без детализации структуры. Рассмотрим наведение в горизонтальной плоскости самонаводящейся ракеты под действием только реактивных сил без учета влияния воздушной среды.

Будем предполагать, что цель движется с постоянной скоростью и постоянным в каждом отдельном случае наведения нормальным ускорением a_N. В совокупности условий боевого применения нормальное ускорение цели является случайной величиной с нормальным законом распределения, математическим ожиданием, равным нулю, и некоторым значением дисперсии $D[a_N]$. За теоретическую траекторию цели примем ее траекторию, соответствующую математическому ожиданию предполагаемого начального положения и движению с нормальным ускорением, равным нулю. Отрезок теоретической траектории, соответствующий этапу самонаведения ракеты, будем считать прямолинейным. Предполагаем, что ракета выводится на расчетную траекторию цели на дальности самонаведения с линейной ошибкой $\eta_1(0)$ относительно расчетной траектории цели и с ошибкой $\varphi(0)$ в направлении вектора скорости ракеты относительно теоретического направления. Задача решается с учетом возможного случайного маневра цели, ошибок определения положения цели $U_\eta(0)$ относительно предполагаемой траектории

цели и ошибки в определении направления вектора скорости цели $\varphi_ц^*(0)$ относительно предполагаемого направления в момент перехода ракеты на режим самонаведения (рис. 23.4.1).

Если в данном случае за начало отсчета углов принять предполагаемое направление движения цели, линейные ошибки вывода ракеты $\eta_1(0)$ и ошибки определения положения цели $U_\eta(0)$ считать малыми по отношению к начальной дальности D_0, то углы ε, φ и $\varphi_ц^*$ можно считать малыми.

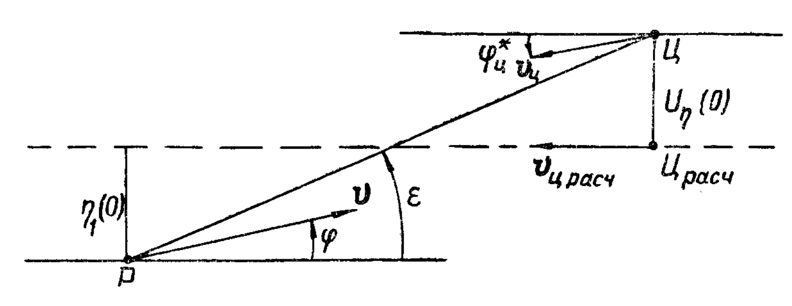


Рис. 23.4.1

Уравнения процесса наведения ракеты на цель в горизонтальной плоскости и уравнение, определяющее значение ошибки наведения y, могут быть представлены в виде

$$\left.\begin{aligned} &\dot{D} = -v - v_ц, \quad D\dot{\varepsilon} = v_ц(\varepsilon - \varphi_ц^*) + v(\varepsilon - \varphi), \quad \dot{\varphi} = n\frac{g}{v}, \\ &n = F_1(p)\dot{\varepsilon}_г, \quad \dot{\varepsilon}_г = F_2(p)(\varepsilon - \varepsilon_г + X), \quad y = \frac{D^2}{|\dot{D}|}\dot{\varepsilon}. \end{aligned}\right\} \quad (23.4.1)$$

Первые два уравнения являются кинематическими; третье уравнение описывает движение центра массы ракеты, в проекции на нормаль к траектории; четвертое уравнение определяет закон управления (зависимость перегрузки ракеты n от измеренного параметра управления $\dot{\varepsilon}_г$); пятое уравнение описывает работу следящего координатора цели с учетом случайной ошибки измерения угловых координат цели X; последнее уравнение определяет ошибку наведения ракеты на цель в зависимости от значений элементов процесса наведения ракеты в момент выключения системы управления или в момент подрыва боевой части $t_в$.

Для принятой гипотезы о движении цели $\varphi_ц^*$ определяется формулой

$$\varphi_ц^* = \frac{1}{v_ц}\int_0^t a_N\,dt + \varphi_ц^*(0). \quad (23.4.2)$$

Полагая в уравнениях (23.4.1) $\varepsilon = \eta/D$, запишем систему уравнений процесса наведения в виде

$$\left.\begin{aligned} &\dot{D} = -v - v_ц, \quad \dot{\eta} = -v\varphi - U_z, \quad \dot{\varphi} = n\,\frac{g}{v}, \\ &n = F_1(p)\,\varepsilon_г, \quad \dot{\varepsilon}_г = F_2(p)\left(\frac{\eta}{D} - \varepsilon_г + X\right), \quad y = \dot{\eta}\Delta t + \eta, \end{aligned}\right\} \quad (23.4.3)$$

где $U_z = v_ц\,\varphi_ц^* - a_N\,t + \varphi_ц^*(0)\,v_ц, \quad \Delta t = \dfrac{D}{|\dot{D}|}$.

В системе уравнений (23.4.3) имеются два входа для случайных возмущений U_z и X. Кроме того, рассматривая начальные условия положения снаряда ($\varphi(0)$, $\eta(0)$), как случайные, получим еще два входа. Преобразуем систему уравнений (23.4.3) так, чтобы свести все случайные возмущения к одному входу.

Произведем замену переменных по формулам

$$\eta = \eta_1(0) + \eta_1^* + \varkappa + U_\eta, \quad \varphi = \varphi(0) + \varphi^* \qquad (23.4.4)$$

и определим вновь введенные переменные уравнениями

$$\dot{U}_\eta = -U_z, \qquad \dot{\varkappa} = -v\,\varphi(0). \qquad (23.4.5)$$

Тогда система уравнений (23.4.3) после некоторых преобразований представляется в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned} &\dot{\eta}_1^* = -v\varphi^*, \quad \dot{\varphi}^* = n\,g/v, \quad n = F_1(p)\,\varepsilon_г, \\ &\dot{\varepsilon}_г = F_2(p)\left[\frac{\eta_1(0) + U_\eta(0) - v\varphi(0)t - v_ц\varphi_ц^*(0)t - a_N\dfrac{t^2}{2}}{D} + \right. \\ &\qquad\qquad \left. + \frac{\eta_1^*}{D} - \varepsilon_г + X\right], \\ &y = \eta_1^* - v\varphi^*\Delta t + \eta_1(0) + U_\eta(0) - v\,\varphi(0)\,t_к - \\ &\qquad - v_ц\,\varphi_ц^*(0)\,t_к - \frac{a_N t_к^2}{2}, \end{aligned}\right\} \quad (23.4.6)$$

где $t_к = D_0/|\dot{D}|$.

Введем следующие обозначения:

$$\left.\begin{aligned} &Z(t) = \frac{\eta_1(0) + U_\eta(0) - v\varphi(0)\,t - v_ц\,\varphi_ц^*(0)\,t - a_N\dfrac{t^2}{2}}{D} + X(t), \\ &W^* = \eta_1^* - v\,\varphi^*\,\Delta t, \\ &W_к = -\eta_1(0) - U_\eta(0) - v\varphi(0)\,t_к + v_ц\,\varphi_ц^*(0)\,t_к + \frac{a_N t_к^2}{2}. \end{aligned}\right\} \quad (23.4.7)$$

Последние два уравнения (23.4.6) с учетом (23.4.7) принимают вид

$$\dot{\varepsilon}_г = F_2(p)\left[\frac{\eta_1^*}{D} - \varepsilon_г + z(t)\right], \quad y = W^* - W_к. \qquad (23.4.8)$$

Следует иметь в виду, что величины η_1^* и φ^* определяются при решении системы уравнений (23.4.6) при нулевых начальных условиях, т. е. при $\eta_1^*(0) = \varphi^*(0) = 0$, так как действительные начальные условия определяются заданием величин $\eta_1(0)$, $\varphi(0)$, $U_\eta(0)$, $\varphi_ц^*(0)$.

Величина W^* в уравнении для ошибки наведения полностью определяется элементами движения ракеты, поэтому она может быть выражена через весовую функцию системы наведения g_{w^*z} и входное возмущение $Z(t)$.

Уравнение ошибки в этом случае представляется в форме

$$y = \int_0^t g_{w^*z}(t, \tau) Z(\tau)\, d\tau - W_к. \qquad (23.4.9)$$

Весовая функция $g_{w^*z}(t, \tau)$ зависит от параметров ракеты, структуры и параметров системы управления и условий наведения. Следовательно, задача состоит в таком выборе функции $g_{w^*z}(t, \tau)$, чтобы средняя квадратическая ошибка наведения была минимальной. Но так как параметры ракеты и системы управления в явном виде в уравнение ошибки не входят, то задача выбора оптимальной весовой функции системы наведения $g_{w^*z}(t, \tau)$ может быть решена отвлеченно от характеристик реальной ракеты. Таким образом, условие выбора оптимальной весовой функции системы наведения $g_{w^*z}(t, \tau)$ из условия минимума средней квадратической ошибки наведения может быть записано в виде

$$M\left[\left\{\int_0^t g_{w^*z}(t, \tau) Z(\tau)\, d\tau - W_к\right\}^2\right] = \min. \qquad (23.4.10)$$

Вероятностные характеристики случайных функций $W_к$ и Z могут быть определены по известным вероятностным характеристикам движения цели, начальных условий наведения и вероятностным характеристикам ошибки измерения угловых координат цели координатором цели. Тогда определение функции $g_{w^*z}(t, \tau)$ является типичной задачей теории оптимальных линейных систем, которая в самом общем виде может быть решена методом канонических разложений ([1], § 15.6; [18], § 134—136).

Выражения (23.4.7) для функций Z и $W_к$ можно представить в виде

$$Z(t) = X(t) + \sum_{r=1}^{3} U_r \varphi_r(t), \quad W_к = \sum_{r=1}^{3} U_r \psi_r(t_к), \qquad (23.4.11)$$

где введены следующие обозначения:

$$\left.\begin{aligned} &U_1 = \eta_1(0) + U_\eta(0), && \varphi_1(t) = 1/D(t), && \psi_1(t_к) = -1, \\ &U_2 = -v\varphi(0) - v_ц\varphi_ц^*(0), && \varphi_2(t) = t/D(t), && \psi_2(t_к) = -t_к, \\ &U_3 = -a_N, && \varphi_3(t) = t^2/2D(t), && \psi_3(t_к) = -t_к^2/2 \end{aligned}\right\} \qquad (23.4.12)$$

Если случайные функции $Z(t)$ и $W_к$ определяются выражениями (23.4.11) и случайные величины U_1, U_2, U_3 не коррелированы со случайной функцией X, имеющей тождественно равное нулю математическое ожидание, то уравнения, определяющие оптимальную весовую функцию $g_{w^*z}(t, \tau)$ из условия (23.4.10), и формула для средней квадратической ошибки системы имеют вид ([1], § 14.6):

$$\int_0^t K_x(\tau, \sigma)\, g^{(q)}(t, \tau)\, d\tau = \varphi_q(\sigma), \qquad (23.4.13)$$

$$b_{pq} = \int_0^t g^{(q)}(t, \tau)\, \varphi_p(\tau)\, d\tau, \qquad (23.4.14)$$

$$\sum_{q=1}^{N} (b_{pq} + c_{pq})\, \lambda_q = \psi_p(t), \quad (p = 1, 2, \ldots, N) \qquad (23.4.15)$$

$$g(t, \tau) = \sum_{q=1}^{N} \lambda_q(t)\, g^{(q)}(t, \tau), \qquad (23.4.16)$$

$$\sigma^2_{у\, пот.} = \sum_{q=1}^{N} \lambda_q \psi_q(t), \qquad (23.4.17)$$

где c_{pq} — элементы матрицы, обратной по отношению к матрице моментов второго порядка γ_{pq} случайных величин U_r, $K_x(\tau, \sigma)$ — корреляционная функция помехи $X(t)$.

Случайные величины U_1, U_2, U_3 можно считать по условию задачи взаимно не коррелированными и математические ожидания их — равными нулю. В этом случае $\gamma_{11} = D[U_1] = \gamma_1$;

$$\gamma_{22} = D[U_2] = \gamma_2, \quad \gamma_{33} = D[U_3] = \gamma_3, \quad \gamma_{pq} = 0 \quad \text{при} \quad p \neq q.$$

Система уравнений (23.4.15), решением которой определяются λ_q, принимает в этом случае вид

$$\sum_{q=1}^{N} b_{pq}\lambda_q + c_p\lambda_p = \psi_p(t), \quad c_p = 1/\gamma_p \quad (p = 1, 2, \ldots, N). \qquad (23.4.18)$$

Для решения уравнений мы применим приближенный способ определения оптимальной весовой функции, который дает практически достаточно точные результаты и отличается простотой

и небольшим объемом вычислений. Приближенный способ основан на предположении, что случайная функция $X(t)$, характеризующая ошибку измерения угловых координат цели, является белым шумом. Ошибку измерения угловых координат цели $X(t)$ представим, как обычно, в виде двух слагаемых

$$X(t) = X_{\text{ф}}(t) + \frac{X_{\text{б}}(t)}{D(t)},$$

где $X_{\text{ф}}$, $X_{\text{б}}$ — стационарные случайные функции, характеризующие фединг сигнала и блуждание центра отражения. Выражение для корреляционной функции случайной функции $X(t)$ имеет вид (22.2.10).

$$K_x(\tau, \sigma) = G_{0\text{ф}}\,\delta(\tau - \sigma) + G_{0\text{б}}\,\frac{\delta(\tau - \sigma)}{D(\tau)D(\sigma)}. \qquad (23.4.19)$$

Подставляя в первое уравнение (23.4.13) выражения для корреляционной функции (23.4.19), получим выражения для составляющих $g^{(q)}$ оптимальной весовой функции

$$g^{(q)}(t, \tau) = \frac{D^2(\tau)\,\varphi_q(\tau)}{D^2(\tau)G_{0\text{ф}} + G_{0\text{б}}}. \qquad (23.4.20)$$

Оптимальная весовая функция на основании уравнения (23.4.16) определяется выражением

$$g(t, \tau) = \frac{D^2(\tau)\sum\limits_{q=1}^{3}\lambda_q\,\varphi_q(\tau)}{D^2(\tau)\,G_{0\text{ф}} + G_{0\text{б}}}. \qquad (23.4.21)$$

Коэффициенты λ_q определяются решением системы алгебраических уравнений (23.4.18) или (23.4.15), Общее выражение для коэффициентов b_{pq} на основании (23.4.14) и (23.4.20) принимает вид

$$b_{pq} = \int\limits_0^t \frac{D^2(\tau)\,\varphi_p(\tau)\;\varphi_q(\tau)}{D^2(\tau)\,G_{0\text{ф}} + G_{0\text{б}}}\,d\tau. \qquad (23.4.22)$$

Подставляя в формулу (23.4.22) выражения (23.4.12) для функции φ, получим формулы для определения коэффициентов b_{pq}

$$b_{11} = \int\limits_0^t \frac{1}{R(\tau)}\,d\tau,\; b_{12} = b_{21} = \int\limits_0^t \frac{\tau}{R(\tau)}\,d\tau,\; b_{13} = b_{31} = \frac{b_{22}}{2} = \int\limits_0^t \frac{\tau^2}{2R(\tau)}\,d\tau,$$

$$b_{23} = b_{32} = \int\limits_0^t \frac{\tau^3}{2\,R(\tau)}\,d\tau, \qquad b_{33} = \int\limits_0^t \frac{\tau^4}{4\,R(\tau)}\,d\tau, \qquad (23.4.23)$$

где $R(\tau) = D^2(\tau)\,G_{0\text{ф}} + G_{0\text{б}}$.

Если рассматривать процесс наведения с постоянной скоростью сближения ($\dot{D} = \text{const}$), то из (23.4.22) можно получить простые формулы для вычисления коэффициентов b_{pq}

$$b_{11} = \frac{2}{\sqrt{\xi}} \operatorname{arctg} \frac{2ct\sqrt{\xi}}{\xi + d^2 + 2dct} \quad (\text{для } \xi > 0),$$

$$b_{11} = \frac{t}{D_0 G_{0ф}(D_0 + \dot{D}t)} \quad (\text{для } \xi = 0),$$

$$b_{12} = b_{21} = \frac{1}{2c} \ln \frac{a + dt + ct^2}{a} - \frac{d}{2c} b_{11},$$

$$b_{13} = b_{31} = \frac{1}{2} b_{22} = \frac{1}{2c}(t - db_{12} - ab_{11}),$$

$$b_{23} = b_{32} = \frac{1}{4c}(t^2 - 2d\,b_{22} - 2ab_{12}),$$

$$b_{33} = \frac{1}{12c}(t^3 - 6\,db_{23} - 3ab_{22}),$$

где $a = G_{0ф} D_0^2 + G_{0б}$, $\quad d = 2D_0 \dot{D} G_{0ф}$, $\quad c = \dot{D}^2 G_{0ф}$,

$$\xi = 4\dot{D}^2 G_{0ф} G_{0б}. \qquad (23.4.24)$$

Таким образом, для определения потенциальной точности наведения и определения оптимальной весовой функции требуется решить в общем случае систему алгебраических уравнений, определяющую коэффициенты λ, и произвести вычисления по формулам (23.4.21) и (23.4.17).

Пример 23.4.1. Вывести формулу, определяющую оптимальную весовую функцию процесса наведения самонаводящейся ракеты из условия минимума второго начального момента ошибки наведения в случае учета линейной ошибки вывода ракеты на расчетную траекторию цели $\gamma_1(0)$, ошибки определения начального положения цели $U_\eta(0)$ и фединга отраженного сигнала, определяющего ошибку измерения углового положения цели. Ошибку измерения углового положения цели считать белым шумом, а скорость сближения $\dot{D}$ — постоянной. Получить формулу для определения минимально возможной ошибки наведения при заданных условиях.

В данном случае $U_1 = \gamma_1(0) + U_\eta(0)$; $U_2 = 0$; $U_3 = 0$ (23.4.12). Из формулы (23.4.21), учитывая, что $G_{0б} = 0$ и $q = 1$, получим

$$g(t, \tau) = \frac{\lambda_1 \varphi_1(\tau)}{G_{0ф}}. \qquad (23.4.25)$$

Коэффициент λ_1 определяется уравнением (23.4.18) после подстановки в него выражения для b_{11} (23.4.23).

$$\lambda_1 = \frac{\psi_1}{\int\limits_0^t \frac{1}{R(\tau)}\,d\tau + \frac{1}{\gamma_1}}. \qquad (23.4.26)$$

При постоянной скорости сближения $\dot{D} = \text{const}$ на основании (23.4.12) формулы (23.4.25) и (23.4.17), определяющие оптимальную весовую функцию g и соответствующую ей среднюю квадратическую ошибку наведения $\sigma_{\text{пот}}$, принимают вид

$$g(t, \tau) = \frac{-1}{D(\tau)\left(\dfrac{G_{0ф}}{\gamma_1} + \dfrac{D_0 - D}{|\dot{D}| D_0 D}\right)}, \tag{23.4.27}$$

$$\sigma^2_{у\,\text{пот}} = \frac{1}{\dfrac{D_0 - D}{|\dot{D}| D_0 D\, G_{0ф}} + \dfrac{1}{\gamma_1}}. \tag{23.4.28}$$

Пример 23.4.2. Вывести формулу, определяющую минимальную среднюю квадратическую ошибку наведения самонаводящейся ракеты (потенциальную точность) в случае вывода ракеты на этап самонаведения с ошибкой $\varphi(0)$ в направлении вектора скорости ракеты и с линейной ошибкой $\eta_1(0)$ относительно расчетной траектории цели. Начальные ошибки $\varphi(0)$ и $\eta_1(0)$ считать не коррелированными, а их математические ожидания — равными нулю, скорость сближения — постоянной. Остальные условия те же, что и в примере 23.4.1.

По условию задачи $U_1 = \eta_1(0)$, $U_2 = \varphi(0)$, $U_3 = 0$.

Составляем систему двух алгебраических уравнений (23.4.18) и определяем необходимые коэффициенты b_{pq} по формулам (23.4.24), учитывая, что в данном случае $G_{0б} = 0$. Решая полученную систему уравнений, определяем коэффициенты λ_1 и λ_2. Подставляя выражения для коэффициентов λ_1 и λ_2 в формулу (23.4.17) при $n = 2$, получим формулу, определяющую минимальную среднюю квадратическую ошибку наведения

$$\sigma^2_{\Delta\,\text{пот}} = \frac{|\dot{D}|\, G_{0ф}\,(D_0 - D)}{B + \dot{D}^4 A} + \frac{\dot{D}^2 G^2_{0ф}\left(\dfrac{\dot{D}^2}{\gamma_2} + \dfrac{D_0^2}{\gamma_1}\right)}{B + \dot{D}^4 A}, \tag{23.4.29}$$

где

$$A = G_{0ф}\left[\frac{D_0 - D}{|\dot{D}| D_0 D \gamma_2} + \frac{1}{\dot{D}^3}\left(-2 D_0 \ln\frac{D}{D_0} + D - \frac{D_0^2}{D}\right)\frac{1}{\gamma_1} + \frac{G_{0ф}}{\gamma_1 \gamma_2}\right],$$

$$B = \frac{D_0^2 - D^2}{D_0 D} - \left(\ln\frac{D}{D_0}\right)^2.$$

Из формулы (23.4.29), положив $\gamma_2 = 0$, можно получить выведенную в примере 23.4.1 формулу (23.4.28), определяющую минимальную среднюю квадратическую ошибку наведения при учете только линейной ошибки вывода ракеты относительно расчетной траектории.

Приняв в формуле (23.4.29) $\gamma_1 = 0$, получим формулу для определения минимальной средней квадратической ошибки в случае вывода ракеты на этап самонаведения с ошибкой $\varphi(0)$ только в направлении вектора скорости ракеты

$$\sigma^2_{у\,\text{пот}} = \frac{G_{0ф} D_0^2}{\dot{D}^2\left[\dfrac{G_{0ф}}{\gamma_2} + \dfrac{1}{|\dot{D}|^3}\left(2 D_0 \ln\dfrac{D}{D_0} + \dfrac{D_0^2 - D^2}{D}\right)\right]}. \tag{23.4.30}$$

Формулы, полученные в примерах настоящего параграфа в предположении постоянства скорости сближения, могут быть использованы для приближенной оценки потенциальной точности наведения и при переменной скорости сближения. В этом случае скорость сближения следует принимать значением $|\dot{D}_{ср}| = D_0/t_к$, где $t_к$ — полное время полета снаряда до встречи с целью.

§ 23.5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМЫ НАВЕДЕНИЯ ТЕЛЕУПРАВЛЯЕМЫХ РАКЕТ

Так же, как и в предыдущем параграфе, рассмотрим определение оптимальных характеристик ракеты с системой телеуправления на примере движения командного пункта, ракеты и цели в одной плоскости. Для уяснения постановки задачи запишем систему уравнений, описывающих процесс наведения телеуправляемой ракеты и движение командного пункта, в случае постоянных скоростей цели, командного пункта и ракеты.

Кинематические уравнения движения центра массы ракеты и цели имеют вид (рис. 23.5.1):

$$\left.\begin{aligned}
\dot{D}_р &= v_р \cos(\varepsilon_р - \theta_р) - v_к \cos(\varepsilon_р - \theta_к), \\
D_р \dot{\varepsilon}_р &= v_к \sin(\varepsilon_р - \theta_к) - v_р \sin(\varepsilon_р - \theta_р), \\
\dot{D}_ц &= v_ц \cos(\varepsilon_ц - \theta_ц) - v_к \cos(\varepsilon_ц - \theta_к), \\
D_ц \dot{\varepsilon}_ц &= v_к \sin(\varepsilon_ц - \theta_к) - v_ц \sin(\varepsilon_ц - \theta_ц).
\end{aligned}\right\} \qquad (23.5.1)$$

Динамические уравнения движения центра массы ракеты и движения относительно центра массы примем в виде

$$\dot{\theta}_р = A_\alpha \alpha + A_0 - \frac{g \cos\theta}{v}, \qquad \ddot{\alpha} + c_{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + c_\alpha \alpha = c_0 - c_\delta \delta.$$

Уравнение закона управления в простейшем случае наведения трехточечным методом имеет вид

$$\delta = F_1(p) \{D_р (\varepsilon_ц - \varepsilon_р + X)\}, \qquad (23.5.2)$$

где X — суммарная ошибка измерения углового положения цели и ракеты. Наконец, запишем уравнение ошибки наведения

$$y_к = D_{цк} (\varepsilon_{цк} - \varepsilon_{рк}). \qquad (23.5.3)$$

Для упрощения выкладок и получения более простых конечных выражений для определения предельной точности наве-

дения и оптимальной весовой функции процесса наведения дополнительно введем следующие допущения:

1) углы $\varepsilon_ц$, $\varepsilon_р$, $\theta_ц$, $\theta_р$, $\theta_к$ считаем малыми и за начало их отсчета принимаем первоначальное направление движения командного пункта;

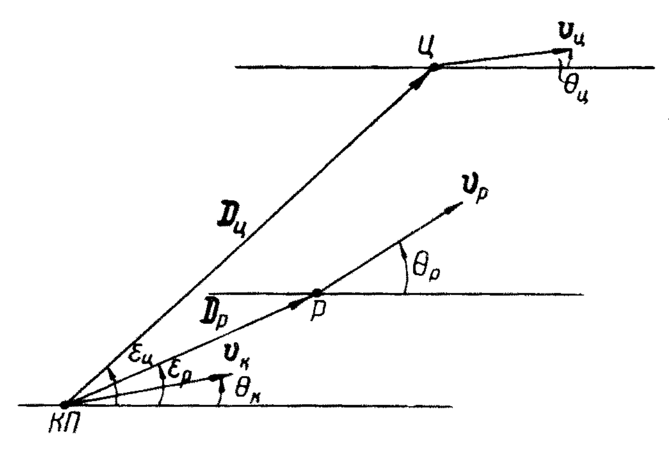


Рис. 23.5.1

2) $\theta_к(0) = 0$, $\theta_р(0) = 0$, $\varepsilon_р(0) = 0$, а командный пункт движется прямолинейно и равномерно ($a_{Nк} = 0$, $v_к = \text{const}$);

3) скорости цели и командного пункта равны по абсолютной величине $v_ц = v_к$;

4) начальное угловое положение цели $\varepsilon_ц(0)$ и начальное направление вектора скорости цели $\theta_ц(0)$ считаем случайными величинами с нормальным законом распределения, математическими ожиданиями, равными нулю, и известными дисперсиями $D[\varepsilon_ц(0)]$ и $D[\theta_ц(0)]$;

5) цель маневрирует в процессе наведения ракеты со случайным постоянным нормальным ускорением $a_{Nц}$.

При введенных допущениях кинематические уравнения процесса наведения телеуправляемой ракеты принимают вид:

$$\left.\begin{aligned} &\dot{D}_р = v_р - v_к, \quad D_р \dot{\varepsilon}_р = v_к(\varepsilon_р - \theta_к) - v_р(\varepsilon_р - \theta_р), \\ &\dot{D}_ц = v_ц - v_к = 0, \quad D_ц \dot{\varepsilon}_ц = -v_к \theta_к + v_ц \theta_ц. \end{aligned}\right\} \qquad (23.5.4)$$

Учитывая принятую гипотезу о движении цели, находим угол, определяющий направление вектора скорости цели:

$$\theta_ц(t) = \theta_ц(0) + \frac{a_{Nц}}{v_ц} t. \qquad (23.5.5)$$

Из последнего уравнения (23.5.4), учитывая, что $D_ц = \text{const}$, получим выражение, определяющее угол наклона вектора дальности $D_ц$:

$$\varepsilon_ц(t) = \varepsilon_ц(0) + \frac{v_ц \theta_ц(0)}{D_ц} t + \frac{t^2}{2D_ц} a_{Nц}. \qquad (23.5.6)$$

На основании (23.5.6) уравнение закона управления (23.5.2) и уравнение ошибки наведения (23.5.3) принимают вид:

$$\delta = F_1(p) \left\{ D_р \left[\varepsilon_ц(0) + \frac{v_ц \theta_ц(0) t}{D_ц} + \frac{a_{Nц}}{2D_ц} t^2 - \varepsilon_р + X \right] \right\}, \qquad (23.5.7)$$

$$y_к = D_ц \left[\varepsilon_ц(0) + \frac{v_ц \theta_ц(0) t_к}{D_ц} + \frac{a_{Nц}}{2D_ц} t_к^2 - \varepsilon_{рк} \right].$$

Введем следующие обозначения:

$$Z(t) = \varepsilon_ц(0) + \frac{v_ц \theta_ц(0)}{D_ц} t + \frac{a_{Nц}}{2D_ц} t^2 + X,$$

$$W_к = D_ц \varepsilon_ц(0) + v_ц \theta_ц(0) t_к + \frac{a_{Nц}}{2} t_к^2. \qquad (23.5.8)$$

Учитывая (23.5.8), уравнения (23.5.7) можно записать в виде

$$\delta = F_1(p) \{ D_р [Z(t) - \varepsilon_р] \}, \quad y_к = W_к - D_ц \varepsilon_{рк}. \qquad (23.5.9)$$

Величина $\varepsilon_{рк}$ в уравнении для ошибки наведения (23.5.9) полностью определяется элементами движения телеуправляемой ракеты. Поэтому она может быть выражена через весовую функцию системы наведения $g_{\varepsilon_р x}$ и входное возмущение $Z(t)$. Уравнение ошибки в этом случае представляется в форме

$$y_к = W_к - D_ц \int_0^{t_к} g_{\varepsilon_р x}(t_к, \tau) Z(\tau) \, d\tau. \qquad (23.5.10)$$

Весовая функция $g_{\varepsilon_р x}(t_к, \tau)$ зависит от параметров ракеты, структуры и параметров системы управления и условий наведения. Следовательно, задача состоит в таком выборе функции $g_{\varepsilon_р x}$, чтобы средняя квадратическая ошибка наведения была минимальной. Но так как параметры ракеты и системы телеуправления в явном виде в уравнение ошибки не входят, то задача выбора оптимальной функции веса системы телеуправления $g_{\varepsilon_р x}$ может быть решена отвлеченно от характеристик ракеты. Таким образом, условие выбора оптимальной весовой функции $g_{\varepsilon_р x}$ системы телеуправления из условия минимума средней квадратической ошибки наведения может быть записано в виде

$$M \left[\left\{ W_к - D_ц \int_0^{t_к} g_{\varepsilon_р x}(t_к, \tau) Z(\tau) \, d\tau \right\}^2 \right] = \min. \qquad (23.5.11)$$

Вероятностные характеристики случайных функций $W_к$ и $Z(t)$ могут быть определены по известным вероятностным характеристикам движения цели и вероятностным характеристикам ошибок измерения угловых координат цели и ракеты. Тогда определение функции $g_{\varepsilon_p x}$ сводится к типичной задаче теории линейных оптимальных систем, решение которой для случая самонаведения мы получили в § 23.4.

Представим выражение для функций $W_к$ и $Z(t)$ (23.5.8) в следующем виде:

$$W_к = \sum_{r=1}^{3} U_r \psi_r(t_к), \quad Z(t) = \sum_{r=1}^{3} U_r \varphi_r(t) + X(t),$$

где введены следующие обозначения:

$$\left.\begin{array}{lll} U_1 = \varepsilon_ц(0), & \varphi_1(t) = 1 & \psi_1(t_к) = D_ц, \\ U_2 = \theta_ц(0), & \varphi_2(t) = \dfrac{v_ц}{D_ц} t, & \psi_2(t_к) = v_ц t_к, \\ U_3 = a_{Nц}, & \varphi_3(t) = \dfrac{t^2}{2D_ц}, & \psi_3(t_к) = \dfrac{t_к^2}{2}. \end{array}\right\} \quad (23.5.12)$$

Ошибку измерения углового положения цели и ракеты $X(t)$ будем считать белым шумом с интенсивностью $G_{0ф}$.

Решая первое уравнение (23.4.13), получим составляющие весовой функции $g^{(q)}(t_к, \tau)$:

$$g^{(b)}(t_к, \tau) = \frac{\varphi_q(\tau)}{G_{0ф}}. \quad (23.5.13)$$

Подставляя выражения для составляющих весовой функции в четвертое уравнение (23.4.16), получим выражение для оптимальной весовой функции

$$g(t_к, \tau) = \frac{1}{G_{0ф}} \sum_{q=1}^{3} \lambda_q \varphi_q(\tau). \quad (23.5.14)$$

Коэффициенты b_{pq}, необходимые для решения системы алгебраических уравнений (23.4.15), на основании (23.4.14) и (23.5.13) вычисляются по формуле

$$b_{pq} = \frac{1}{G_{0ф}} \int_0^{t_к} \varphi_q(\tau) \varphi_p(\tau) \, d\tau, \quad (p = q = 1, 2, 3). \quad (23.5.15)$$

Коэффициенты λ_q определяются решением системы уравнений (23.4.15), а для оценки потенциальной точности наведения телеуправляемой ракеты воспользуемся формулой (23.4.17)

$$\sigma^2_{y\,\text{пот}} = \sum_{q=1}^{3} \lambda_q \psi_q. \tag{23.5.16}$$

Пример 23.5.1. Вывести формулу, определяющую оптимальную весовую функцию процесса наведения телеуправляемой ракеты при допущениях, принятых выше в этом параграфе, полагая $\theta_ц(0) = 0$, $a_{Nц} = 0$, учитывая случайное положение цели относительно командного пункта средним квадратическим значением угла наклона вектора дальности цели $\sigma[\varepsilon_ц(0)]$ и суммарную ошибку измерения углового положения цели и ракеты X. Получить формулу для определения минимально возможной ошибки наведения в данных условиях.

По условию задачи $U_1 = \varepsilon_ц(0)$; $U_2 = U_3 = 0$ и входной сигнал имеет вид $Z(t) = U_1\,\varphi_1(t) + X(t)$, поэтому формула (23.5.14), определяющая оптимальную весовую функцию, будет иметь только одно слагаемое

$$g(t_к, \tau) = \lambda_1 \varphi_1(\tau)/G_{0ф}.$$

Коэффициент b_{11} на основании (23.5.15) имеет вид

$$b_{11} = \frac{1}{G_{0ф}} \int_0^{t_к} \varphi_1^2(\tau)\, d\tau,$$

а коэффициент λ_1 определяется решением уравнения (23.4.15)

$$\lambda_1 = \frac{G_{0ф}\, \psi_1}{\int\limits_0^{t_к} \varphi_1^2(\tau)\, d\tau + \frac{G_{0ф}}{\gamma_1}}.$$

Тогда выражение для оптимальной весовой функции процесса наведения телеуправляемой ракеты и формула, определяющая минимально возможную ошибку наведения в данных условиях, принимают вид

$$g(t_к, \tau) = \frac{\varphi_1(\tau)\, \psi_1}{\int\limits_0^{t_к} \varphi_1^2(\tau)\, d\tau + \frac{G_{0ф}}{\gamma_1}}, \quad \sigma^2_{y\,\text{пот}} = \frac{G_{0ф}\, \psi_1^2}{\int\limits_0^{t_к} \varphi_1^2(\tau)\, d\tau + \frac{G_{0ф}}{\gamma_1}}. \tag{23.5.17}$$

Учитывая выражения для φ_1, ψ_1 и U_1 (23.5.12), окончательно получим

$$g(t_к, \tau) = \frac{D_ц}{G_{0ф}\left[\frac{t_к}{G_{0ф}} + \frac{1}{\gamma_1}\right]}, \quad \sigma^2_{y\,\text{пот}} = \frac{D_ц^2}{\frac{t_к}{G_{0ф}} + \frac{1}{\gamma_1}}.$$

Пример 23.5.2. Вывести формулы, определяющие оптимальную весовую функцию и минимально возможную среднюю квадратическую ошибку наведения, учитывая случайное начальное отклонение вектора скорости цели $\theta_ц(0)$ от направления полета командного пункта. Остальные условия те же, что и в примере (23.5.1).

По аналогии с (23.5.17) можем записать

$$g(t_к, \tau) = \frac{\varphi_2(\tau)}{\frac{G_{0ф}}{\gamma_2} + \int\limits_0^{t_к} \varphi_2^2(\tau)\, d\tau}, \qquad \sigma_{у\,пот} = \frac{G_{0ф}\, \psi_2^2}{\frac{G_{0ф}}{\gamma_2} + \int\limits_0^{t_к} \varphi_2^2(\tau)\, d\tau}. \qquad (23.5.18)$$

Подставляя сюда выражения функций φ_2 и ψ_2 из (23.5.12), получим

$$g(t_к, \tau) = \frac{v_ц \tau}{D_ц\left(\frac{G_{0ф}}{\gamma_2} + \frac{v_ц^2 t_к^3}{3 D_ц^2}\right)}, \qquad \sigma^2_{у\,пот} = \frac{G_{0ф} v_ц^2 t_к^2}{\frac{G_{0ф}}{\gamma_2} + \frac{v_ц^2 t_к^3}{3 D_ц^2}}. \qquad (23.5.19)$$

§ 23.6. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ОПТИМАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОЦЕССА НАВЕДЕНИЯ

При решении задачи определения оптимальных характеристик процесса наведения управляемых ракет возникают вопросы, касающиеся задания исходных данных, влияния условий боевого применения и точности их задания на получаемые характеристики. Учитывая, что в настоящее время для исследования процессов наведения ракет оптимальные характеристики имеют практическое значение в основном только в виде оценок тех потенциальных характеристик, которые могут быть достигнуты в заданных условиях применения, мы и остановимся на некоторых свойствах этих потенциальных оценок.

Анализируя формулы, определяющие минимально возможные средние квадратические ошибки наведения (23.4.28), (23.4.29), (23.4.30), (23.5.17), (23.5.18), можно сделать вывод, что при определенных условиях применения ракеты минимально возможная средняя квадратическая ошибка наведения может быть определена практически с одинаковой степенью точности, при достаточно грубом задании вероятностных характеристик параметров U_r. Практически часто можно пользоваться перечисленными формулами для определения минимально возможных ошибок наведения, принимая для дисперсий параметров U_r бесконечно большие значения. Эта особенность оптимального решения связана с тем, что слагаемое, содержащее γ_r в знаменателе, уменьшает свой вес в общей сумме по мере увеличения γ_r и часто для практически важных случаев применения ракет слагаемое, содержащее параметр γ_r, практически можно не учитывать при определении ошибки наведения (см. примеры 23.4.3 и 23.5.3). Таким образом, представляется возможность для некоторых условий боевого применения упростить формулы, определяющие дисперсии ошибок наведения, положив в них $\gamma_r = \infty$. При этом формулы (23.4.28), (23.4.29), (23.4.30) для оценки потенциальной точности наведения самонаводящих-

ся ракет, определяющие предельные достижимые минимальные значения ошибок $\sigma_{y\,\text{пред}}$, принимают вид

$$\sigma^2_{y\,\text{пред}} = \frac{G_{0\text{ф}}|\dot{D}|\,D_0 D}{D_0 - D} \quad (\gamma_1 = \infty,\ U_2 = 0,\ U_3 = 0), \qquad (23.6.1)$$

$$\sigma^2_{y\,\text{пред}} = \frac{G_{0\text{ф}}\,|\dot{D}|\,D_0^2}{2\,D_0 \ln \frac{D}{D_0} + \frac{D_0^2 - D^2}{D}} \quad (\gamma_2 = \infty,\ U_1 = 0,\ U_3 = 0), \qquad (23.6.2)$$

$$\sigma^2_{y\,\text{пред}} = \frac{G_{0\text{ф}}\,|\dot{D}|\,(D_0 - D)}{\frac{D_0}{D} - \left(\ln \frac{D}{D_0}\right)^2 + \frac{D}{D_0} - 2} \quad (\gamma_1 = \infty,\ \gamma_2 = \infty,\ U_3 = 0). \qquad (23.6.3)$$

Аналогичные формулы для оценки потенциальной точности телеуправляемых ракет также принимают более простой вид

$$\sigma^2_{y\,\text{пред}} = \frac{G_{0\text{ф}}\,D_{\text{ц}}^2}{t_{\text{к}}} \quad (\gamma_1 = \infty,\ U_2 = 0,\ U_3 = 0), \qquad (23.6.4)$$

$$\sigma^2_{y\,\text{пред}} = \frac{3\,G_{0\text{ф}}\,D_{\text{ц}}^2}{t_{\text{к}}} \quad (\gamma_2 = \infty,\ U_1 = 0,\ U_3 = 0). \qquad (23.6.5)$$

Таким образом, формулами (23.6.1)—(23.6.5) пользуются для оценки предельных значений дисперсий ошибок наведения, которые практически можно использовать в качестве точной оценки потенциальной ошибки в данных условиях боевого применения и иногда только в качестве грубой оценки. Качественно последняя зависимость выглядит следующим образом: расхождение между предельными оценками потенциальной точности и действительными оценками потенциальной точности тем больше, чем больше уровень помехи X, дальность окончания работы системы управления D, скорость сближения с целью $\dot{D}$ (т. е. чем меньше время работы системы управления).

Приложение 1

НЕКОТОРЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЦЕЛЕЙ И ЭЛЕМЕНТОВ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ КООРДИНАТОРОВ [3, 34, 33]

Таблица 1

Цель	σ_0 [$м^2$]
Тяжелый бомбардировщик . .	50÷150
Средний бомбардировщик . .	20÷ 30
Истребитель	5÷ 10
Головка баллистической ракеты	0,1÷0,2
Линкор	2000÷5000
Крейсер	1000÷2000
Автомашина	1÷ 3

Таблица 2

$P_{по}$	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	0,99
$R_р$	0,43	0,81	1,35	2,75	9,55	9,77

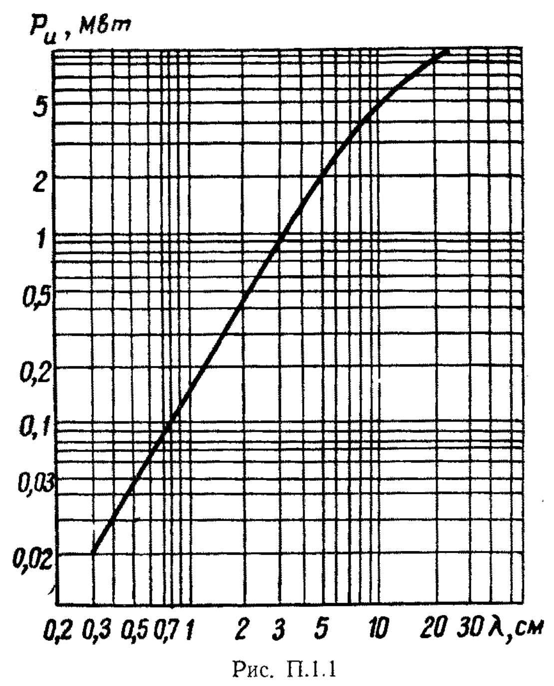


Рис. П.1.1

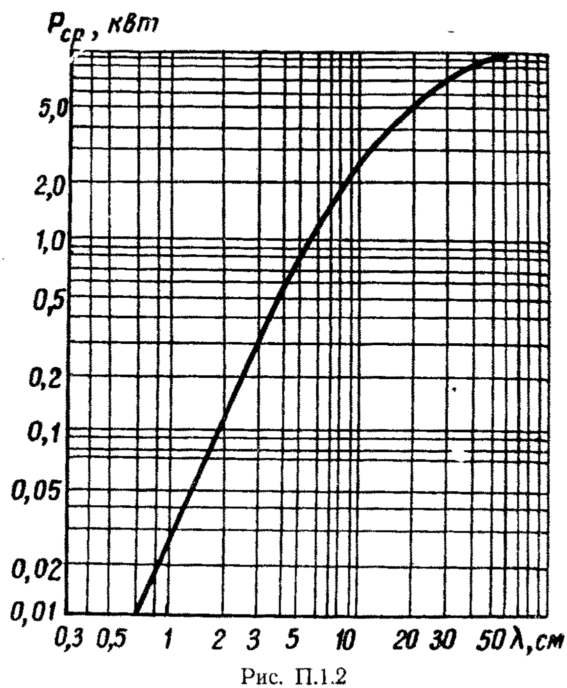


Рис. П.1.2

Приложение 2

НЕКОТОРЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЧУВСТВИТЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И ПОГЛОЩАЮЩЕЙ СРЕДЫ

Таблица 1

Поглощающий компонент	№ полосы поглощения	Спектральные границы полос $\lambda_1 \div \lambda_2$, *мкм*	K_{λ}, $м^{-}$
CO_2	1	2,36— 3,02	16
	2	4,01— 4,80	1800
	3	12,50—16,50	80
H_2O	1	2,24— 3,27	8
	2	4,80— 8,50	27
	3	12,00—25,00	45

Таблица 2

№ полосы поглощения	Спектральные границы полос $\lambda_1 \div \lambda_2$, *мкм*	$K_{\lambda 0}$, $м^{-1}$
1	$4,7 \pm 0,5$	13
2	$9,6 \pm 1,0$	22
3	$14,1 \pm 1,5$	70

Таблица 3

Фотокатод	Длина волны максимальной чувствительности λ_m, *мкм*	Красная граница λ_2 (0,01), *мкм*	Интегральная чувствительность, *мка/лм*
Ag — O — Cs	0,85	1,4	50
Sb — Cs	0,45	0,65	25
Sb — Sc (O)	0,48	0,70	90
Bi — Ag — O — Cs	0,48	0,75	90
Sb — K — Na	0,4	0,62	60
Sb — K — Na — Cs	0,4	0,82	200

Таблица 4

Тип фото-сопротивления	Длина волны максимальн. чувствит. λ, *мкм*	Температура слоя, °К	S_p, *см*²	Пороговая чувствит. при λ = 4 *мкм*, *вт/см*²	Постоянная времени τ, *мксек*
PbS (не охл.)	2,2	290	0,25	$2 \cdot 10^{-10}$	40
PbS (охл.)	3,4	78	0,04	$1,5 \cdot 10^{-11}$	68
PbTe (охл.)	4	90	0,04	$2 \cdot 10^{-10}$	10
PbSe (охл.)	4	78	0,04	$1,8 \cdot 10^{-9}$	10
InSb	5,4	78	0,01	$4,9 \cdot 10^{-10}$	1

Таблица 5

Тип фото-сопротивления из Ge—Au	Длина волн на максим. чувствит. λ, *мкм*	Температура, °К	Рабочая площадь элемента S_p, *см*²	Постоянная времени τ, *мксек*	Пороговая чувствит. к излучению λ = 4 *мкм*, *вт/см*²
p	4	77	0,14	1	$1 \cdot 10^{-9}$
p	4	77	0,12	0,1	$4,4 \cdot 10^{-10}$
n	4	90	0,16	20	$1,6 \cdot 10^{-10}$
n	4	90	0,16	20	$3,8 \cdot 10^{-13}$

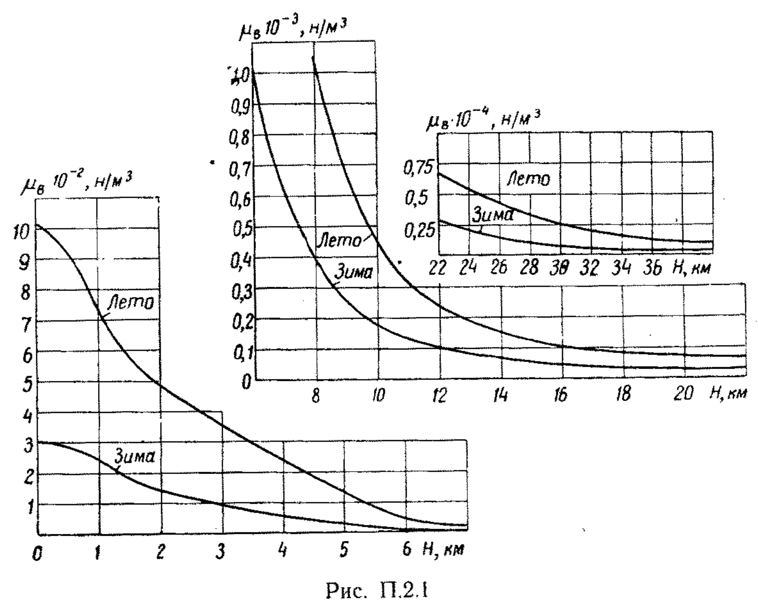


Рис. П.2.1

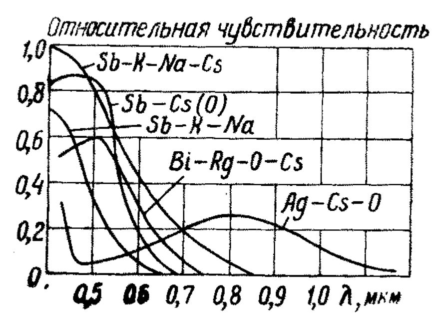


Рис. П.2.2

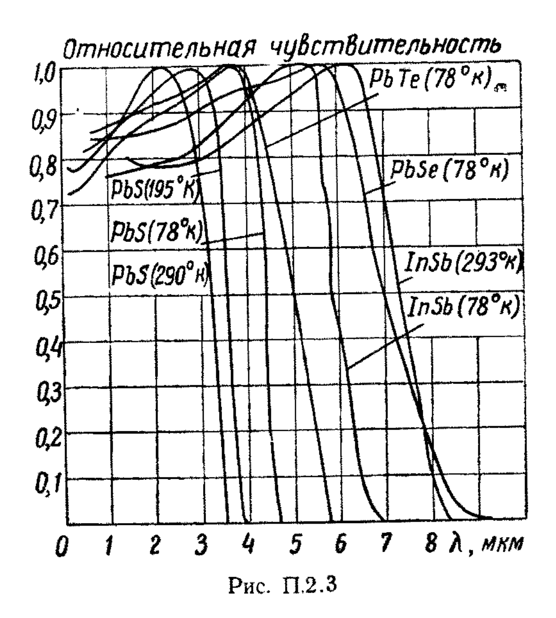


Рис. П.2.3

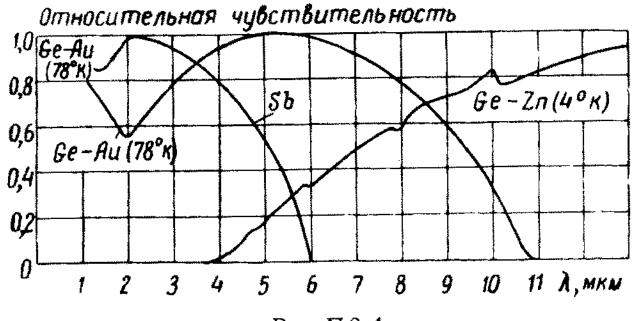


Рис. П.2.4

Приложение 3

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ГИРОПЛАТФОРМЫ

Гироплатформа как механическая система описывается уравнениями, вытекающими из закона сохранения момента количества движения

$$\dot{K} = M, \ \dot{K}_1 = M_1, \ \dot{K}_2 = M_2, \ \dot{K}_3 = M_3. \tag{1}$$

Первое уравнение описывает движение гироплатформы в целом. Второе, третье и четвертое уравнения описывают движения гироскопов. Кинетический момент гироплатформы является суммой инерционного и гироскопических моментов

$$K = J\,\omega + \sum_{i=1}^{3} K_i, \tag{2}$$

где J — матрица моментов инерции гироплатформы; ω — абсолютная угловая скорость гироплатформы; K_i — кинетический момент i-го гироскопа. Положение кинетических моментов гироскопов показано на рис. П.3.1.

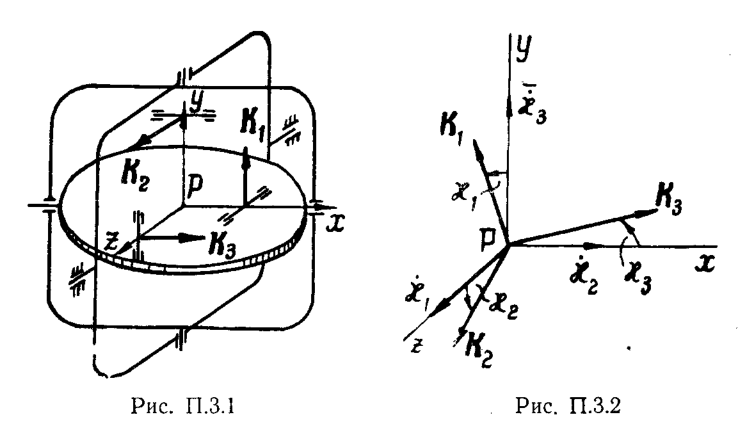


Рис. П.3.1 Рис. П.3.2

Внешние моменты, действующие на гироплатформу и гироскопы, являются суммами моментов от сил трения $M_т$, $M_{iт}$, моментов за счет смещения центра массы гироплатформы и гироскопов от геометрических точек пересечения осей M_l, M_{il} и корректирующих моментов от моментных двигателей гироплатформы и моментных датчиков гироскопов $M_к$, $M_{iк}$:

$$M = M_т + M_l + M_к, \quad M_i = M_{iт} + M_{il} + M_{iк} \quad (i = 1, 2, 3). \tag{3}$$

Свяжем с плитой гироплатформы систему координат $Pxyz$ и определим ее положение относительно земной системы координат $Px_g y_g z_g$ углами ε_1, ε_2, ε_3 (рис. 11.2.1). Положение кинетических моментов гироскопов определим относительно системы координат $Pxyz$ углами $\varkappa_i$ $i = 1, 2, 3$ (рис. П.3.1). Выразим абсолютные производные кинетических моментов гироплатформы и гиро-

скопов через локальные производные и члены, учитывающие вращение системы координат

$$\dot{K} = J\dot{\omega} + \omega \times J\omega + \sum_{i=1}^{3} \dot{K}_i, \quad \dot{K}_i = J_i \dot{\Omega}_i + \Omega \times K_i \quad (i = 1, 2, 3), \tag{4}$$

где $\dot{\omega}$ — локальная производная в системе координат $Pxyz$; J_i — матрица моментов инерции i-го гироскопа; $\dot{\Omega}$ — локальная производная в системе координат, связанной с i-ым гироскопом; Ω — угловая скорость i-го гироскопа.

Абсолютная угловая скорость платформы ω является суммой угловых скоростей платформы относительно земной системы координат $\dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2 + \dot{\varepsilon}_3$ и угловой скорости вращения земной системы координат ω_1. Абсолютная угловая скорость i-го гироскопа дополнительно включает угловую скорость вращения корпуса гироскопа относительно платформы $\dot{\varkappa}_i$.

$$\omega = \dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2 + \dot{\varepsilon}_3 + \omega_1, \quad \Omega_i = \dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2 + \dot{\varepsilon}_3 + \omega_1 + \dot{\varkappa}_i \quad (i = 1, 2, 3). \tag{5}$$

Примем следующие допущения: оси системы координат $Pxyz$ совпадают с главными центральными осями инерции гироплатформы; углы поворота платформы и гироскопов ε_i, $\varkappa_i$ $(i=1, 2, 3)$ малы, поэтому синусы углов заменяем самими углами, а косинусы углов — единицами; угловые скорости вращения платформы и гироскопов $\dot{\varepsilon}_i$, $\dot{\varkappa}_i$ $(i = 1, 2, 3)$ малы.

Учитывая последнее допущение, в выражении для кинетического момента гироплатформы опустим член $\omega \times J\omega$. Кроме того, при подстановке выражений кинетических моментов гироскопов в формулу кинетического момента гироплатформы не будем учитывать инерционные моменты $J_i \dot{\Omega}_i$ гироскопов, которые малы по сравнению с гироскопическими моментами $\Omega_i \times K_i$. В результате кинетический момент гироплатформы выражается формулой

$$\dot{K} = J\dot{\omega} + \sum_{i=1}^{3} \Omega_i \times K_i. \tag{6}$$

Подставляя соотношения (3), (4), (6) в (1), получим следующую форму уравнений гироплатформы:

$$J\dot{\omega} + \sum_{i=1}^{3} \Omega_i \times K_i = M_т + M_l + M_к;$$

$$J_i \dot{\Omega}_i + \Omega_i \times K_i = M_{iт} + M_{il} + M_{iк} \quad (i = 1, 2, 3). \tag{7}$$

Спроектируем все векторы в уравнениях (7) на оси Pz, Py, Px. Вследствие малых углов и угловых скоростей будем учитывать при проектировании только линейные члены, пренебрегая членами высших порядков малости. Заметим, что в этом случае проекции векторов на оси Pz_g и Py', по которым расположены моментные двигатели и датчики углов, будут равны проекциям на оси Pz, Py соответственно.

Представим проекции векторов в таблицах 1, 2.

Таблица 1

	$J\dot{\omega}$	ω	Ω_1	Ω_2	Ω_3
i	$J_x \dot{\omega}_x$	$\dot{\varepsilon}_3 + \omega_{1x}$	$\dot{\varepsilon}_3 + \omega_{1x}$	$\dot{\varepsilon}_3 + \omega_{1x} + \dot{\varkappa}_2$	$\dot{\varepsilon}_3 + \omega_{1x}$
j	$J_y \dot{\omega}_y$	$\dot{\varepsilon}_2 + \omega_{1y}$	$\dot{\varepsilon}_2 + \omega_{1y}$	$\dot{\varepsilon}_2 + \omega_{1y}$	$\dot{\varepsilon}_2 + \omega_{1y} + \dot{\varkappa}_3$
$к$	$J_z \dot{\omega}_z$	$\dot{\varepsilon}_1 + \omega_{1z}$	$\dot{\varepsilon}_1 + \omega_{1z} + \dot{\varkappa}_1$	$\dot{\varepsilon}_1 + \omega_{1z}$	$\dot{\varepsilon}_1 + \omega_{1z}$

Продолжение таблицы 1

	K_1	K_2	K_3	M_l	$M_т$
i	$-K_1 \varkappa_1$	0	K_3	M_{lx}	$-M_{0x}\ \mathrm{sgn}\,(\dot\varepsilon_3-\dot\gamma)$
j	K_1	$-K_2\varkappa_2$	0	M_{ly}	$-M_{0y}\ \mathrm{sgn}\,(\dot\varepsilon_2-\dot\psi)$
κ	0	K_2	$-K_3\varkappa_3$	M_{lz}	$-M_{0z}\ \mathrm{sgn}\,(\dot\varepsilon_1-\dot\vartheta)$

Таблица 2

	$\Omega_1\times K_1$	$\Omega_2\times K_2$	$\Omega_3\times K_3$
i	$-K_1(\dot\varepsilon_1+\omega_{1z}+\dot\varkappa_1)$	$K_2(\dot\varepsilon_2+\omega_{1y})$	0
j	0	$-K_2(\dot\varepsilon_3+\omega_{1x}+\dot\varkappa_2)$	$K_3(\dot\varepsilon_1+\omega_{1z})$
κ	$K_1(\dot\varepsilon_3+\omega_{1x})$	0	$-K_3(\dot\varepsilon_2+\omega_{1y}+\dot\varkappa_3)$

Продолжение таблицы 2

	$J_i\dot\Omega_i$	$M_к$		M_{il}	$M_{iк}$	$M_{iт}$
		линейная	нелинейн.			
i	$J_2\dot\Omega_2$	$n_x\varkappa_1$	$n_x\,\mathrm{sgn}\,\varkappa_1$	M_{2l}	$M_{2к}$	$-M_{2т}\,\mathrm{sgn}\,(\dot\varkappa_2-\dot\varepsilon_3)$
j	$J_3\dot\Omega_3$	$n_y\varkappa_2$	$n_y\,\mathrm{sgn}\,\varkappa_2$	M_{3l}	$M_{3к}$	$-M_{3т}\,\mathrm{sgn}\,(\dot\varkappa_3-\dot\varepsilon_2)$
κ	$J_1\dot\Omega_1$	$n_z\varkappa_3$	$n_z\,\mathrm{sgn}\,\varkappa_3$	M_{1l}	$M_{1к}$	$-M_{1т}\,\mathrm{sgn}\,(\dot\varkappa_1-\dot\varepsilon_1)$

Приравнивая проекции векторов в левой и правой частях уравнений (7), получим следующие скалярные уравнения движения гироплатформы и гироскопов:

$$\left.\begin{aligned}
&J_x(\ddot\varepsilon_3+\dot\omega_{1x})-K_1(\dot\varepsilon_1+\omega_{1z}+\dot\varkappa_1)+K_2(\dot\varepsilon_2+\omega_{1y})=n_x\varkappa_1-M_{0x}\,\mathrm{sgn}(\dot\varepsilon_3-\dot\gamma)+M_{lx},\\
&J_y(\ddot\varepsilon_2+\dot\omega_{1y})-K_2(\dot\varepsilon_3+\omega_{1x}+\dot\varkappa_2)+K_3(\dot\varepsilon_1+\omega_{1z})=n_y\varkappa_2-M_{0y}\,\mathrm{sgn}\,(\dot\varepsilon_2-\dot\psi)+M_{ly},\\
&J_z(\ddot\varepsilon_1+\dot\omega_{1z})-K_3(\dot\varepsilon_2+\omega_{1y}+\dot\varkappa_3)+K_1(\dot\varepsilon_3+\omega_{1x})=n_z\varkappa_3-M_{0z}\,\mathrm{sgn}\,(\dot\varepsilon_1-\dot\vartheta)+M_{lz},\\
&J_2(\ddot\varepsilon_3+\dot\omega_{1x}+\ddot\varkappa_2)+K_2(\dot\varepsilon_2+\omega_{1y})=M_{2к}-M_{2т}\ \mathrm{sgn}\,(\dot\varkappa_2-\dot\varepsilon_3)+M_{2l},\\
&J_3(\ddot\varepsilon_2+\dot\omega_{1y}+\ddot\varkappa_3)+K_3(\dot\varepsilon_1+\omega_{1z})=M_{3к}-M_{3т}\ \mathrm{sgn}\,(\dot\varkappa_3-\dot\varepsilon_2)+M_{3l},\\
&J_1(\ddot\varepsilon_1+\dot\omega_{1z}+\ddot\varkappa_1)+K_1(\dot\varepsilon_3+\omega_{1x})=M_{1к}-M_{1т}\ \mathrm{sgn}\,(\dot\varkappa_1-\dot\varepsilon_1)+M_{1l}.
\end{aligned}\right\}\quad(8)$$

Для получения уравнений поплавковых гироскопов необходимо добавить в последние три уравнения демпфирующие моменты, которые пропорциональны угловой скорости вращения поплавка.

В результате подстановки этих моментов получим следующие уравнения движения поплавковых гироскопов:

$$\left.\begin{aligned} &J_2(\ddot{\varepsilon}_3+\dot{\omega}_{1x}+\ddot{\varkappa}_2)+k_{2д}(\dot{\varkappa}_2-\dot{\varepsilon}_3-\omega_{1x})+K_2(\dot{\varepsilon}_2+\omega_{1y})=M_{2к}+M_{2l},\\ &J_3(\ddot{\varepsilon}_2+\dot{\omega}_{1y}+\ddot{\varkappa}_3)+k_{3д}(\dot{\varkappa}_3-\dot{\varepsilon}_2-\omega_{1y})+K_3(\dot{\varepsilon}_1+\omega_{1z})=M_{3к}+M_{3l},\\ &J_1(\ddot{\varepsilon}_1+\dot{\omega}_{1z}+\ddot{\varkappa}_1)+k_{1д}(\dot{\varkappa}_1-\dot{\varepsilon}_1-\omega_{1z})+K_1(\dot{\varepsilon}_3+\omega_{1x})=M_{1к}+M_{1l}, \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

где $k_{iд}$ — коэффициенты демпфирования поплавковых гироскопов.

Уравнения (8) можно использовать для описания движения двухстепенной гироплатформы и одностепенного гиростабилизатора. Для этого достаточно положить нулю переменные, по которым отсутствуют степени свободы.

Приложение 4

НАВИГАЦИОННЫЕ ЗВЕЗДЫ

Наименование и обозначение звезды	Обозначение звезды по каталогу Г. Дрепера	Экваториальные координаты		Звездная величина, m	Цветовая температура, $T_ц$ [°K]
		α_{1900}	δ_{1900}		
Сириус (α Б. Пса)	α CMa	$6^h 40^m$	−16° 35′	−1,43	10100
Вега (α Лиры)	α Lyr	$18^h 33^m6$	38° 41′	0,05	10600
Капелла (α Возничего)	α Aur	$5^h 09^m3$	45° 54′	0,13	4390
Арктур (α Волопаса)	α Boo	$14^h 11^m1$	19° 42′	0,03	3520
Ригель (β Ориона)	β Ori	$5^h 09^m7$	− 8° 19′	0,14	13000
Процион (α М. Пса)	α CMi	$7^h 34^m1$	5° 29′	0,35	5620
Альтаир (α Орла)	α Agl	$19^h 45^m9$	8° 36′	0,78	—
Бетельгейзе (α Ориона)	α Ori	$5^h 49^m8$	7° 23′	0,70	2640
Альдебаран (α Тельца)	α Tau	$4^h 30^m2$	16° 18′	0,87	3120
Поллукс (α Близнецов)	β Gem	$7^h 39^m2$	28° 16′	1,12	4260
Спика (α Девы)	α Vir	$13^h 19^m9$	−10° 38′	1,03	17000
Антарес (α Скорпиона)	α Sco	$16^h 23^m3$	−26° 13′	0,98	2660
Денеб (α Лебедя)	α Gyg	$20^h 38^m0$	44° 55′	1,23	10100
Регул (α Льва)	α Leo	$10^h 03^m0$	12° 27′	1,31	12500
Алиот (ε Б. Медведицы)	ε UMa	$12^h 49^m6$	56° 30′	1,6	—
Альферац (α Андромеды)	α And	$0^h 3^m2$	28° 32′	2,12	—
Полярная (α М. Медведицы)	N Psls	$1^h 22^m6$	88° 46′	2,12	—
Солнце	Солнце	—	—	−26,7	—

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ В СПЕКТРАХ ЗВЕЗД
(внеатмосферные значения)

Наименование звезд	λ [*мк*] / E_λ [*вт м*$^{-2}$*мк*$^{-1}$]	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,90	1,00	1, 10	1,25
Сириус	$E_\lambda \cdot 10^8$	15,8	21,80	25,4	19,2	15,5	12,2	9,19	7,22	5,80	4,89	3,38	2,47	1,77	1,31
Вега	То же	3,56	5,33	6,17	4,70	3,75	2,94	2,16	1,75	1,44	1,23	0,87	0,65	0,49	0,35
Капелла	То же	1,36	2,20	3,42	3,79	3,90	3,78	3,56	3,14	2,83	2,72	2,16	1,79	1,56	1,26
Арктур	То же	0,54	1,41	2,80	3,36	4,39	4,75	4,78	4,85	4,70	4,53	4,21	3,75	3,28	2,79
Ригель	То же	6,91	6,06	5,17	3,92	3,13	2,50	1,97	1,57	1,30	1,11	0,77	0,56	0,44	0,32
Процион	То же	2,16	2,90	3,34	3,07	2,80	2,67	2,14	1,87	1,60	1,41	1,09	0,87	0,73	0,55
Альтаир	То же	1,60	2,25	2,72	2,25	1,85	1,61	1,32	1,06	0,91	0,87	0,59	0,47	0,36	0,26
Бетельгейзе	То же	—	0,31	0,62	1,19	1,80	3,15	3,59	4,27	5,50	6,15	6,94	6,92	7,02	7,05
Альдебаран	То же	0,10	0,37	0,88	1,34	1,90	2,24	2,50	2,68	2,80	2,98	3,03	3,10	2,94	2,75
Поллукс	То же	0,31	0,68	1,16	1,35	1,48	1,53	1,43	1,26	1,23	1,19	1,00	0,88	0,81	0,68
Спика	То же	3,60	3,38	2,80	1,93	1,47	1,09	0,82	0,61	0,47	0,39	0,25	0,17	0,13	0,08
Антарес	То же	—	0,23	0,59	0,94	1,45	2,00	2,39	2,87	3,30	3,71	4,34	4,70	4,94	5,11
Денеб	То же	1,50	1,65	1,80	1,48	1,23	1,02	0,80	0,65	0,43	0,47	0,37	0,28	0,21	0,16
Регул	То же	2,40	2,06	1,90	1,41	1,10	0,85	0,64	0,49	0,40	0,33	0,24	0,17	0,13	0,09
Алиот	То же	0,84	1,22	1,34	1,01	0,82	0,63	0,49	0,39	0,31	0,26	0,19	0,15	0,12	0,08
Альферац	То же	1,00	0,97	0,96	0,69	0,54	0,42	0,31	0,24	0,19	0,16	0,11	0,08	0,06	0,04
Полярная	То же	0,26	0,43	0,64	0,61	0,59	0,54	0,47	0,41	0,37	0,33	0,26	0,21	0,18	0,14
Стандартная	То же	4,08	5,47	6,35	4,83	3,86	3,04	2,31	1,83	1,48	1,26	0,91	0,68	0,52	0,37
Солнце	$E_\lambda \cdot 10^{-3}$	1,17	1,52	2,05	2,01	1,94	1,80	1,61	1,44	1,27	1,13	0,90	0,73	0,58	0,45

ЛИТЕРАТУРА

1. Основы автоматического управления (под редакцией В. С. Пугачева) Физматгиз, 1963.

2. Бетвейлер Т. Оптимальные модуляционные характеристики амплитудно- и частотно-модулированных ИК систем, «Зарубежная радиоэлектроника», № 4, 1962.

3. Бойко Б. В., Дудник П. И. Радиолокация, ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1960.

4. Бусленко Н. П. и др. Метод статистических испытаний, Физматгиз, 1962.

5. Вентцель Е. С. Теория вероятностей, Физматгиз, 1962.

6. Горенштейн И. А., Шульман И. А., Сафарян А. С. Инерциальная навигация, «Советское радио», 1962.

7. Гримм. Основные характеристики внешнего шума, «Зарубежная радиоэлектроника», № 5, 1960.

8. Гуткин Л. С. Принципы радиоуправления беспилотными объектами, «Советское радио», 1959.

9. Данн, Ховард. Влияние автоматической регулировки усиления на точность сопровождения целей моноимпульсными системами, «Радиотехника и электроника за рубежом», № 5, 1959.

10. Данн, Ховард, Кинг. Влияние флуктуаций эхо-сигнала на работу радиолокационных станций сопровождения, «Радиотехника и электроника за рубежом», № 6, 1959.

11. Делано Р. Теория «мерцания» цели и угловые ошибки при радиолокационном сопровождении, «Вопросы радиолокационной техники», № 1, 1954.

12. Джеймс Х., Никольс Н., Филлипс Р. Теория следящих систем, ИЛ, 1951.

13. Зенкевич Н. И., Ганулич А. К. Бомбардировочно-навигационные системы, ч. 1, ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1963.

14. Зюко А. Г. Помехоустойчивость и эффективность систем связи, Связьиздат, 1963.

15. Иванов Ю. А., Тяпкин Б. В. Инфракрасная техника в военном деле, «Советское радио», 1963.

16. Красовский А. А., Поспелов Г. С. Основы автоматики и технической кибернетики, Связьиздат, 1962.

17. Павлов Ю. В. Радионавигационные устройства, ВВИА им. проф Н. Е. Жуковского, 1958.

18. Пугачев В. С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления, Физматгиз, 1962.

19. Райков Л. Г. Нагрев сверхзвукового самолета в полете, ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1958.

20. Ризкин С. С. Теория гироскопических устройств, Судпромгиз, 1962.

21. Селезнев В. П. Навигационные устройства, Оборонгиз, 1961.

22. Сломянский Г. А., Прядилов Ю. Н. Поплавковые гироскопы и их применение, Оборонгиз, 1958.

23. Смеркалов В. Д. Распределение энергии в спектрах звезд. Труды ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, вып. 322, 1960.

24. Урьев Ф. И., Дюжиков В. Н. К вопросу о методике расчета сигнала, вызванного потоком теплового излучения от объектов при различных условиях, «Вопросы радиоэлектроники», серия XXII, общетехническая, вып. 19, 1960.

25. Харкевич А. А. Очерки общей теории связи, ГИТТЛ, 1955.

26. Янг. Точный расчет дальности действия радиолокационной станции, «Радиотехника и электроника за рубежом», № 5, 1959.

27. Press H, Meadows M. T., Hodlock J. A revaluation of date atmospheric turbulence and airplane gust loads for application in spectral calculations, NACA report, No 1272, 1956.

28. Криксунов Л. З., Усольцев И. Ф. Инфракрасные устройства самонаведения управляемых снарядов. «Сов. радио», 1963.

29. Доу Р. Б. Основы теории современных снарядов. «Наука», 1964.

30. Под редакцией Повейсила Д., Ровена Р., Уотермана П. Бортовые радиолокационные системы. Воениздат, 1964.

31. Обзор реактивного оружия. Военный зарубежник, № 7, 1960.

32. Максимов М. В., Горгонов Г. И. Радиоуправление ракетами. «Сов. радио», 1964.

33. Кукарин С. В. Современное состояние и тенденции развития приборов СВЧ. «Сов. радио», 1962.

34. Николаев М. Н. Снаряд против снаряда. Воениздат, 1960.

35. Николаев С. М. Координаторы цели автоматических тепловых пеленгаторов. Дом техники, 1963.

36. Proceedings of the JRE September. 1959.

37. Ракетная техника ARS Joyrnol № 7, 1962.

38. Скотт Р. М., Добнер Х. Оптика инфракрасных систем, Конструкция оптических систем головок самонаведения снарядов. Зарубежная электроника № 6, 1960.

39. Зарубежная радиоэлектроника № 3, 1960.

40. Военная авиация и ракетная техника (Информационный бюллетень). Вып. 5, 6 март 1963.

41. Военная авиация и ракетная техника (Информационный бюллетень). Вып. 1, январь 1962. Стр. 26.

42. Фролов В. С. Инерциальные системы навигации. Воениздат, 1963.

43. Проблемы инерциальной навигации (перевод с английского под редакцией Н. И. Борисова) ИИЛ, 1961 г. стр. 162.

44. Военная авиация и ракетная техника. Вып. 10, май 1963.

45. Инерциальные системы управления. Воениздат 1964 г., стр. 208.

46. Вопросы ракетной техники № 1, 1965 г., стр. 69—70.

47. Митра С. К. Верхняя атмосфера ИИЛ, 1955.

48. Алисов В. П. и др. Метеорология, 1940.

49. Коньков Н. Г. Ракетное оружие на самолете. Воениздат, 1963.

ОГЛАВЛЕНИЕ